

А К А Д Е М И Я Н А У К С О Ю З А С С Р

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

4585

И. С. БРУК

Член-корреспондент АН СССР

ЕВ_1941_АКС_58

МАШИНА ДЛЯ ИНТЕГРИРОВАНИЯ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Ответственный редактор акад. Г. М. КРЖИЖАНОВСКИЙ

ВВЕДЕНИЕ

Весной 1936 г., после доклада автора на сессии Группы математики Академии Наук о построенной в Америке машине для интегрирования дифференциальных уравнений, Президиум Академии Наук СССР постановил отпустить средства на постройку подобной машины в СССР. С осени 1936 г. было приступлено к разработке проекта этой машины, и в начале 1937 г. заказ на изготовление машины был передан Сестрорецкому заводу имени Воскова. В ноябре 1938 г. машина была вчерне закончена и в 1939 г. вступила в эксплуатацию.

Автор считает своим долгом выразить глубокую признательность директору Энергетического института АН СССР акад. Г. М. Кржижановскому и его заместителю Б. А. Телешеву за содействие, оказанное ими при построении машины и коллективу экспериментального цеха Сестрорецкого завода за тщательное изготовление деталей машины.

* *

Прежде чем приступить к описанию советской машины для интегрирования дифференциальных уравнений, установленной в Энергетическом институте Академии Наук СССР, необходимо кратко остановиться на идеях, положенных в основу этой машины.

Идею о применении механического прибора для вычисления $\int y dx$ и для интегрирования дифференциальных уравнений высказал известный физик Томсон еще в 1876 г.¹

Рисунки, поясняющие идею устройства, воспроизведены из сообщения, сделанного Томсоном в Royal Society.

Схема, предложенная Томсоном, поразительно просто и изящно решала вопрос о вычислении $\int y dx$, интегрировании некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений, разложении периодических функций на гармонические составляющие и т. п.

Прибор, как видно из рис. 1, представляет собой по существу фрикционную передачу с передаточным числом, могущим изменяться плавно. Вращение диска передается цилиндру посредством шара, прижимающегося собственным весом к диску и цилиндру одновременно. Скорость вращения цилиндра при постоянной скорости вращения диска будет пропорциональна расстоянию центра шара от оси диска. Если сделать это расстояние пропорциональным значению подинтегральной функции y в данный момент, а угол поворота диска—пропорциональным значению независимой переменной x , то угол поворота цилиндра будет пропорционален $\int y dx$.

Томсон специально останавливается на преимуществах подобного кинематического принципа получения $\int y dx$ по сравнению с другими, известными в то время.

¹ См. Proceeding of the Royal Society, 1876.

Большинство приборов (интеграторов) (Sand, Amsler), служивших для вычисления $\int y dx$, имели (и имеют) в своей основной части ролик, который отчасти скользит и отчасти катится по плоскости графика, при обходе его контура. Это скольжение ролика и являлось наиболее уязвимым элементом рассматриваемой категории приборов.

На этот существенный недостаток интегрирующих приборов, в которых одновременно имеет место качение и скольжение, снижающее точность

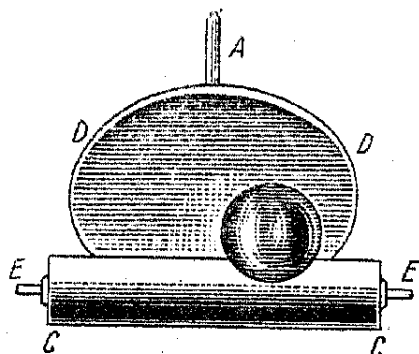
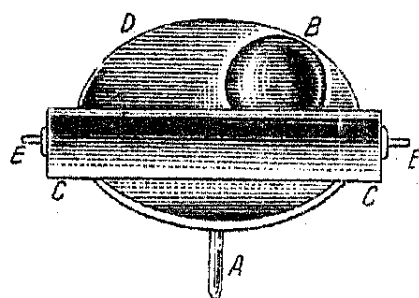
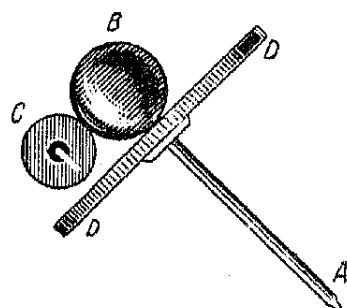


Рис. 1.

(планиметры Amsler и др.), обратил внимание еще Maxwell. После ознакомления с прибором Sang на выставке 1851 г. Maxwell занялся изысканием новой схемы планиметра или интегрирующей машины, в которой комбинирующему скольжению и качению в существующих приборах отвечало бы чистое качение. Им описана в 1855 г. в IV томе Шотландского королевского общества схема нового прибора, основанного на взаимном качении двух сфер.

Идеи Максвелла послужили, таким обра-

зом, толчком для дальнейшей разработки интегрирующего прибора, который был осуществлен Томсоном в описанной выше форме. В своем сообщении Королевскому обществу 28 января 1876 г. Томсон развивает и обосновывает различные применения интегрирующего прибора, описанного выше. Одно из применений — вычисление $\int \psi(x) \varphi(x) dx$. Для вычисления этого интеграла угол поворота диска из нулевого положения должен быть сделан равным $\int \varphi(x) dx$, а смещение шара относительно центра диска равным $\psi(x)$. Если это сделано, то угол поворота цилиндра будет равен $\int \psi(x) \varphi(x) dx$.

Этот прием интегрирования произведения двух функций служит основой для гармонического анализа. Томсоном был разработан на этом принципе гармонический анализатор, позволяющий выделить пять основных составляющих приливной волны.¹

Блестящие работы Томсона в значительной мере опередили потребности его эпохи. Идеи Томсона не нашли дальнейшего применения, и долгое время не делалось попыток построения приборов, позволяющих интегрировать дифференциальные уравнения. В 1904 г. акад. А. Н. Крылов построил подобный прибор.

Последний отличался от прибора Томсона тем, что в основу его был положен интегратор, работающий на другом принципе, а именно интегратор, в котором интегрирующий ролик прокатывается по графику. Как и прибор Томсона, прибор А. Н. Крылова обладал рядом серьезных недостатков, в силу которых он не мог обеспечить достаточную точность и быстроту работы.

¹ Описание прибора интересующиеся найдут в первом томе замечательной книги Томсона и Тэта «Natural Philosophy».

На одном из наиболее существенных недостатков прибора Томсона, в той или иной мере свойственном и другим приборам, необходимо остановиться подробнее.

Для безупречной работы прибора Томсона необходимо, чтобы передача движения от диска к цилиндру происходила без скольжения. Это возможно при идеальных поверхностях соприкасающихся тел и при условии, что соприкосновение происходит в точке. В действительности, вместо точки, мы будем иметь соприкосновение по некоторой весьма малой площадке, размер которой зависит от ряда факторов (например, материал, из которого изготовлены соприкасающиеся тела, сила, с которой эти тела прижимаются друг к другу, состояние поверхности и т. д.).

Известно, что радиус окружности, ограничивающей поверхность, соприкосновения шара и плоскости при условии, что шар прижимается только собственным весом, возрастает пропорционально радиусу шара в степени $4/3$. Столь быстрый рост площадки соприкосновения находится в явном противоречии с требованиями точности. Для достижения высокой точности необходимо выполнить прибор с шаром возможно малого диаметра. Но при уменьшении диаметра шара в кубе с диаметром будет уменьшаться и допустимый момент внешних сил (сопротивления) на оси цилиндра. Если момент внешних сил сопротивления на оси цилиндра составляет значительную величину, то, очевидно, для преодоления их нужен шар значительного веса.

Наличие прибора, способного непрерывно выполнять операцию интегрирования и обладающего при этом достаточной мощностью на выходе, является основным условием для построения приборов-агрегатов, выполняющих более сложные действия, как, например, решение дифференциальных уравнений, гармонический анализ. Достаточная мощность на выходе необходима для того, чтобы результат, полученный на интеграторе, можно было внести в другой прибор или несколько приборов сразу. Необходимость в этом может встретиться тогда, когда результат интегрирования служит независимой переменной или должен быть подвергнут какой-либо другой операции. Ясно, что мощность обычных интеграторов или планиметров при этом оказывается недостаточной. В случае интегратора мощность на выходе должна быть достаточна для действия пишущего устройства, в случае планиметра — для действия счетного механизма, представляющих сравнительно малое вредное сопротивление. Если же попытаться применить эти приборы для совместной работы с другими механизмами, как это необходимо в случае решения дифференциальных уравнений, то мощность их оказывается недостаточной. Попытка обойти это затруднение увеличением размеров приборов в целом или отдельных его элементов приводит, как и в рассмотренном выше приборе Томсона, к непреодолимому противоречию.

Таким образом, в первоначальном виде прибор Томсона и другие основному требованию — достаточной мощности на выходе — не отвечали.

Во времена Томсона не существовало удовлетворительно действовавших сервомеханизмов, следящих систем, при помощи которых можно было бы разгрузить цилиндр интегратора от преодоления значительных сил сопротивления, возложив эту задачу на исполнительный орган — сервомотор. В настоящее время следящие системы-усилители являются неотъемлемой частью ряда устройств в телеграфии, артиллерии, навигации и т. п.

Успехи в области усиления электрических и механических величин, достигнутые в последнее время, поразительны.

Как видно из дальнейшего, для интересующей нас цели даже не пришлось прибегнуть к сложным схемам усиления (гидравлическим, пневматическим или электрическим). Оказалось возможным применить усилитель, в принципе известный очень давно и применявшийся в другой форме, чрезвычайно грубой, с незапамятных времен.

Очень плодотворной оказалась сама идея применения усилителя в этой мало разработанной области математических приборов. Достаточно было добавить сравнительно простое устройство — усилитель (следящую систему), и для использования старых идей Томсона открылись новые возможности.

Нужно сказать, что и растущие потребности науки и техники настоятельно требовали создания приборов, позволяющих эффективно решать различные дифференциальные уравнения. Математика, правда, располагает в настоящее время рядом методов для численного решения (интегрирования) уравнений. Практически любое уравнение может быть решено по одному из известных способов. Однако количество труда и времени, требующееся для выполнения решения, чрезвычайно велико.

Если же возникает необходимость выполнить большое количество решений (даже одного и того же уравнения) при различных начальных условиях или коэффициентах, то проведение такой работы в сравнительно короткий срок оказывается по плечу только мощному вычислительному бюро.

В прикладной математике под давлением запросов техники появились механизмы, облегчающие расчеты, как, например, усовершенствованные планиметры, анализаторы, интеграфы и т. п. Набор этих инструментов, однако, до последнего времени довольно ограничен.

Первые шаги в направлении создания новых приборов, отвечающих современным требованиям науки и техники, были сделаны в США. Пионером явился Электротехнический отдел Массачусетского технологического института, где группа выдающихся деятелей во главе с доктором Бушем систематически работала над вопросом механизации прикладной математики. Здесь и был построен в тридцатых годах прибор, названный американцами Differential Analyzer—«дифференциальный анализатор», который, используя в основном идеи Томсона, вместе с тем благодаря введению следящей системы оказался свободным от недостатков ранее построенных приборов. По этой же схеме в дальнейшем был построен дифференциальный анализатор, установленный в Манчестерском технологическом институте в Англии. Машина, построенная в Советском Союзе и установленная в Энергетическом институте АН СССР, также базируется на указанной выше схеме.

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ МАШИНЫ ДЛЯ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

У лиц, знакомившихся с устройством машины, прежде всего возникал вопрос, в каком виде и как дается машине задание, т. е. как вносятся в машину подлежащее решению уравнение и сопутствующие ему условия.

Поэтому начнем с рассмотрения именно этого принципиального вопроса, не задерживаясь на деталях устройства и конструкции, о которых речь будет в дальнейшем.

Машина относится, как это видно из вышесказанного, к классу приборов, выполняющих процесс решения дифференциальных уравнений чисто механически, по тому же кинематическому принципу, как в интеграторе Томсона.

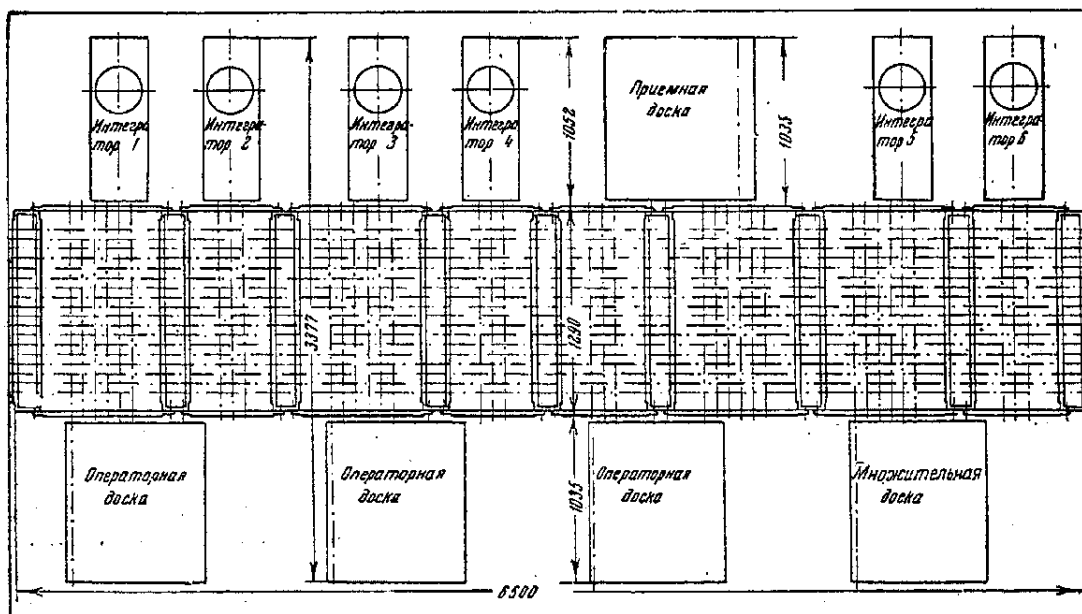


Рис. 2а

Задание машине дается в виде некоторой кинематической схемы, отвечающей данному уравнению. Машина представляет собой поэтому некоторое устройство, допускающее большие возможности для составления различных кинематических схем. Скелетом машины является система продольных и поперечных валиков, расположенных в двух параллельных плоскостях. Общее расположение показано на рис. 2а, 2б и 2в.

Любой продольный валик с любым поперечным может быть соединен в месте их скрещения посредством пары винтовых колес, как показано на рис. 2в.

Разумеется, не все из большого числа имеющихся в машине валиков бывают использованы при решении того или иного уравнения, но те из них, которые заняты в процессе решения, получают определенное обозначение. Таким образом, каждой величине, фигурирующей в уравнении,

а иногда и вспомогательным величинам, отвечает свой продольный валик. Значение различных величин изображается углом поворота соответствующего вала, углом, отсчитываемым от некоторого условного нуля. Например, крайний валик на рис. 3 имеет обозначение x . Это вал независимой

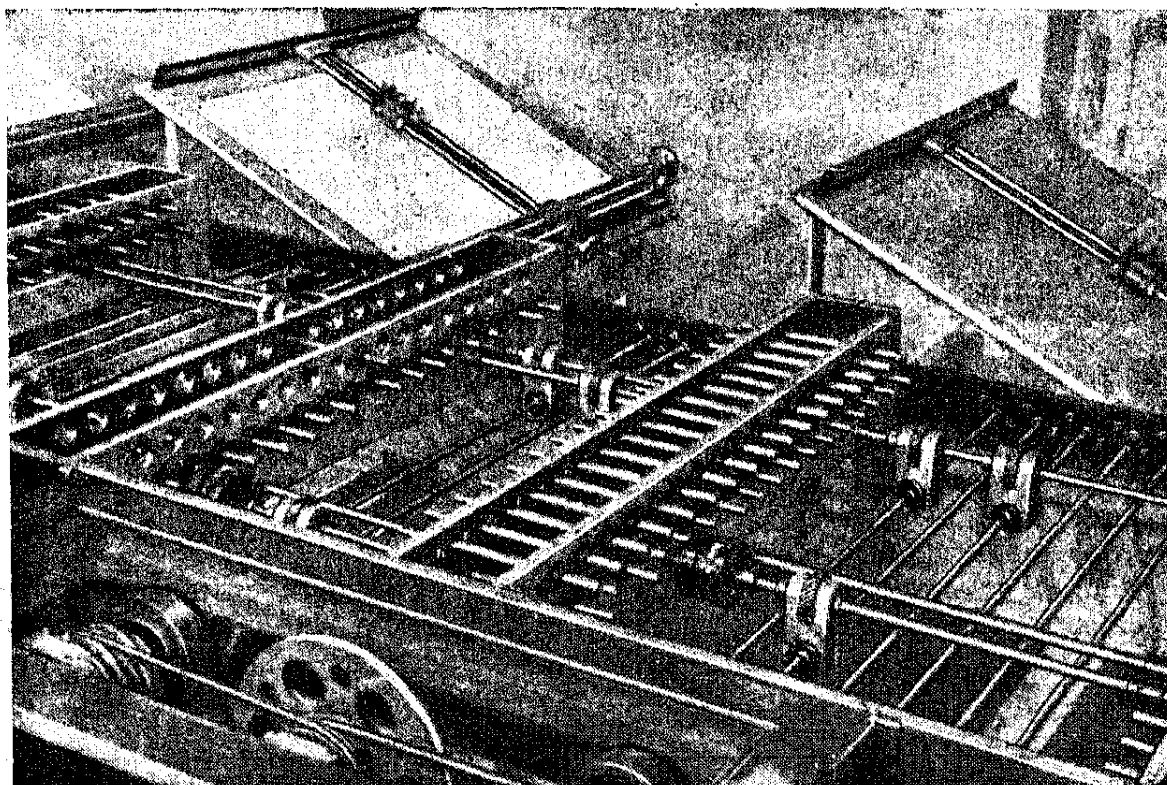


Рис. 2б.

переменной, и угол поворота его в известном масштабе представляет значение независимой переменной. Например, если масштаб будет 1000, то вал получит обозначение $1000x$, т. е. 1000 оборотов этого вала составляют $x = 1$. Подобным же образом обозначаются и другие величины (см. рис. 3),

Имея такую систему валов, можно при помощи простейших кинематических звеньев осуществить некоторые арифметические действия. Например, действие сложения выполняется весьма просто при помощи дифференциальной передачи, позволяющей, как известно, складывать вращение валов, которые она соединяет. Соединив три вала при помощи дифференциальной передачи, обозначенной на рис. 3 знаком Σ , мы легко, таким образом, выполняем действие сложения. Угол поворота вала C равен сумме углов поворота валов A и B .

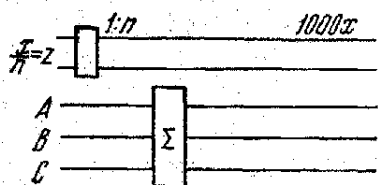


Рис. 3.

Умножение на постоянный множитель может быть выполнено при помощи простой шестеренной передачи. Например, валик z (рис. 3) соединен с валиком x через пару цилиндрических зубчатых колес с передаточным числом n . Тогда угол поворота вала z составит $1/n$ угла поворота вала x , и направление вращения вала z будет противоположно направлению x . Однако этих простых арифметических действий недостаточно, чтобы выполнить решение дифференциального уравнения. Здесь мы встречаемся с новой операцией — отысканием интеграла от некоторой функции y по переменной x .

Выше было показано, как эта операция выполняется в приборе Томсона.

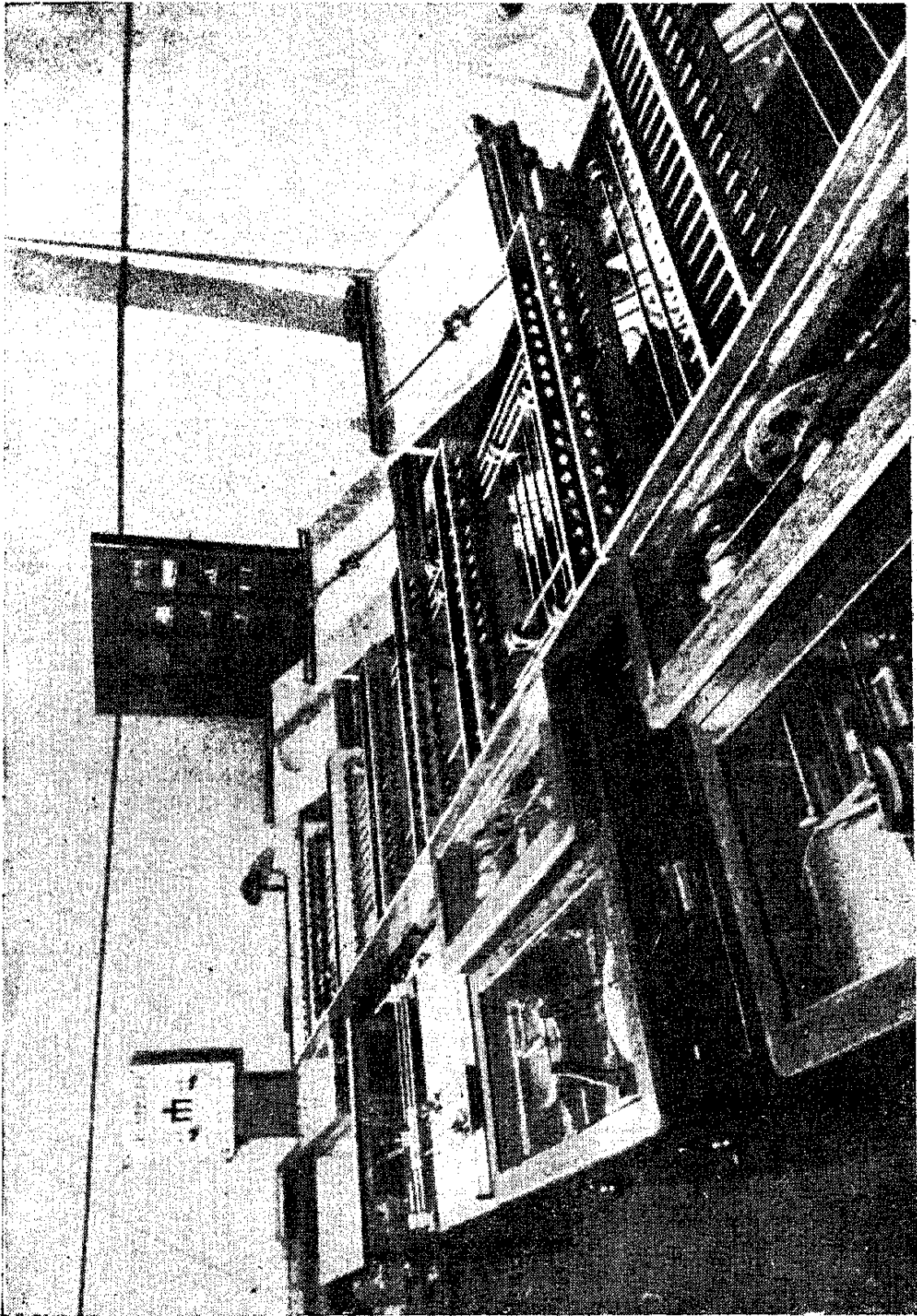


Рис. 2в.

Прибор, выполняющий эту операцию в нашей машине, имеет много общего с прибором Томсона и сходный кинематический принцип. Идея устройства прибора показана на рис. 4.

По параллельным направляющим может перемещаться посредством винта каретка B , несущая горизонтально расположенный диск D , который может вращаться около вертикальной оси посредством червяка. К диску D прижимается ролик R , ось которого расположена горизонтально, параллельно движущему винту каретки. Ролик жестко связан со своей осью и предохранен от продольного перемещения. Пусть каретка B смещена на величину y из нулевого положения, в котором ролик R касается диска D в центре последнего. Если повернуть диск D на угол $d\varphi$, то ролик R повернется на угол $d\psi$ и при отсутствии скольжения между роликом и диском $y d\varphi = r d\psi$, r — радиус ролика R .

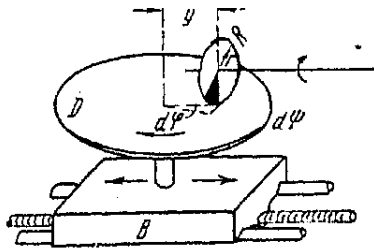


Рис. 4.

При непрерывном изменении y и φ угол поворота ролика представится:

$$\psi = \frac{1}{r} \int y d\varphi.$$

Отличительное кинематическое свойство этого (и всякого другого служащего для той же цели) прибора заключается в том, что прибор должен иметь два «входных» вала, при помощи которых вносятся значения подинтегральной функции y и аргумента φ , и «выходной» валик, угол поворотов которого и дает искомое значение интеграла. Подробное описание интегрирующего элемента будет дано ниже. Для решения дифференциальных уравнений нам понадобится еще элемент, при помощи которого можно непрерывно находить значение какой-либо функции при заданном значении аргумента, т. е. находить $f(z)$, при непрерывно меняющемся значении z . Этот элемент, который мы называем «операторной доской», как легко можно видеть, также должен иметь два валика: один входной, по которому вносится значение z , и другой выходной, угол поворота которого дает значение $f(z)$. Каким путем выполняется это действие в операторной доске, сейчас безразлично. Это может быть достигнуто путем непрерывного совмещения какого-либо указателя с графиком (автоматически или от руки), при помощи шаблонов и т. д. Подробнее с устройством операторной доски мы ознакомимся в дальнейшем, а сейчас перейдем к составлению простейших схем, на которых удобнее всего уяснить принцип действия машины.

Начнем со следующего простого дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' = y, \quad (1)$$

или

$$y = \int y dx.$$

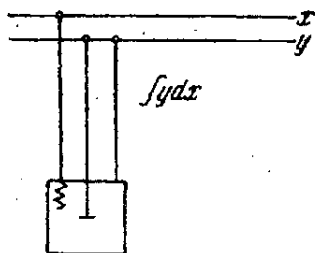


Рис. 5.

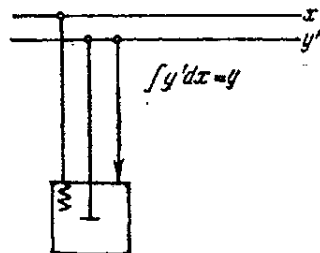


Рис. 5а.

Допустим, что угол оборота вала, обозначенного на рис. 5 через y , дает нам значение искомой функции. Мы этой функции пока еще не знаем, но на время принимаем, что она нам известна и что, следовательно, известно

движение вала y . Вал независимой переменной, обозначенный на рис. 5 через x , вращается от двигателя с произвольной скоростью.

Воспользуемся имеющимся в нашем распоряжении прибором — интегратором для получения $\int y dx$ с заданными y и x . Для этой цели присоединим один входной вал интегратора к валу y , а другой — к валу независимой переменной x , тогда угол поворота выходного вала интегратора дает значение $\int y dx$, а так как по уравнению (1) это значение должно равняться y , то выходной вал интегратора следует присоединить к валу y . Таким образом, выход и вход интегратора оказываются связанными, и вращение вала y становится определенным, коль скоро будет установлено начальное значение $y = y_0$ и угол поворота вала x . Начальное значение y_0 задается путем предварительного (до пуска вала x) поворота вала y от нулевого положения $y = 0$ на угол, определяемый начальным значением и выбранным масштабом. Можно было также решать уравнение и в виде (рис. 5а)

$$y' = y,$$

что привело бы к той же кинематической схеме, но вместо y было бы y' , а вместо $\int y dx$ — y . При этой схеме следовало бы задать начальное значение y'_0 .

Если вместо условной схемы рис. 5 воспользоваться более наглядной схемой данного уравнения, показанной на рис. 6, то кинематическая сущность уравнения (1) становится очевидной.

Н а ч а л ь н о е з н а ч е н и е y_0 . Каретка интегратора расположена перед пуском так, что ролик касается диска в точке, отстоящей от центра на расстоянии y_0 . Угол поворота ролика при вращении диска (угол поворота пропорционален x) равен $\int y dx$.

Скорость вращения ролика пропорциональна смещению его от центра диска (при постоянной скорости вращения диска), т. е. пропорциональна y . Скорость перемещения каретки, т. е. y' , пропорциональна скорости вращения ходового винта B . Но последний связан жестко с роликом, скорость которого пропорциональна y . Следовательно, скорость вращения винта также пропорциональна y . При надлежащем выборе передач между осью ролика и ходовым винтом можно сделать $y' = y$, что и требуется по уравнению (1).

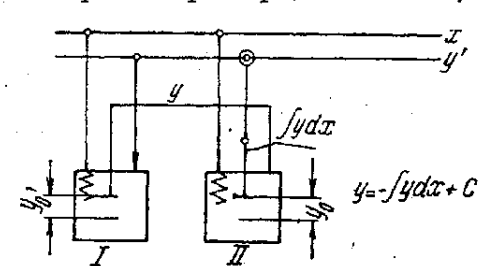


Рис. 6.

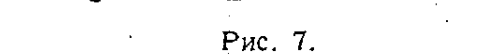


Рис. 7.

Результат решения уравнения (1) можно сделать особенно наглядным, если покрыть диск закопченной бумагой. Ролик, прокатываясь по диску, оставит на бумаге след — логарифмическую спираль.

Рассмотрим далее простейшее дифференциальное уравнение второго порядка, линейное с постоянными коэффициентами $y'' + y = 0$. Перепишем уравнение в виде

$$y' + \int y dx = c, \quad (2)$$

составим схему соединений отдельных элементов. Один из продольных валиков, вращаемый посредством электродвигателя, служит валом независимой переменной. Назначение остальных валиков видно из рис. 7. Очевидно, что если проинтегрировать первую производную по независимой переменной x , то в результате мы получим значение искомой y . Чтобы выполнить это действие, соединим вал y' с одним из входных валиков интегратора, именно с тем, которым задается значение подинтегральной функции. Второй входной валик интегратора присоединим к валу x . Тогда

выходной вал интегратора даст нам значение y . На рис. 7 это соединение выполнено для интегратора, обозначенного цифрой I.

Далее, в соответствии с уравнением (2) нам нужно сложить y' с $\int y dx$ и результат приравнять постоянной. Но эта постоянная представляет собой не что иное, как значение y' при начальном значении $x = 0$, которое примем за нуль отсчета. Следовательно, можно записать:

$$y' + \int y dx = y'_0.$$

$\int y dx$ получим с помощью второго интегратора, присоединив его входной вал для подинтегральной функции к валу y , а другой входной вал к валу независимой переменной, тогда выходной вал II интегратора даст значение $\int y dx$. В согласии с уравнением (2) полученное значение $\int y dx$ следует приравнять значению y' , взятому с обратным знаком. Это и осуществлено на рис. 7 тем, что выходной вал II интегратора присоединен к валу через передачу 1:1 с одновременным изменением направления вращения. Если, начав с какого-либо звена кинематической схемы, показанной на рис. 7, пройти последовательно по всем элементам этой же схемы, то мы вернемся к исходному звену. Следовательно, кинематическая схема, отвечающая рассматриваемому уравнению, оказывается замкнутой. Иными словами, если вращать вал независимой переменной, то придут в движение все остальные валы, углы поворота которых изображают в некотором масштабе величины, входящие в уравнение, т. е. искомую функцию и ее первую производную. Присоединив вал искомой функции к регистрирующему устройству, мы, таким образом, можем записать результат интегрирования в функции независимой переменной x или в функции первой производной (представление результата интегрирования на фазовой плоскости). Начальные условия задаются, как и в рассмотренном выше уравнении первого порядка. В данном случае начальных условий — два, и они задаются начальным углом поворота входных валов обоих интеграторов. На входном валу интегратора I задается начальное значение y'_0 . На интеграторе II задается начальное значение y_0 .

Мы разобрали выше простейшие случаи линейных уравнений первого и второго порядка с постоянными коэффициентами. Эти уравнения машина решает совершенно автоматически, без участия человека в процессе самого решения.

В других более сложных случаях необходимо участие одного или нескольких операторов. Одним из таких примеров может служить дифференциальное уравнение $y'' + F(y) = 0$.

Схема решения этого уравнения немногим отличается от рассмотренной выше схемы уравнения 2-го порядка.

Уравнение представим в виде

$$y' = - \int F(y) dx + c.$$

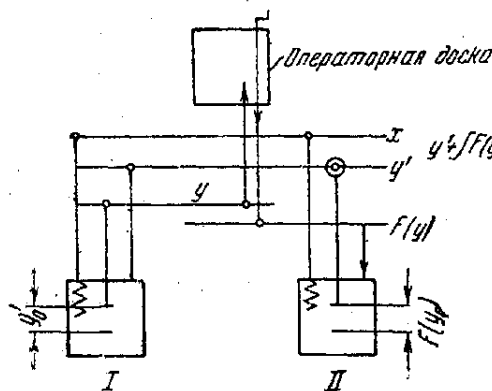


Рис. 8.

Попрежнему, начав с какого-либо элемента, последовательно разворачиваем кинематическую схему, которая должна к концу обхода замкнуться и привести нас к исходному звену, движением которого мы в начале задались.

Итак пусть угол поворота валика, обозначенного на рис. 8 через y' , дает в некотором масштабе значения этой величины.

Значение y получили, взяв $\int y' dx$. Для этой цели служит интегратор I, вращение диска которого осуществляется от вала независимой перемен-

ной x , вращение ходового винта — от вала y' . Угол поворота выходного вала интегратора дает в некотором масштабе значение y . Для простоты положим, что масштабные множители при всех валах одинаковы. Это позволит нам, как и в предыдущих примерах, отвлечься от учета их.

В предложенном уравнении, в отличие от предыдущего, фигурирует не $\int y' dx$, а $\int F(y) dx$, для вычисления которого, помимо второго интегратора, нужна еще операторная доска, посредством которой по данному значению y можно немедленно получить значение $F(y)$.

Эта операция в существующей машине выполняется оператором, хотя возможно приспособить и автомат для этой же цели.

На рис. 8 показана операторная доска, входной валик которой присоединен к валу y , а выходной — к валу $F(y)$.

Получив, таким образом, значение $F(y)$, мы можем определить и $\int F(y) dx$, подобно тому как в предыдущем примере определяли $\int y dx$. Остальная часть схемы ничем от предыдущего примера и не отличается. Выходной валик интегратора II дает значение $\int F(y) dx$, которое следует приравнять значению $-y'$. Иными словами, нужно выходной валик интегратора II присоединить к валу y' с переменной направлением вращения. Вращение вала y' , таким образом, становится вполне определенным, так как кинематическая цепь замкнута.

Начальные значения y'_0 и $F(y_0)$ устанавливаются на обоих интеграторах, подобно тому как в предыдущем примере устанавливались начальные значения y'_0 и y_0 .

Регистрация результата интегрирования происходит, как указано выше.

Для дальнейшего целесообразно свести в таблице все те символы, которые будут нами употребляться при составлении схем решения различных дифференциальных уравнений.

Некоторые из этих символов уже встречались и были использованы нами при составлении схемы решения (рис. 8а).

После ознакомления с принципом действия машины перейдем к детальному рассмотрению конструкции отдельных элементов. Начнем с основного важнейшего элемента машины — интегратора.

Как уже указывалось в начале, интегрирующий элемент принципиально не отличается от прибора, предложенного 60 лет назад Томсоном. Отличие его заключается главным образом в конструкции прибора и в добавлении одного, правда весьма существенного, элемента, повышающего точность и производительность машины.

Интегрирующий элемент представляет собой фрикционную передачу с плавно меняющимся передаточным числом. Устройство состоит из горизонтального стального диска, вращающегося на вертикальной оси, укрепленной в подвижной каретке. В корпусе каретки встроена передача из винтовых колес с передаточным числом 1:3, при помощи которой вращение от горизонтальных валов, показанных на рис. 9, передается вертикальной оси, несущей диск интегратора.

Связь шестерен с горизонтальными валами осуществляется посредством точно пригнанных скользящих шпонок.

Таблица принятых в книге стандартных обозначений для схем

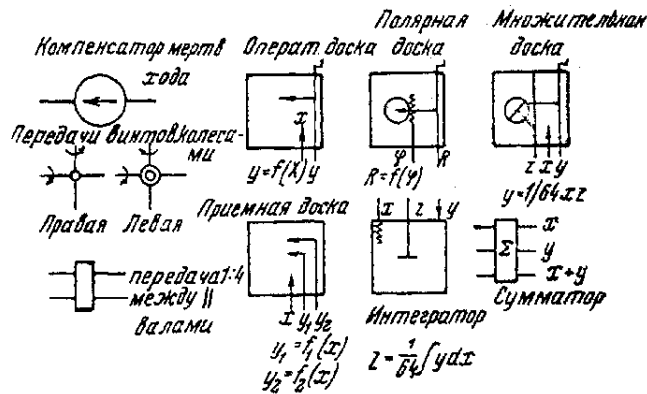


Рис. 8а.

Каретка В, как видно из рис. 9, может перемещаться по призматическим направляющим при помощи ходового винта. К диску собственным весом прижимается стальной ролик с острым краем, сидящий на горизонтальной оси, покоящейся в двух неподвижных в пространстве подшипниках.

Угол поворота оси, несущей ролик, измеренный от некоторого начального положения, представляет, как уже указывалось, в некотором масштабе $\int y dx$.

Не трудно установить соотношения, которыми определяется масштабный множитель интегрирующего элемента. Все величины, как указывалось,

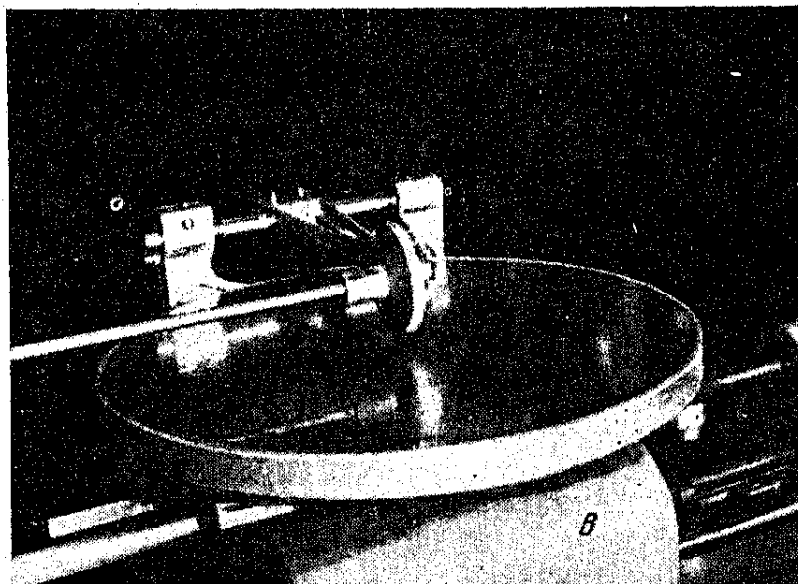


Рис. 9.

выражаются углом поворота соответствующих валов. Установим значение угла поворота выходного вала интегратора, т. е. вала, связанного с осью ролика, если заданы углы поворота обоих входных валов интегратора: вала y , связанного с ходовым винтом, и вала x , приводящего в движение горизонтальный диск интегратора. Если шаг нарезки ходового винта составляет h мм, то величине y отвечает

$$\frac{y}{h} = n_1$$

оборотов первого входного вала интегратора, а величине x

$$\frac{n_2}{3}$$

оборотов второго входного вала. Формула результата интегрирования представится следующим образом:

$$n_{\text{вых}} = A \int y dx = \frac{1}{r} \int n_1 \cdot \frac{h \cdot dn_2}{3}$$

Масштабный множитель прибора равен

$$A = \frac{h}{3r}$$

В построенной у нас машине шаг ходового винта составляет 1.5 мм, диаметр ролика 64 мм. Поэтому масштабный множитель прибора составляет $\frac{1}{64}$. Конструкция интегратора показана на рис. 9, 10 и более детально на рис. 11 и 12.

Заслуживают внимания некоторые детали устройства. Существенно важно было устранить мертвый ход в винтовой паре, перемещающей каретку интегратора по направляющим. Для этой цели ходовая гайка выполнена из двух половин. Обе половины находятся в расточке корпуса каретки, соосной с ходовым винтом. В корпусе же каретки находятся две клина, которые при помощи пружины стремятся раздвинуть обе половины гайки. Вследствие этого обеспечивается плотное прилегание граней нарезки гаек к соответствующим граням винта, независимо от направления вращения винта. Путем регулировки нажимных пружин можно обеспечить

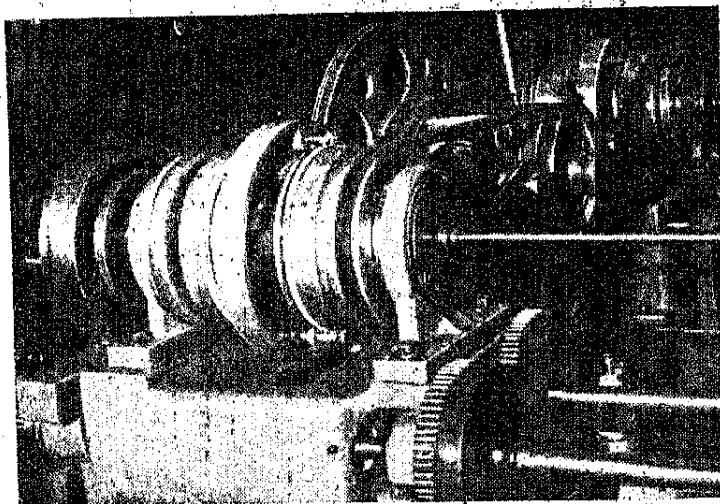
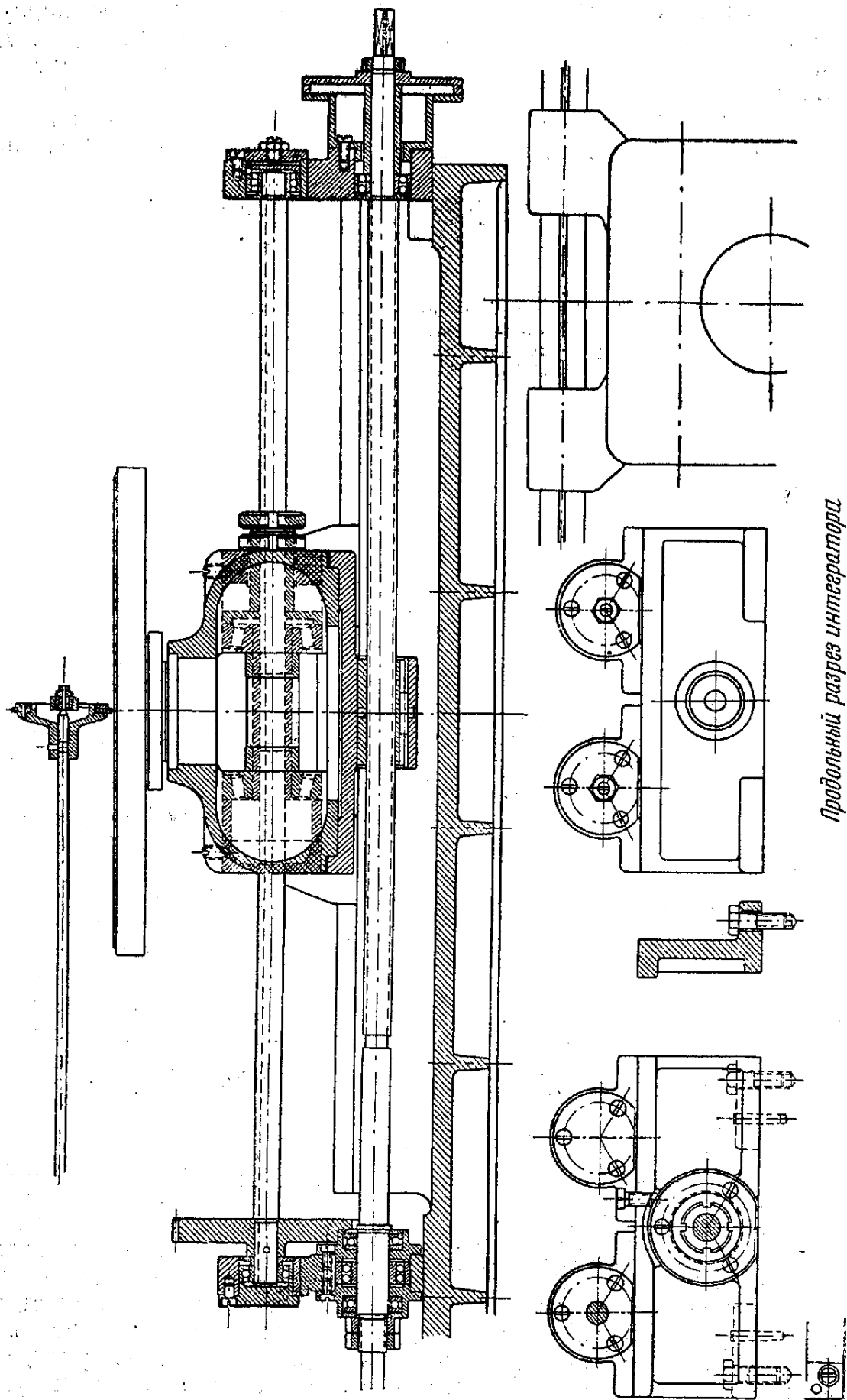


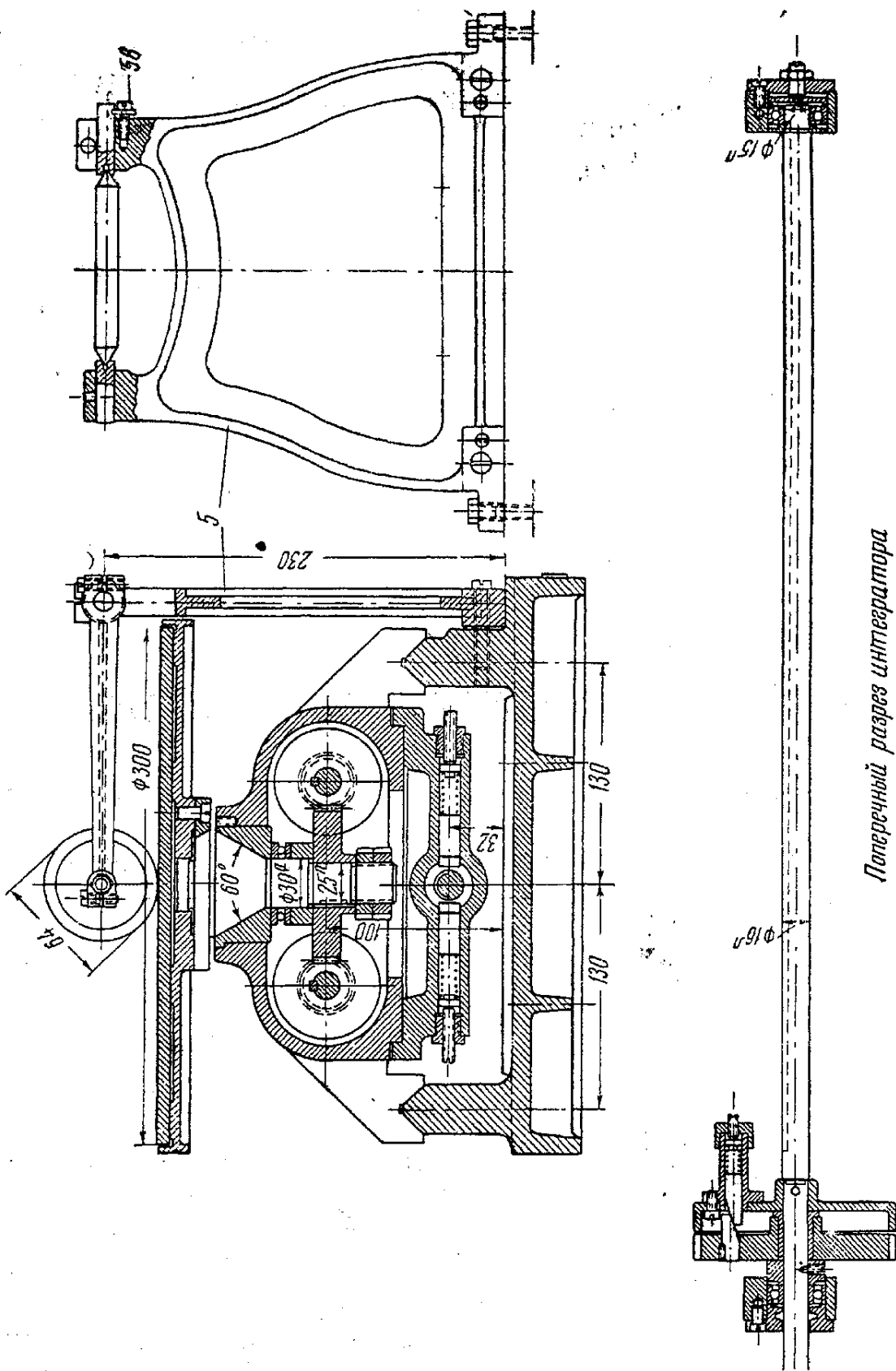
Рис. 10.

полное отсутствие мертвого хода, не вызывая одновременно чрезмерного увеличения трения, которое, вообще говоря, должно быть сведено к минимуму. Для уменьшения трения все опоры в интеграторе за исключением опор, несущих ось ролика интегратора, выполнены на подшипниках качения, ходовой винт — на шариковых подшипниках, вертикальная ось, поддерживающая горизонтальный диск интегратора, — на конических роликовых подшипниках. Сам корпус каретки выполнен из алюминиевого сплава «силумина», с целью уменьшения трения (уменьшение веса). Особые трудности вызвало изготовление горизонтального диска. Сам диск, как видно на рис. 9, 11, 12, покоится в силуминовой тарелке на четырех установочных винтах, при помощи которых поверхность диска может быть установлена совершенно точно под прямым углом к вертикальной оси. Первоначально предполагалось изготовить диск из закаленной стали, однако многочисленные попытки не привели к успеху, так как, несмотря на принятые меры предосторожности, диск после закалки сильно деформировался. При последующей правке удавалось иногда восстановить плоскую поверхность диска, однако с течением времени деформация снова появлялась. Так как для работы прибора необходимо, чтобы поверхность диска была совершенно плоской, то в дальнейшем пришлось отказаться от применения закаленного диска. Во избежание порчи поверхности диска закаленным роликом диск был изготовлен из хромоникелевой стали, тщательно отшлифован, притерт по стеклянным плитам и затем покрыт хромом. Последнее покрытие придало поверхности диска достаточную твердость. На ней закаленный ролик не оставляет никаких следов. Ролик интегратора изготовлен из хромистой стали марки 40X, диаметр его с точностью до нескольких микронов равен 64 мм, причем профиль края ролика в сечении представляет прямой угол, закругленный радиусом всего 0.05 мм. Ролик посажен на алюминиевый корпус, в свою очередь укрепленный при помощи стопорного винта на стальной оси. Ролик прижимается к диску собственным весом и предохраняется от смещения закаленным стальным упорным подшипником, покоящимся в



Продольный разрез интегратора

Рис. 11.



Поперечный разрез интегратора

Рис. 12.

подвижном кронштейне. Детали этого устройства видны на рис. 11 и 12. Существенное значение для точной работы интегратора имеют параллельность оси ролика и направляющих, по которым скользит каретка, и точное расположение точки касания (вернее центра площадки касания) ролика в центре диска при нулевом положении каретки.

Точная установка этого расстояния достигается четырьмя винтами (два прижимных и два отжимных) для смещения фигурной стойки 5 (см. рис. 12), в которой укреплена ось качания подвески ролика. Эта ось имеет с обоих концов каленные острия, покоящиеся в каменных же регулируемых обратных центрах.

Регулировкой натяжения обратных центров при помощи винта 58 можно в небольших пределах смещать плоскость ролика в пространстве. Эту операцию приходится выполнять в тех случаях, когда после разборки требуется снова устанавливать плоскость ролика относительно пространственных ориентиров (плоскость симметрии усилителя и др.).

Для отсчета начальных значений имеется стальная линейка с делениями через 1 мм. Линейка жестко связана с кареткой интегратора. Целые деления отсчитываются при помощи индекса, укрепленного на плите интегратора. Для отсчета долей деления шкалы служит лимб, сидящий на продолжении ходового винта интегратора.

Лимб имеет 300 делений, что при шаге винта 1.5 мм позволяет отсчитывать установку начальных значений с точностью до 0.005 мм. Проверка точности нарезки винта интегратора сразу после изготовления показала, что интегральная ошибка составляет не больше 0.005 мм на 500 мм. Высокая точность требует весьма жесткой конструкции и неизменности расположения отдельных элементов с течением времени. Поэтому при изготовлении прибора большое внимание было обращено на отсутствие последующей деформации ответственных деталей. Прежде всего это относится к основной плите интегратора. Плита эта, изготовленная из первоклассного чугуна, после отливки и предварительной обработки подвергалась искусственному старению. Направляющие призмы доводились на специальном шлифовальном станке с точностью обработки до 1 микрона. Последующая проверка не обнаружила сколько-нибудь заметной деформации направляющих. Интеграторы попарно смонтированы в застекленном футляре, откидная крышка которого обеспечивает свободный доступ ко всем частям прибора.

УСИЛИТЕЛЬ

В описанном выше устройстве интегратора не было пока особо существенных отличий от прибора Томсона. В самом деле, единственным отличием являлась замена шара роликом. Эта замена была вызвана необходимостью уменьшить давление на диск и точнее фиксировать (вследствие острого края ролика) положение точки касания относительно центра диска. Наиболее существенное различие заключается в дополнительном устройстве — следящей системе, или, иначе, усилителе.

Назначение его — разгрузить ролик от передачи усилия, необходимого для вращения частей машины, усилия, которое ролик преодолеть не может. Устройство усилителя основано на следующем давно известном принципе кабестана, выражение которому дал Эйлер, показавший, что для равновесия гибкой нити, охватывающей вращающийся барабан, необходимо соблюдение следующего условия $T_2 = T_1 e^{\alpha f}$ (см. рис. 13).

Таким образом, приложив на ведущем конце усилие (рис. 13) P , мы сможем на ведомом конце преодолеть усилие R , причем $\mu = \frac{R}{P}$ — коэффициент усиления, зависит от угла охвата α и от коэффициента трения f . Этот принцип усиления применялся давно, до того, как были даны его количественные формулировки в простейших механизмах, известных под названием шпилей или кабестанов. Схема использования изложенного выше

принципа усиления в интеграторе показана на рис. 13. Если ориентировочно считать коэффициент трения $f=0.3$ для хлопчатобумажных, льняных или шелковых нитей по металлу, то можно при 2.5 витках нити легко получить на одном барабане соотношение усилий порядка $e^{16.7 \times 0.3} \approx 100$.

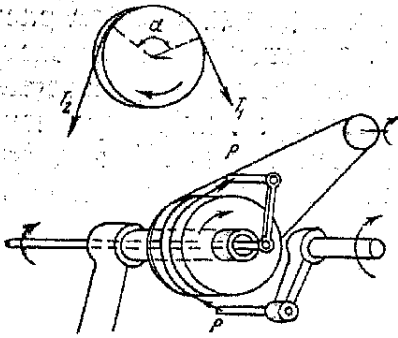


Рис. 13.

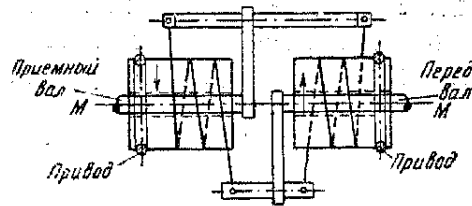


Рис. 14.

Простейшая схема усилителя показана на рис. 13. Через полую ось пропущен валик, на конце которого находится рычажок, к которому прикреплен ведущий конец нити. Барабан, охватываемый нитью, вращается от двигателя. Если приложить небольшое усилие к ведущему концу нити, вращая валик, то на ведомом конце можно получить усилие, увеличенное в μ раз и достаточное для преодоления значительных сил сопротивления, возникающих в механизме. Таким образом, получается следящая система, которая в силу того, что нити почти не растягиваются, строго обеспечивает синхронное вращение ведомого и ведущего валов. На рисунке 13 показан усилитель, действующий лишь при вращении в одну сторону.

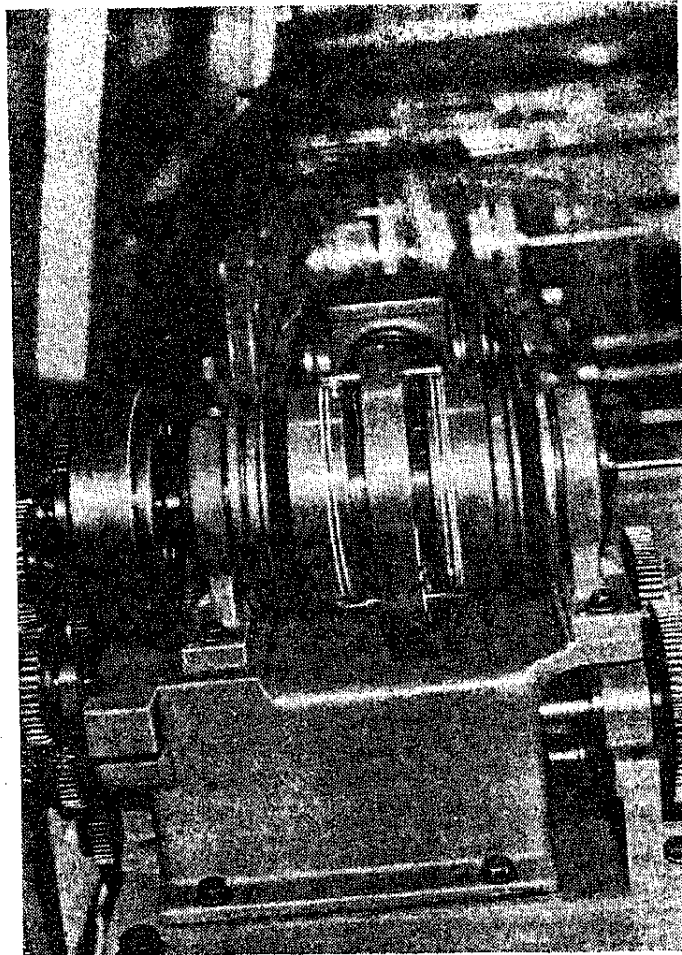


Рис. 15.

Чтобы обеспечить усиление при вращении в другую сторону, нужно разместить симметрично относительно рычажка такую же систему, но с намоткой нитей в противоположном направлении. Естественно, что и барабаны должны при этом приводиться также в движение от двигателя в противоположных направлениях. На рис. 14 показана схема такого усилителя.

Казалось бы, что по рассмотренной выше схеме можно создать усилитель с очень большим коэффициентом усиления, достаточно лишь наложить на барабан большое количество витков. В действительности дело обстоит не так просто. Усилие, действующее на нить, возрастает чрезвычайно быстро вдоль нити от ведущего к ведомому концу. При большом количестве витков (угол охвата α велик) ничтожная неравномерность толщины нити

или местная шероховатость барабана легко могут привести к «захлестыванию» нити. На выходе усилителя нужно получить вращающий момент порядка 0.3—0.5 кг·м. Это при плече 6 см дает усилие на ведомом конце нити 5—8 кг. Такое усилие может выдержать нить значительного диаметра, которая была бы слишком жесткой для ведущего конца, где в нашем распоряжении лишь незначительные усилия. Это обстоятельство также заставляет отказаться от применения большого количества витков в одной ступени усиления. Удовлетворительным решением является каскадное усиление. Усилитель выполнен двухступенчатым с усилением около 100 в каждой ступени. Это дает общий коэффициент усиления по моменту около 10^4 .

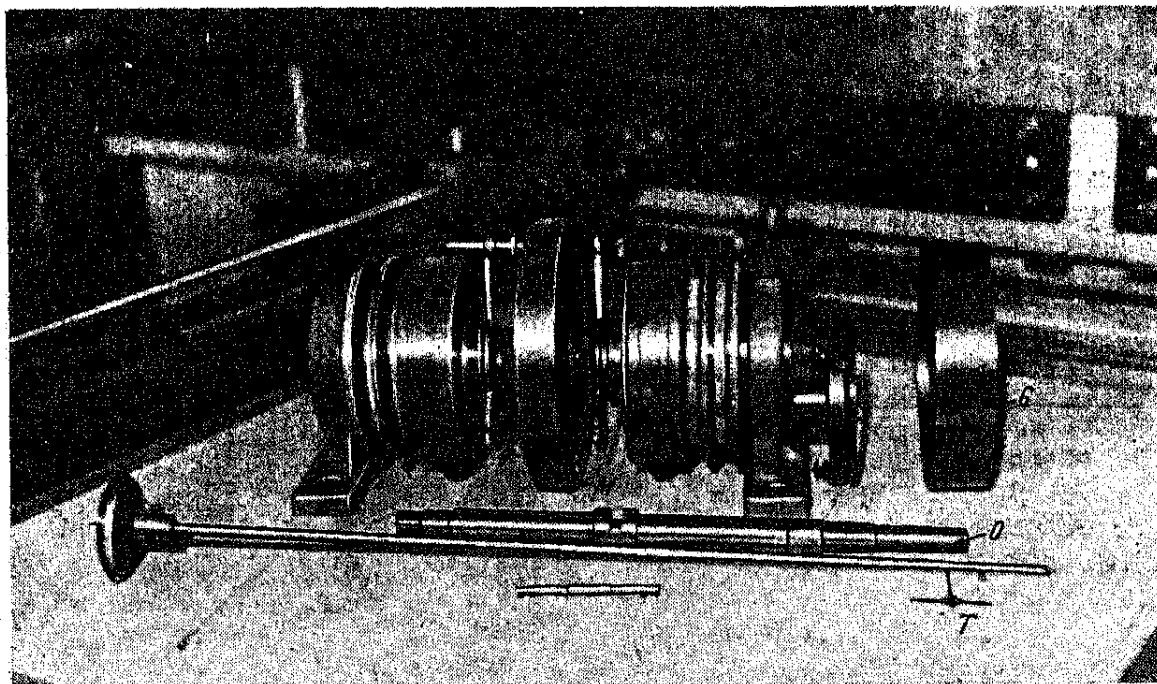


Рис. 16.

Такой двухступенчатый усилитель показан на рис. 15. В каждой ступени $2\frac{1}{2}$ витка нити. На входной ступени тонкая шелковая нить, а на выходной — прочный шнур диаметром около 2 мм.

Общая конструкция и отдельные детали показаны на рис. 16, 17 и 18.

Основой усилителя является полая стальная ось O , покоящаяся на двух стойках на шариковых подшипниках. На этой оси, примерно в середине между опорами, расположен силуминовый маховичок M , к которому прикреплены выходные концы нитей усилителя для правого и левого хода. Рычажок T , к которому прикреплены ведущие концы нитей, пропущен через прорезь, имеющуюся в основной оси. Двухступенчатые барабаны расположены по обе стороны от маховичка и приводятся в движение клиновидными резиновыми ремнями от электродвигателя. Барабаны выполнены из силумина, причем диаметр малого барабана (первая ступень усилителя) около 60 мм, диаметр второй ступени около 125 мм. Барабаны расположены не непосредственно на основной оси усилителя, а на стальных трубчатых полуосях, укрепленных неподвижно в подшипниковых стойках. Сделано это для того, чтобы при неработающем усилителе не получилось увлечения основной оси вращающимися барабанами при большом трении в подшипниках последних. Эти же неподвижные полуоси являются одновременно опорой для промежуточного звена усилителя, связывающего, с одной стороны, выход нитей первой ступени усиления и начало нитей на второй ступени. Благодаря тому, что эта промежуточная деталь D (траверса) покоится на неподвижной в пространстве оси, устраняется возможность увлечения этой траверсы основной осью усилителя. Трение, возни-

кающее между траверсой и неподвижными полуосями, является фактором, препятствующим возникновению колебаний. Рассмотренный механический усилитель обладает рядом свойств электронного усилителя. Механический усилитель способен при известных условиях самовозбуждаться и

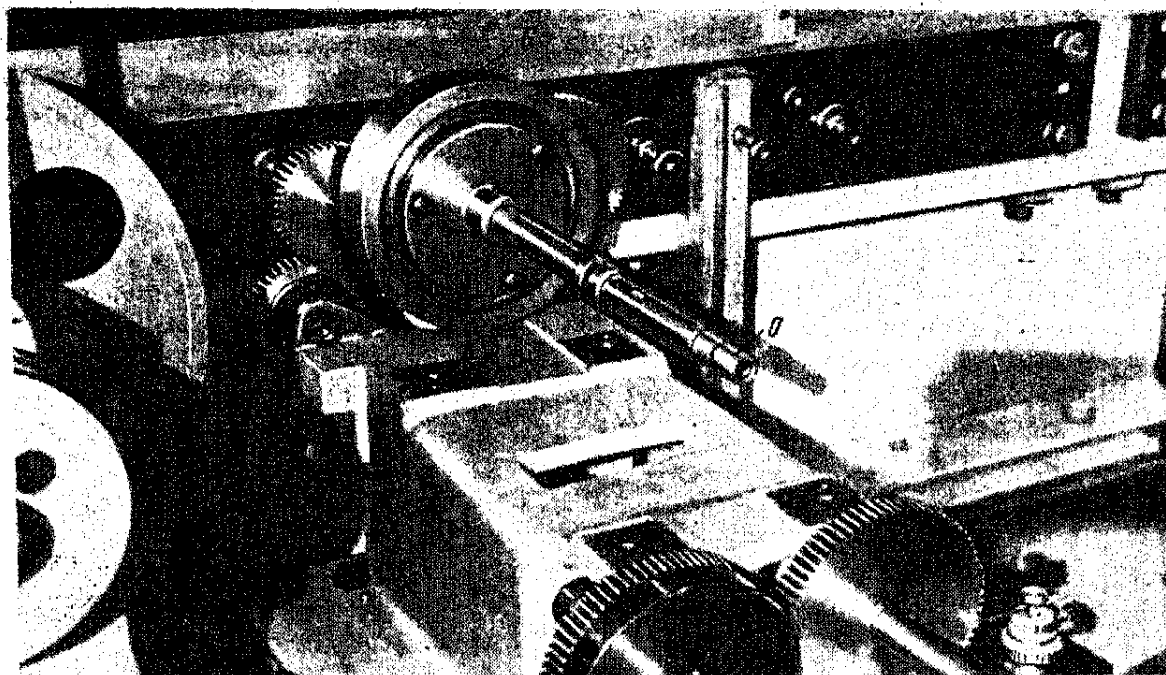


Рис. 17.

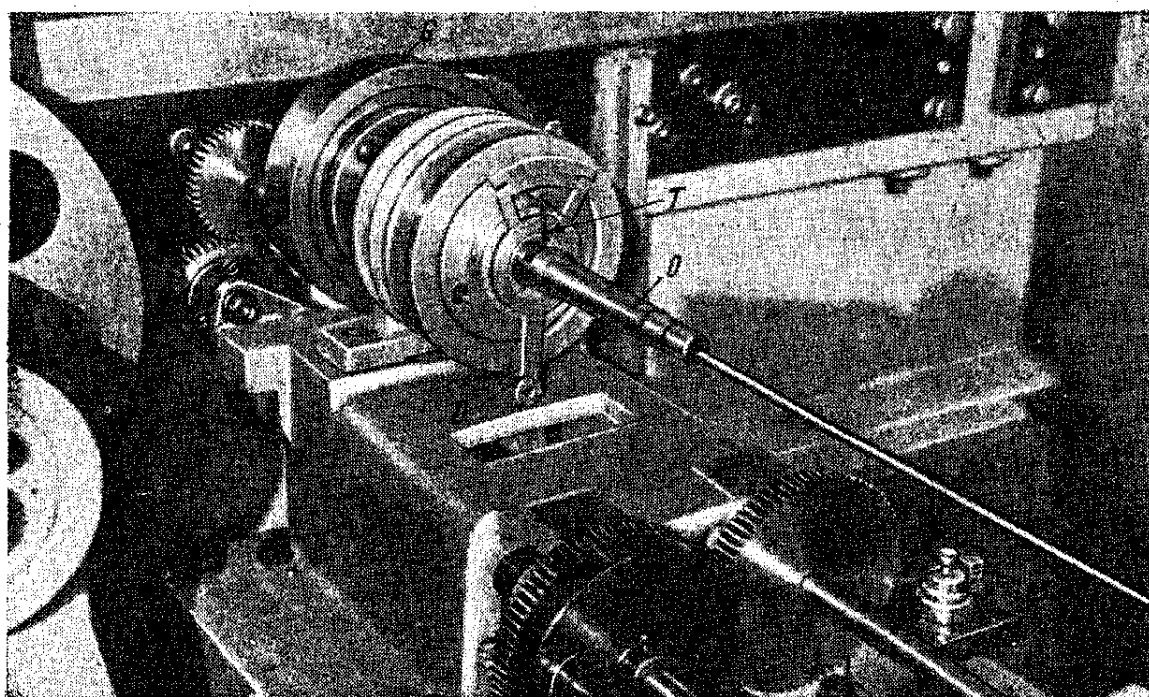


Рис. 18.

совершать незатухающее колебание. Возможен и другой вид самовозбуждения наподобие обычного серийного генератора. О последнем явлении было сказано выше, когда шла речь о «захлестывании» нитей, или самозатягивании. Основной причиной этих явлений служит «обратная связь» между входом и выходом усилителя. При большом коэффициенте усиления

достаточно ответвления ничтожной части усилия с выхода на вход, чтобы получилось явление самовозбуждения. Для устранения этой опасности применено, помимо разделения усилителя на две ступени, успокоение между первой и второй ступенями в виде трения, возникающего между траверсой и неподвижными полуосями. Кроме того, предусмотрен успокоитель на выходе, представляющий собой маховик G , свободно сидящий на основной оси усилителя и связанный с ней при помощи фрикциона. При плавном вращении маховик увлекается трением о войлочную шайбу и вращается с той же скоростью, что и основная ось. При возникновении колебаний маховик проскальзывает относительно оси и вносит в систему успокоительные силы. Опыт показал, что наиболее эффективным с точки зрения подавления самовозбуждения оказалось трение в опорах промежуточной траверсы. Роль маховика-успокоителя, по видимому второстепенная, так как удаление фрикциона существенного изменения не вносило.

Необходимо отметить еще одно интересное свойство механического усилителя. Это до некоторой степени компенсация изменения коэффициента трения между нитью и барабанами. Коэффициент трения f входит в выражение для коэффициента усиления μ так же, как угол охвата. Если по какой-либо причине (например, вследствие попадания смазки) внезапно коэффициент трения уменьшится, это немедленно повлечет за собой уменьшение коэффициента усиления и перераспределение усилия по нити. Суммарное растяжение нитей возрастет, и это вызовет увеличение угла охвата, отчасти компенсирующее уменьшение коэффициента трения.

Благодаря этой автоматичности усилитель почти не реагирует на малые отклонения режима, проистекающие из-за вариаций коэффициента трения, не одинакового состояния поверхности барабанов и т. д.

Таким образом, выходной конец нити усилителя почти в точности воспроизводит движение входного конца, т. е. ролика интегратора, если отвлечься от растяжения нити и мертвого хода, обусловленного слабиной нити. Последняя необходима для того, чтобы при перемене направления вращения усилие с одного барабана переходило на другой.

РАСПОЛОЖЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНЫ

Усилитель смонтирован на одной плите с интегратором так, что основная ось усилителя является продолжением оси ролика интегратора. К основному «коммутационному» полю машины, состоящему из упомянутых вначале продольных и поперечных валов, интегратор (с усилителем) присоединяется посредством трех валиков. Один из них — выходной вал интегратора — находится на уровне плоскости поперечных валиков. Два других (входных) валика расположены ниже и присоединяются к соответствующим поперечным валам «коммутационной схемы» посредством трех шестеренных передач (рис. 19) с передаточным числом $1 : 1$. Выход же интегратора присоединен непосредственно.

На устройстве «коммутационного поля» необходимо остановиться несколько подробнее.

Как уже указывалось, коммутационное поле служит для составления различных кинематических схем, могущих встретиться при решении дифференциальных уравнений. В соответствии с этим продольные валики могут получать различные назначения, в то время как поперечные валики имеют жестко установленное назначение. Коммутационное поле состоит из восьми секций, расположенных так, как показано на рис. 2а. Имеется четыре секции с шестью поперечными валиками и четыре секции с тремя поперечными валиками.

Назначение отдельных валиков показано на рис. 2а. Часть поперечных валиков не использована и является резервом для пристройки дополнительных элементов к машине.

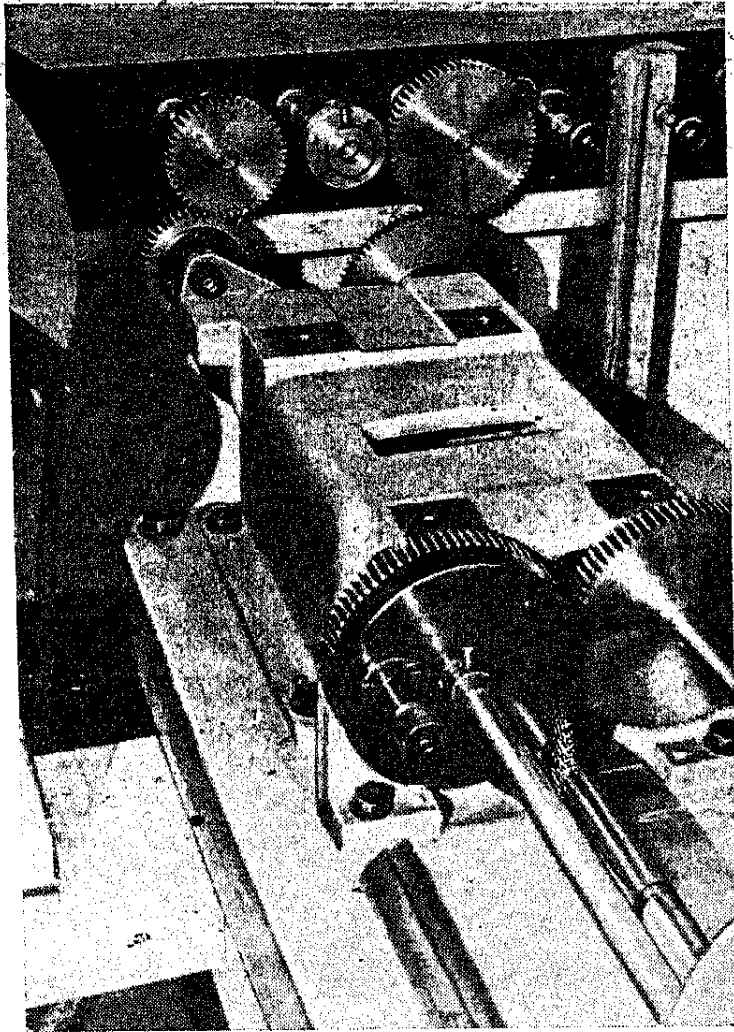


Рис. 19.

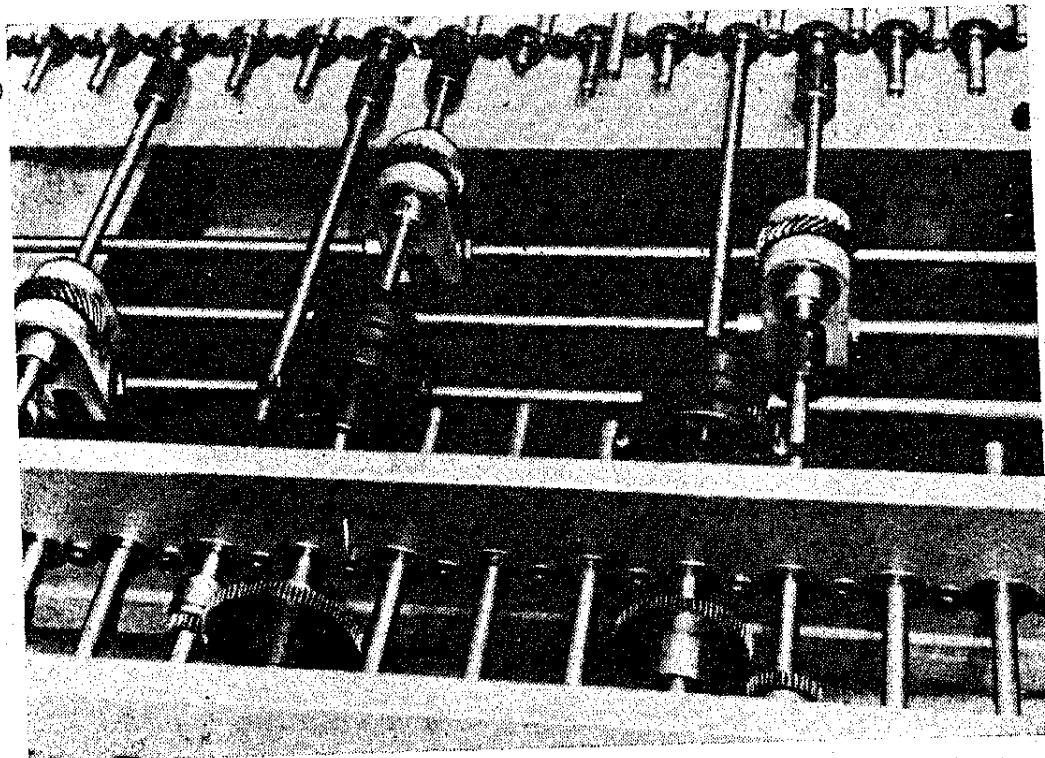


Рис. 20.

Часть продольных валиков, числом 18, расположена в плоскости, отстоящей на 75 мм от плоскости поперечных валов. Эти 18 валиков являются основными и могут быть пропущены из одного конца машины в другой, через все 8 секций коммутационного поля. Помимо этих основных продольных валиков, имеются еще вспомогательные валики, расположенные в другой плоскости, несколько выше основных. Вспомогательные валики не могут непосредственно соединяться с поперечными, а служат лишь для передачи движения в пределах одной или двух секций и главным образом для включения промежуточных и обходных передач между основными продольными валиками (рис. 20).

Продольные валики состояются из отдельных звеньев, коротких и длинных, в зависимости от того, монтируется ли валик в 6- или 3-вальной секции. Отдельные звенья соединяются друг с другом при помощи простых муфт и крепятся стопорами. Опорой служат шариковые подшипники, расположенные в 9 опорных коробках. Расстояния между осями подшипников выдержаны с точностью 0.02 мм, что позволило обеспечить безупречное сцепление шестерен между любой парой смежных продольных валов, как основных, так и вспомогательных.

Внутри коробок на коротких валиках могут быть смонтированы также сумматоры (дифференциалы), при помощи которых можно соединить три любых смежных продольных валика. Все валики (продольные и поперечные) имеют один и тот же диаметр 14 мм, выдержанный с большой точностью. Валики вполне взаимозаменяемы.

Коробки с шарикоподшипниками смонтированы на двух двутавровых балках, проходящих вдоль всей машины. К этим же балкам на кронштейнах и консолях крепятся интеграторы и доски (операторные и приемные).

ОПЕРАТОРНАЯ И ПРИЕМНАЯ ДОСКА

Операторная доска служит для внесения в машину значений $f(z)$ по заданному z . Устройство ее заключается в следующем (рис. 21).

Параллельно одной из сторон доски расположена направляющая A , по которой может перемещаться ползушка Π , увлекаемая ходовым винтом B . В этой ползушке укреплены две других направляющих np , образующих с направляющей A прямой угол. По направляющим np может перемещаться при помощи ходового винта B_1 другая ползушка — Π_1 . Движение винту B_1 передается от шлицевого валика S при помощи пары винтовых шестерен. Вращение шлицевого валика S , с которым при помощи скользящей по пазу шпонки постоянно сцеплена одна из упомянутых винтовых шестерен, производится посредством рукоятки. На ползушке Π_1 имеется указатель и лупа.

Расположим на доске график $f(z)$ так, чтобы ось z была параллельна направляющей. Совместим указатель на ползушке Π_1 с точкой графика $f(z_0)$, которая отвечает начальному значению абсциссы z_0 . В этом положении сцепим гайки, при помощи которых перемещаются ползушки Π_1 и Π . Если вращать ходовой винт B и, одновременно вращая рукоятку, держать указатель на графике $f(z)$, то угол поворота винта B_1 , а следовательно, и шлицевого валика S (от начального положения) будет пропорционален значению $f(z)$.

Приемная доска представляет собой ту же операторную доску, с тем же координатным механизмом. Вместо указателей, на ползушке укрепляется карандаш или перо. В приемной доске движения по оси абсцисс и оси ординат задаются автоматически от машины. Приемная доска показана на рис. 22. Она имеет длинную ползушку Π , перемещаемую при помощи ходового винта B , и две ползушки Π_1 и Π_2 с независимым движением от двух других ходовых винтов B_1 и B_2 . Таким образом, на приемной доске можно записать в виде графика одновременно две величины в функции третьей.

Приемная доска присоединяется к коммутационной схеме тремя валиками. На ползушках укреплены держатели, несущие пишущее острие S (карандаш или перо).

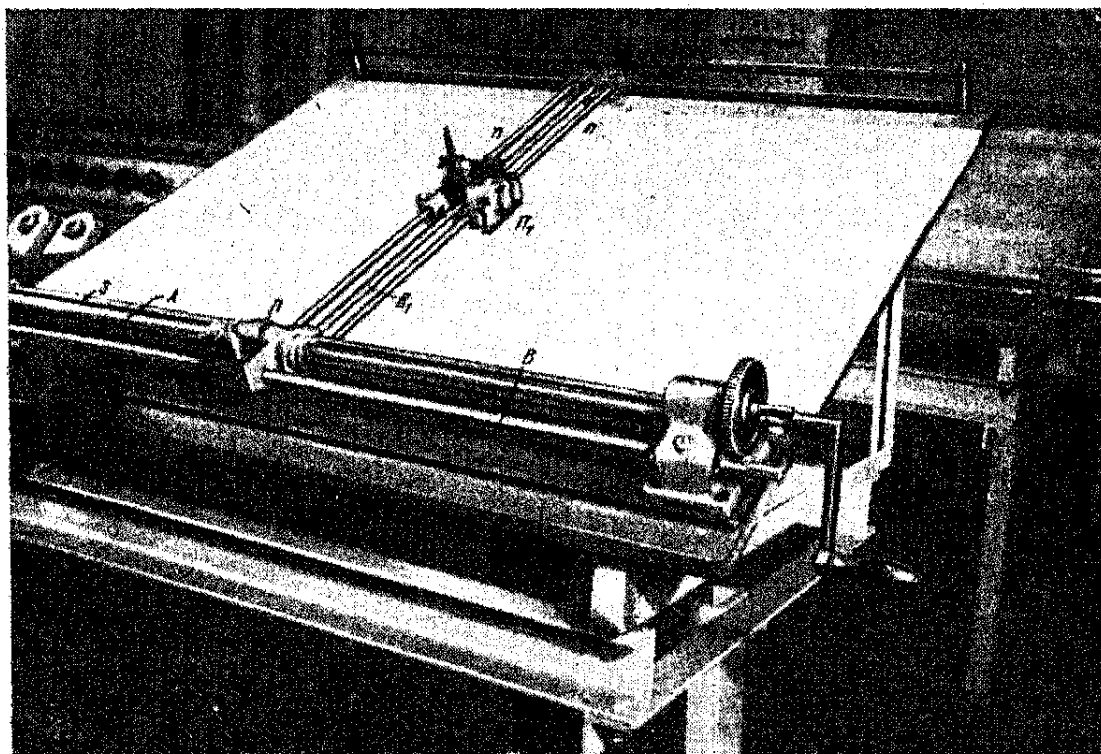


Рис. 21.

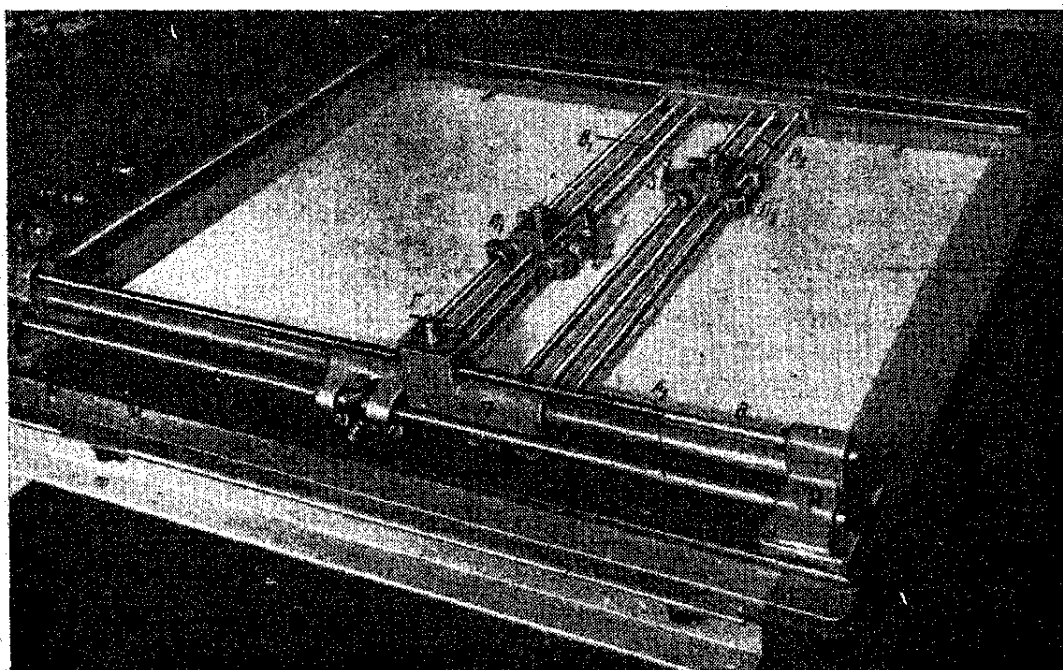


Рис. 22.

При пересечении кривых, вычерчиваемых обоими карандашами, один из них отходит несколько в сторону, в результате чего в месте пересечения на одной из кривых вычерчивается выкружка.

МНОЖИТЕЛЬНАЯ И ПОЛЯРНАЯ ДОСКА

Одна из четырех операторных досок выполнена так, что может служить не только для ввода в машину функций, заданных графиком в прямоугольных координатах (как на трех других досках), но также и в полярных координатах. Этой же доской можно воспользоваться для непрерывного получения произведения двух функций, заданных вращением соответствующих валов. Устройство полярной доски (см. рис. 23) отличается от рассмотренной выше операторной тем, что график функции накладывается на металлический диск D , угол поворота которого и представляет собой полярный угол φ . Функция $r(\varphi)$, представляемая радиусом-вектором r , вводится в

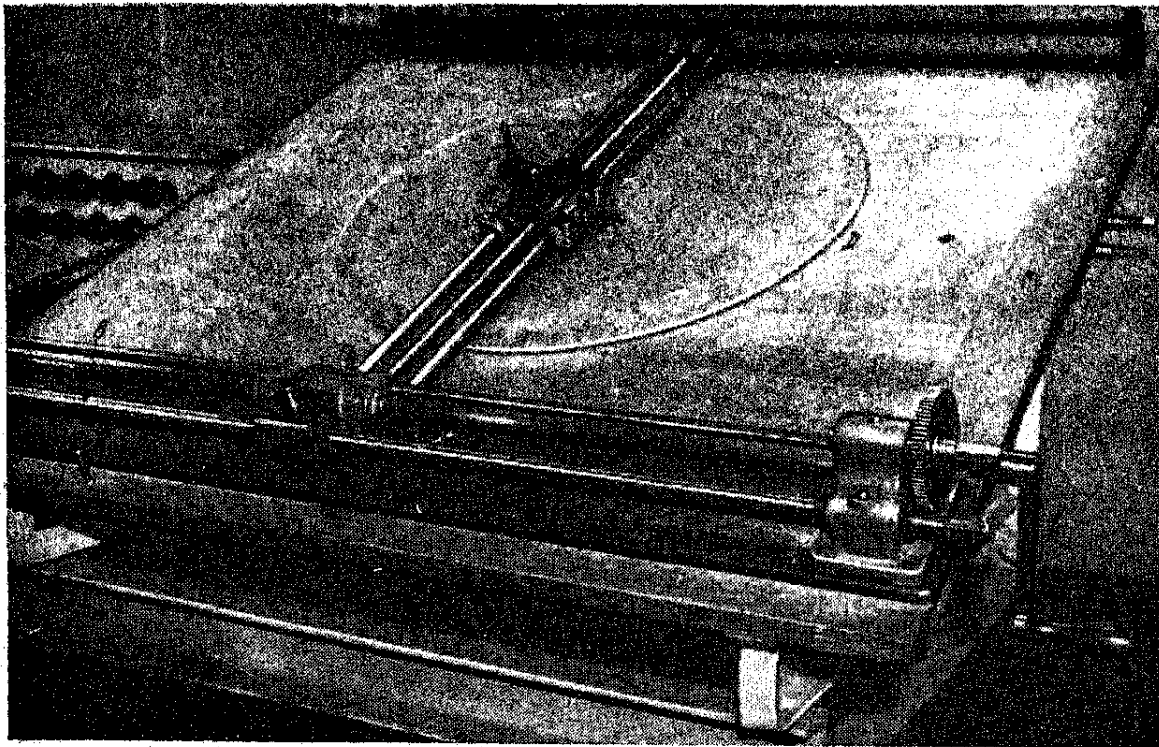


Рис. 23.

машину тем, что оператор, вращая рукоятку H , перемещает ползушку P_1 и совмещает с графиком имеющийся на ней индекс. Направляющие n , по которым скользит ползушка P_1 , при этом не подвижны, в отличие от обычной операторной доски, где они перемещаются посредством ползушки P_2 и ходового винта B . Привод диска D осуществляется при помощи скрытой под доской червячной передачи от одного из поперечных валиков коммутационной схемы через цепь K . На рис. 24 показано, как выполняется операция умножения двух функций, заданных углом поворота двух валов.

Линейка D может вращаться на оси O при помощи стержня S , прикрепленного к D под 90° и пропущенного через качающуюся ползушку P_3 . Последняя может перемещаться посредством винта B_1 и гайки.

Параллельно оси винта B_1 расположена направляющая A , по которой скользит ползушка P_2 , перемещаемая винтом B . Вращая рукоятку H можно перемещать другую ползушку P_1 в направлении, перпендикулярном к A , как в обычной операторной доске. Пусть угол поворота винта B_1 представляет f_1 , а угол поворота винта B — f_2 . Из подобия $\triangle OSP_3$ и $\triangle OPU$ следует $\frac{f_1}{h} = \frac{y}{f_2}$. Это равенство справедливо, пока указатель U находится на прямой OD . Задачей оператора является непрерывное совмещение указателя U с чертой, проведенной на линейке D . Угол поворота вала, вращаемого рукояткой H , будет при этом пропорционален значению y .

Множительная доска, как и интегратор, присоединяется к трем поперечным валам, из них два входных и один выходной.

В действительности, вместо линейки, служит уже упоминавшийся выше диск D полярной доски, на котором имеется соответствующая черта (рис. 25). Угол поворота диска при работе множительной доски ограничен в пределах $\pm 45^\circ$ от среднего положения когда черта на диске параллельна винту B_1 .

Винт B_1 и связанный с ним механизм скрыты под доской. Привод винта осуществляется посредством цепи (рис. 26, 27). Разумеется, что при

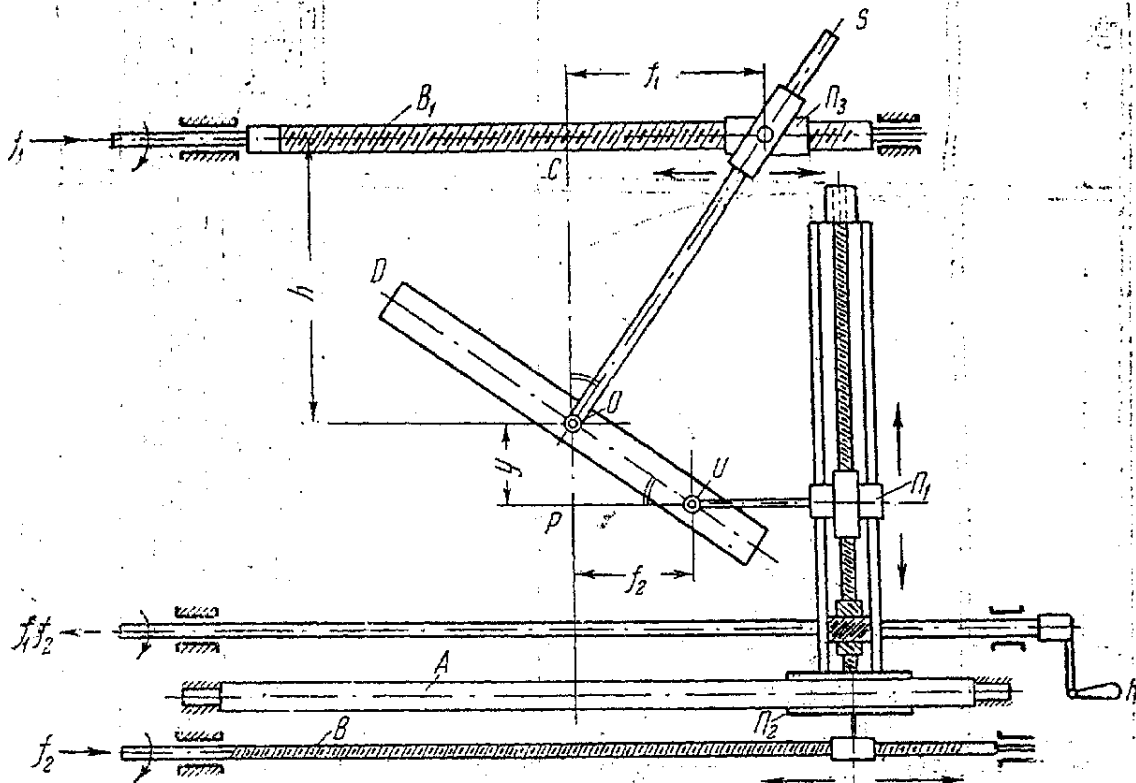


Рис. 24.

использовании доски в качестве множительной червяк, служащий для вращения диска при работе доски в качестве полярной, должен быть разобщен с червячным колесом. Это достигается путем смещения червяка. Шаг винта B_1 (рис. 24), передаточное число цепной передачи и расстояние h подобраны так, что значение произведения получается с масштабным множителем $\frac{1}{64}$, именно, $h = 192$ мм, шаг винта $B_1 = 1.5$ мм, передаточное число цепной передачи $K = 2$. Если n_1 — число оборотов вала коммутационной схемы, изображающего f_1 (в масштабе 1), а n_2 — число оборотов вала f_2 (также в масштабе 1), то на множительной доске расстояние f_1 будет равно $2 \times n_1 \times 1.5 = f_1$; $y = n \times 1.5$, $f_2 = 1.5 \times n_2$, откуда $n = n_1 \cdot n_2$.

Этот масштаб можно изменить в пределах механизма доски, изменив передаточное число передачи к винту. Некоторые элементы конструкции полярно множительной доски видны на рис. 27. Механизм поворота диска и ходовой винт смонтированы на массивной плите. Этим обеспечена неизменность расстояния h , определяющего масштаб. Для устранения мертвого хода винт B_1 снабжен разрезной гайкой, обе половины которой распираются пружинным клином.

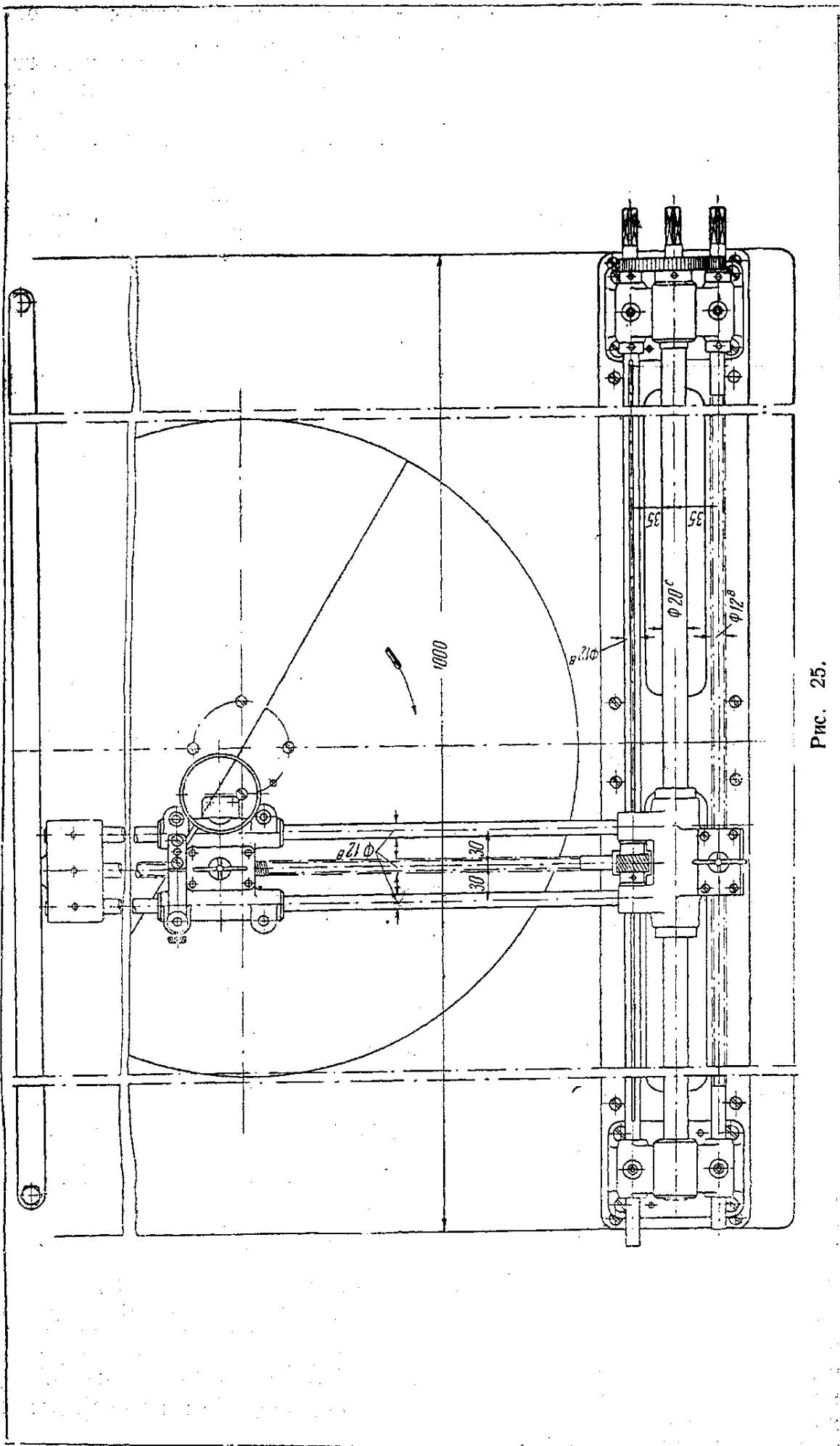
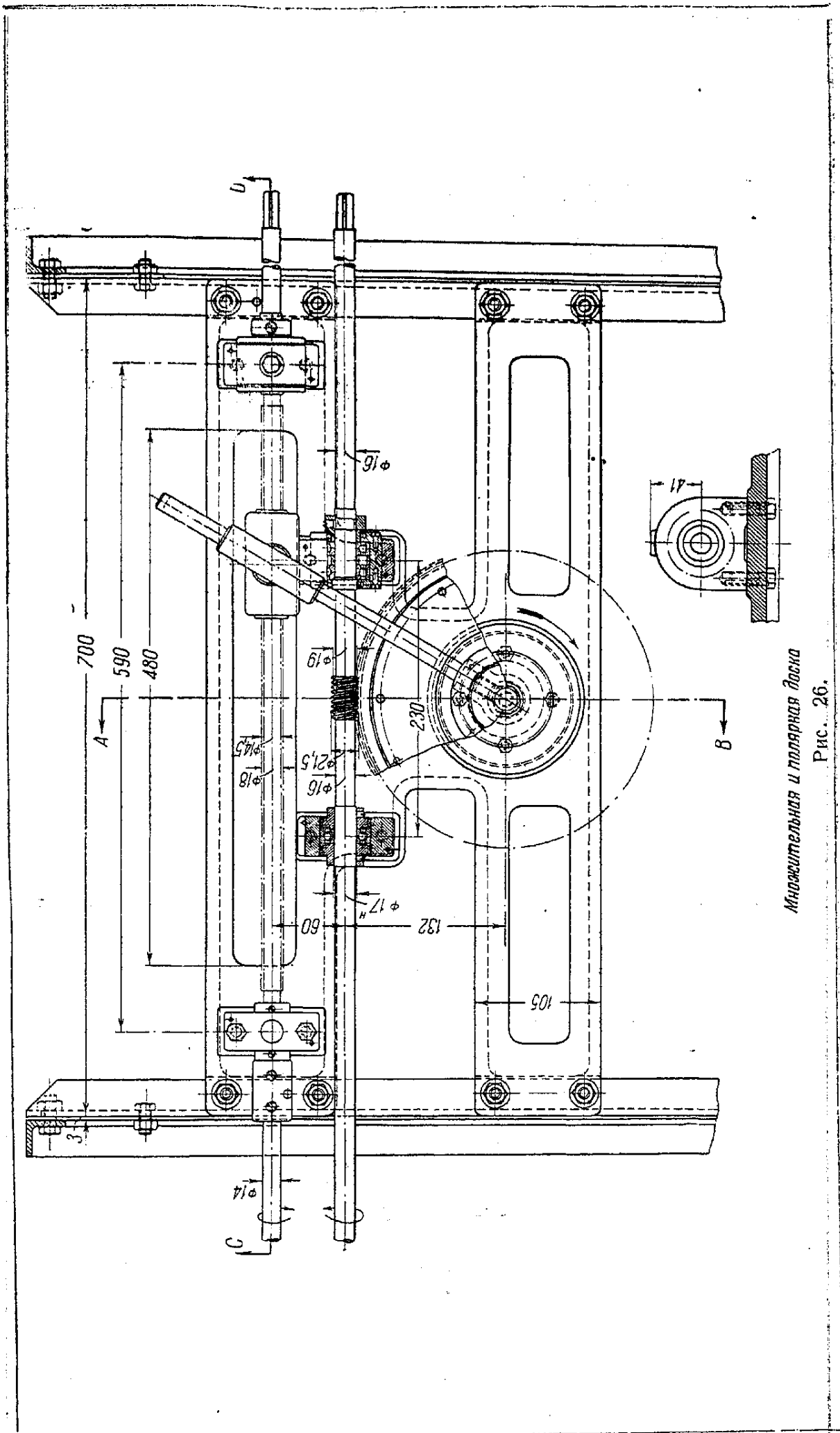
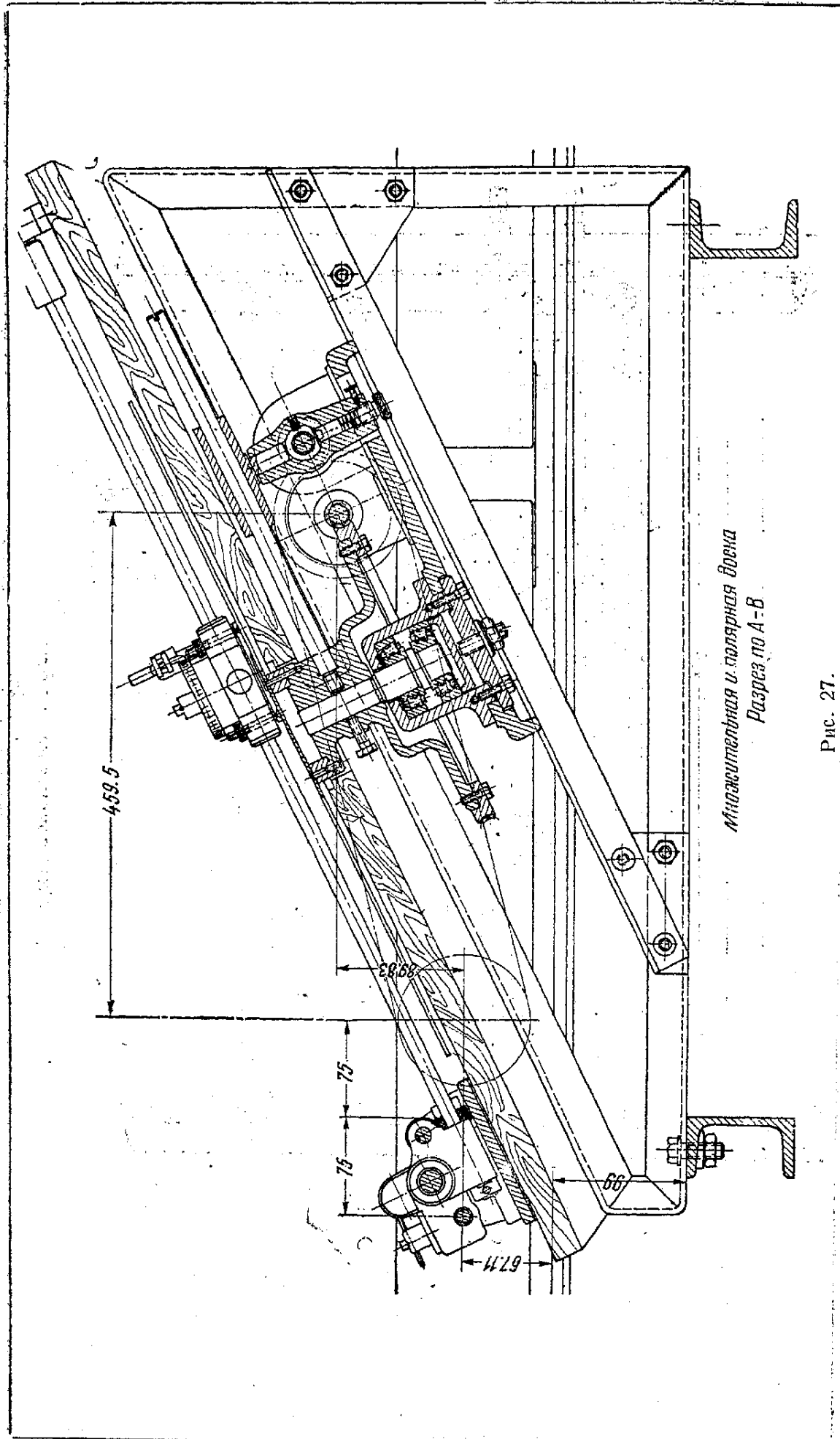


Рис. 25.



Множественная и поларная доска

Рис. 26.



СМЕННЫЕ ДЕТАЛИ

Машина оснащена большим количеством сменных деталей, устанавливаемых в нужном количестве и в соответствующих частях кинематической схемы. К числу таких элементов относятся, помимо продольных валиков различной длины, также шестерни, сумматоры и компенсаторы мертвого хода.

Шестеренные передачи применяются двух видов, из винтовых колес правого и левого хода с передаточным числом $1:1$ для соединения продольных и поперечных валов.

Шестеренные передачи для соединения параллельных валов (продольных) имеются для передаточного числа $1:2$ и $1:4$. Этот небольшой набор передаточных отношений не позволяет непосредственно в схему вводить иные множители (или делители), кроме 2 в различной степени. Это ограничение заставляет прибегать к преобразованию уравнения и введению множителей отличных от 2 в масштаб графиков коэффициентов, а иногда требует использования интегратора в качестве редуктора. С добавлением комплектов передач с другими передаточными числами ряд ограничений отпадет.

Среди сменных деталей имеется 12 сумматоров-дифференциалов, служащих для выполнения операции сложения (вычитания).

Устройство сумматоров несложно и показано на рис. 28.

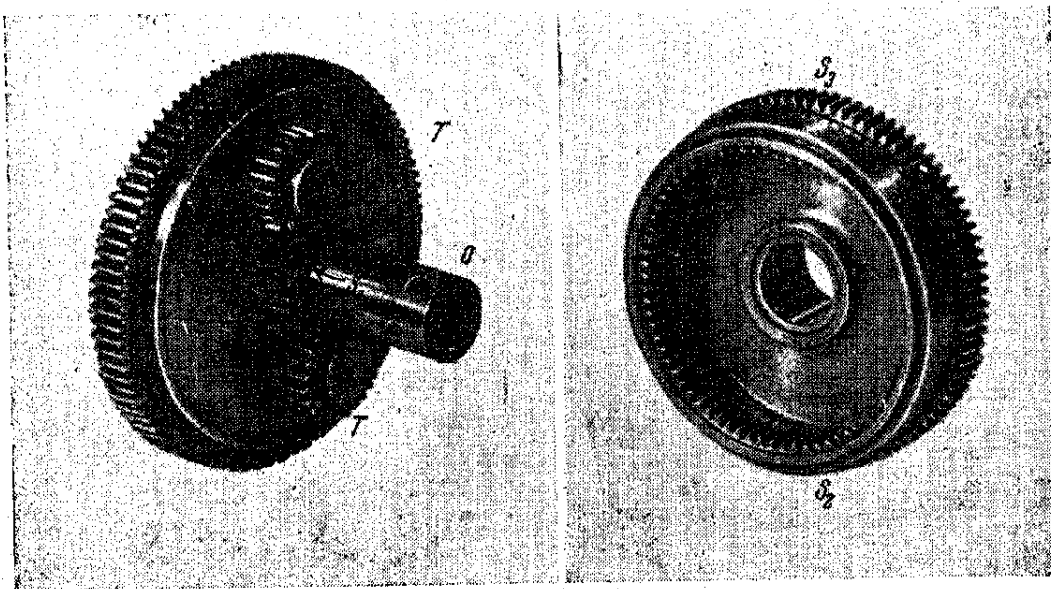


Рис. 28.

На полой оси O посередине длины нарезана шестерня S_3 , имеющая 24 зубца. На ось O свободно насажена чашеобразная шестерня S_2 , имеющая внутренний зубчатый венец с 72 зубцами и наружный зубчатый венец с 90 зубцами. Шестерня S_3 с наружным зубчатым венцом несет на себе две малых шестерни T , свободно вращающиеся на осях, укрепленных в S_3 . Шестерня S_2 также свободно насаживается на ось O так, чтобы шестерни-спутники T находились в зацеплении с шестерней S_1 и зубчатым внутренним венцом S_2 . При помощи стопорных колец шестерни S_2 и S_3 удерживаются на оси O . В собранном виде сумматор показан на рис. 29.

Если расположить сумматор между тремя валами, пропустив средний вал 2 через полую ось и соединив крайние валы 1 и 3 через шестерни с наружными зубчатыми венцами сумматора, как показано на рис. 29, то угол поворота вала 3, соединенного передачей $1:3$ будет равен сумме углов поворота валов 1 и 2.

На рис. 29 сумматор установлен на выступающих из коробки концах валов. Большой частью он устанавливается внутри коробок.

В числе сменных элементов имеется 12 компенсаторов мертвого хода, играющих большую роль в повышении точности работы машины.

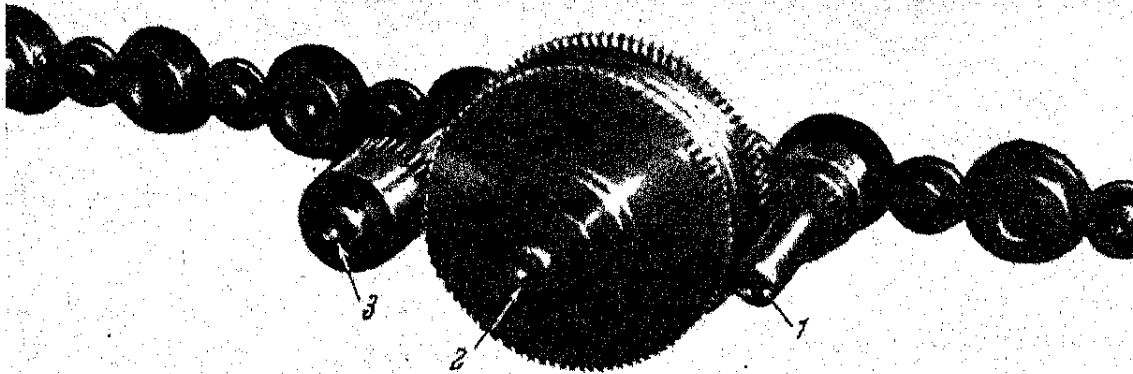


Рис. 29.

Устройство компенсатора (поглотителя) мертвого хода заключается в следующем (рис. 30):

Вал *I* — ведущий, в системе которого необходимо компенсировать мертвый ход по отношению к ведомому валу *II*.

Вал *I* и *II* соединяются между собой посредством планетарной передачи, являющейся основой компенсатора.

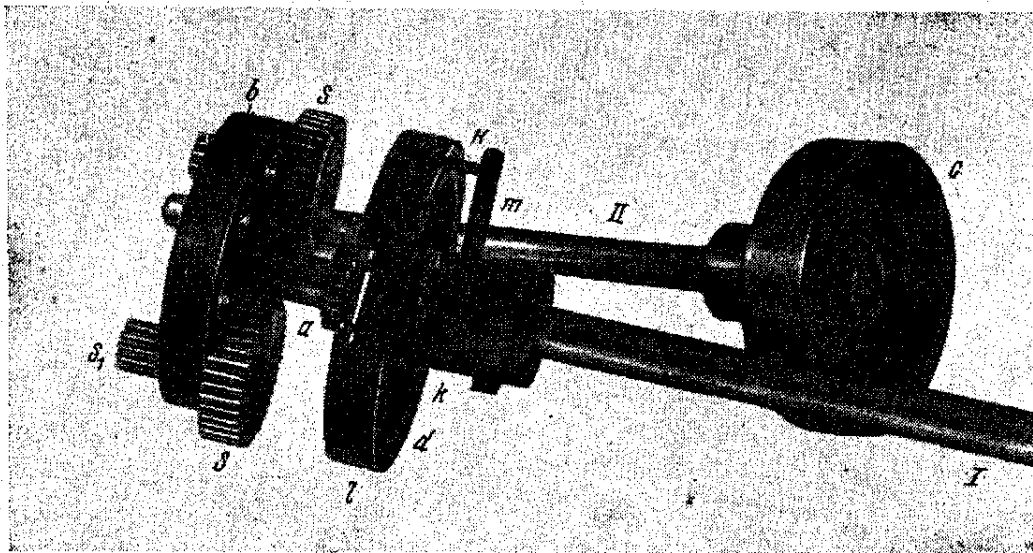


Рис. 30.

Центральная шестерня планетарной передачи жестко связана с диском *d*, свободно сидящим на ведущем валу *I*. Два сателлита *S* вращаются вместе со своими осями в буксах, находящихся на другом диске *b*, жестко связанном с валом *I*. Ведомый вал имеет на конце шестерню *C* с внутренним зацеплением. Шестерня *C* находится в постоянном зацеплении с двумя малыми шестернями *S*₁, сидящими на осях сателлитов *S*.

Диск *d*, охватывается с наружной стороны тормозной лентой *l*, закрепленной неподвижно в пространстве. Кроме того, на диске *d* имеются два

стопора K , упирающихся в крайних положениях в штифт m , жестко связанный с валом I .

Расстояние (угол) между стопорами K можно регулировать посредством ряда отверстий, имеющих на диске d . При вращении вала I в каком-либо направлении один из стопоров K упирается в штифт m . Планетарная передача блокируется, и вал II вращается со скоростью вала I . При изменении направления вращения вала I один из стопоров K отделяется от штифта m , так как диск d благодаря тормозу l остается неподвижным.

Сателлиты S начинают обкатываться вокруг неподвижной центральной шестерни a , увлекая при помощи S и шестерню C , т. е. вал II . Передаточное число планетарной передачи подобрано таким образом, что при неподвижном диске d , т. е. когда стопоры K не касаются штифта m , скорость вала II , составляет 1.1 скорости вала I . Планетарная передача будет работать лишь до тех пор, пока штифт m не дойдет до второго стопора. После этого передача будет опять заблокирована и валы I и II будут вращаться с одинаковой скоростью. Если сделать угол между стопорами K равным десятикратному углу мертвого хода, то, пока вал I повернется на угол установки стопоров, вал II повернется на угол в 1.1 раза больший. Таким образом, на протяжении части первого же оборота будет скомпенсирован мертвый ход. О применении компенсаторов будет сказано ниже при рассмотрении источников ошибок.

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ СХЕМА

Электрическое оборудование машины весьма несложно и состоит из трех асинхронных двигателей по 1.5 квт 1500 об/мин, вращающих каждый барабаны двух усилителей, и одного двигателя постоянного тока, мощностью около 1 квт при 1500 об/мин, вращающего вал независимой переменной. Двигатель постоянного тока питается от аккумуляторной батареи и регулируется реостатом в цепи якоря. Электрическая схема имеет блокировку, исключающую возможность пуска вала независимой переменной при невключенных усилителях или при отсутствии напряжения в сети переменного тока. Точно так же предусмотрен автоматический останов (от путевых выключателей) машины при приближении кареток интеграторов к крайним положениям.

Для управления служит небольшая кнопочная станция на конце гибкого многожильного кабеля, которую можно переносить в пункт, откуда будет производиться управление машиной. Эта кнопочная станция видна на рис. 21 в левом нижнем углу. Кнопочная станция содержит кнопки пуска и останова усилителей, кнопки пуска и останова вала независимой переменной, кнопки быстрого и медленного хода вала независимой переменной и, наконец, джек для выбора направления вращения вала независимой переменной и ключ, при помощи которого кнопочная станция отключается от сети.

Кнопочная станция обычно устанавливается на одной из операторных досок. При обводе трудного участка графика оператор может нажатием кнопки замедлить или совсем остановить вал независимой переменной или изменить направление вращения, если это понадобится.

СОСТАВЛЕНИЕ СХЕМЫ РЕШЕНИЯ И ВЫБОР МАСШТАБОВ

При описании принципа действия машины мы бегло разобрали схему решения простейших дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами. При составлении этих схем мы ограничились лишь принципиальной стороной, не указывая, как выбрать и установить масштабы величин, входящих в уравнение, как по полученному графику или отсчету углов поворота соответствующих валов установить числовое значение переменных. В настоящей главе мы этот вопрос рассмотрим под-

робнее и специально остановимся на различных возможностях составления схемы решения одного и того же уравнения, а также на том, каким путем выбрать и установить масштаб. Нужно сразу сказать, что наилучшая схема может быть установлена лишь путем пробы и требует известного навыка у составляющего. Поэтому нельзя указать готовых рецептов, по которым могла бы быть составлена лучшая схема решения. Ниже даны лишь некоторые общие указания, которые следует иметь в виду при составлении схем.

Прежде всего следует стремиться к максимальной простоте схемы, т. е. по возможности иметь малое число элементов, иными словами, малое число

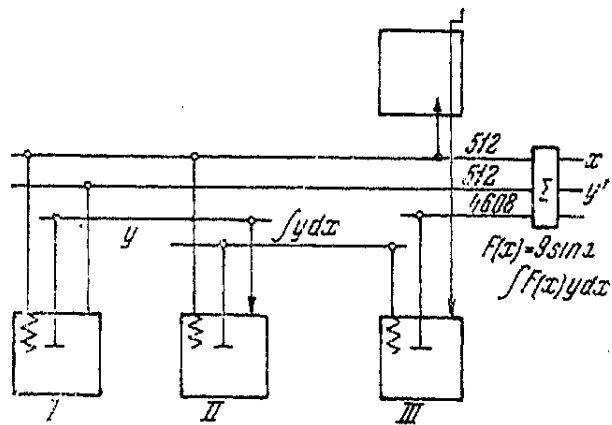


Рис. 31.

интеграторов, дифференциалов, операторных досок и т. п., так как, чем меньше элементов участвует в решении данного уравнения, тем меньше погрешности, вносимые суммарно всеми элементами, и тем меньше трудностей представит компенсировать эти погрешности путем введения в соответствующих местах компенсаторов мертвого хода.

С другой стороны, следует иметь в виду и то обстоятельство, что введение коэффициентов или функций от руки путем обвода

соответствующих графиков на операторной доске всегда вносит большую ошибку, чем автоматическое получение тех же самых величин. Поэтому при сопоставлении двух схем, в которых в одном случае коэффициенты вводятся автоматически, а в другом случае от руки, следует отдать предпочтение первому способу. Подробно мы все эти случаи разберем на конкретном примере решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с переменным коэффициентом следующего вида:

$$y'' + F(x)y = 1,$$

которое мы для удобства перепишем в таком виде:

$$y' + \int F(x)y dx = x.$$

Уравнения подобного вида, правда, с различными коэффициентами, встречаются довольно часто. Одна из возможных схем решения этого уравнения показана на рис. 31.

При решении по схеме, показанной на этом рисунке, необходимо применение трех интеграторов и одной операторной доски. Порядок составления этой схемы можно проследить, начав с любого звена.

Начнем обход кинематической схемы с вала y' . Очевидно, чтобы получить значение искомой функции y , нужно выполнить операцию $\int y' dx$, т. е. присоединить винт, перемещающий каретку интегратора I к валу y' , а вал, вращающий диск интегратора, к валу x . Тогда угол поворота ролика первого интегратора даст искомое значение y . Пользуясь приемом интегрирования произведения двух функций, предложенным в свое время Томсоном, мы выполним вычисление $\int F(x)y dx$ следующим образом.

Очевидно, что, вместо интеграла $\int F(x)y dx$, можно написать $\int F(x)d\int y dx$. Если, следовательно, выполнить предварительную операцию нахождения интеграла $\int y dx$ на втором интеграторе, т. е. присоединить вал, перемещающий каретку II, к валу y и вращение диска второго интегратора осуществить от вала x , то угол поворота ролика интегратора II будет

пропорционален значению интеграла $\int y dx$. Остается вычислить интеграл $\int F(x) d \int y dx$, т. е. проинтегрировать $F(x)$ по $\int y dx$. Эту операцию выполняет третий интегратор, вращение винта которого осуществляется от вала $F(x)$, а вращение диска этого интегратора выполняется роликом предыдущего интегратора *II*. Угол поворота ролика третьего интегратора будет, таким образом, пропорционален $\int F(x) y dx$. Значение $F(x)$ получается весьма просто при помощи операторной доски путем обвода соответствующего графика. Остается выполнить еще последнюю операцию, диктуемую уравнением, т. е. сложить y' с $\int F(x) y dx$ и результат приравнять x . Это значит, что валы y' , $\int F(x) y dx$ и x нужно соединить дифференциалом (сумматором). Таким образом, можно убедиться, что кинематическая схема, показанная на рисунке, действительно оказывается замкнутой, и если вращать вал независимой переменной x и одновременно следить за графиком $f(x)$, то все элементы схемы придут в движение, диктуемое предложенным уравнением.

Еще несколько замечаний, касающихся установления начальных значений. Например, если начальные условия предложены в виде: $x = x_0$, $y_0 = a$, $y'_0 = b$, то это значит, что перед пуском машины смещение ролика на интеграторе *I* относительно центра должно равняться b , на интеграторе *II* — a , а на интеграторе *III* — $F(x_0)$.

Перейдем теперь к выбору масштабов. Допустим, что в предложенном выше уравнении заданы числовые значения коэффициентов и начальных условий в следующем виде:

$$f(x) = 9 \sin x,$$

$$x_0 = \frac{\pi}{2}, \quad y_0 = \frac{1}{9}, \quad y'_0 = 0.$$

При установлении масштабов мы имеем возможность установить произвольно масштаб двух величин, именно независимой переменной и искомой функции или каких-либо двух других независимых величин, входящих в уравнение. Масштабы других выразятся через масштабы указанных выше двух величин. Выберем масштаб независимой переменной равным 512. Это значит, что 512 оборотов вала x нужно для того, чтобы получить значение $x = 1$. Очевидно, что вал y' , присоединенный к дифференциалу, тоже должен иметь масштаб 512, так как коэффициент при y' в предложенном уравнении равен единице. Масштабный множитель интегратора равняется $1/64$. Поэтому масштабный множитель при валике, связанном с выходом первого интегратора (при валике y), будет $\frac{512 \times 512}{64}$. Масштаб-

ный множитель y входа второго интегратора будет $\frac{512 \times 512 \times 512}{64 \times 64}$. На выходе третьего интегратора мы должны получить масштабный множитель 4608, так как коэффициент, стоящий перед интегралом в уравнении, равен 9 ($4608 = 512 \times 9$). Чтобы получить такое значение масштабного множителя на выходе третьего интегратора, нужно соответствующим образом выбрать масштабный множитель вала, перемещающего каретку третьего интегратора, т. е. вала $9 \sin x$. Масштабный множитель этого последнего вала K определится из следующих условий:

$$\frac{512 \times 512}{64} \cdot \frac{512}{64} \cdot \frac{K}{64} = 4608,$$

т. е. K будет равняться 9. Мы сразу убеждаемся, что выбранные нами соотношения неудачны. В самом деле, шаг ходового винта интегратора составляет 1.5 мм. Так как наибольшее значение $\sin x = 1$, то наибольшее смещение ролика третьего интегратора от центра диска составит всего 9 оборотов винта, т. е. $1.5 \times 9 = 13.5$ мм. Эта величина ничтожно мала по сравнению с радиусом диска 150 мм и, следовательно, точность результа-

та не будет соответствовать полному использованию возможностей прибора. Эту величину следовало бы увеличить по крайней мере в 8—10 раз. Это значит, что для получения того же масштабного множителя 4608 на выходе третьего интегратора нужно ввести замедляющие передачи в одном или нескольких звеньях рассмотренной кинематической схемы. Можно было бы ввести замедляющую передачу 1 : 8 на выходе третьего интегратора, тогда масштабный множитель вала $9 \sin x$ был бы равен $8 \times 9 = 72$, или же замедляющую передачу 1 : 8 на приводе диска третьего интегратора, или, наконец, на выходе первого интегратора и т. д. Имеется большой простор в выборе места расположения соответствующей передачи. Наконец, ее можно разбить на две передачи: 1 : 4 \times 1 : 2. Различные возможности далеко не исчерпываются перечисленными выше случаями.

Между всеми этими схемами нет никаких принципиальных различий, так как с кинематической точки зрения безразлично, где и как разместить соответствующую передачу, важно лишь, чтобы результат, т. е. масштабный множитель на выходе третьего интегратора, имел заданное значение 4608.

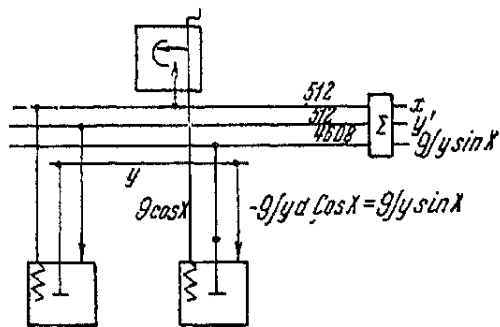


Рис. 32.

Практически желательно размещать передачи так, чтобы число оборотов роликов интеграторов было достаточно большим, так как при этом погрешность, обусловленная мертвым ходом (из-за слабину нитей усилителя и проскальзывания ролика), будет, относительно малой величиной. Поэтому уместно передачу расположить на выходе первого интегратора и на выходе третьего, (рис. 31). Мы сможем без труда определить и предельные значения первой

производной искомой функции.

Масштаб графиков на операторной доске устанавливается следующим образом. Можно без труда разместить на графике синусоиду с амплитудой 422 мм. Если решение должно быть выполнено в пределах от $x = \frac{\pi}{2}$ до $x = \pi$, то при установке замедляющей передачи 1 : 4 на выходе операторной доски получаем масштабный множитель для графика 288 (шаг ходовых винтов операторной доски, как уже указывалось, равен 1.5 мм). Масштаб по оси абсцисс на графике может быть выбран произвольным; если нужно получить только полуволну, то подходящим значением масштабного множителя по оси абсцисс будет 384.

Рассмотренная выше схема решения уравнения является далеко не единственной. Можно сократить число интеграторов с трех до двух, воспользовавшись тем, что вместо $\int y \sin x dx$ можно написать $\int y d \cos x$. Тогда

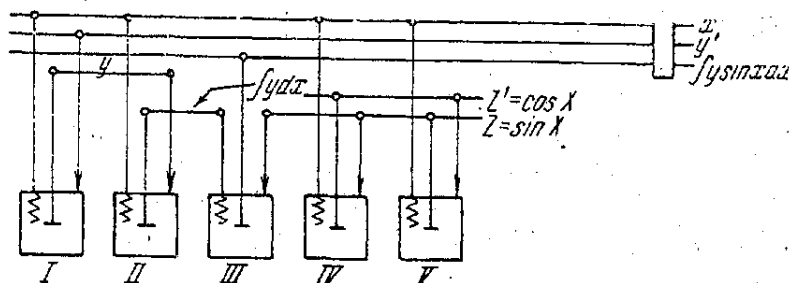


Рис. 33.

схема решения примет вид, показанный на рис. 32. Также нужна одна операторная доска, на которой вместо синусоиды нанесена косинусоида. Масштабный множитель можно установить, пользуясь методом, примененным в предыдущем случае. Схема эта проще рассмотренной выше, но требует еще участия человека. Однако не трудно выполнить решение всего уравнения автоматически, т. е. без обводов графиков от руки; заметив, что $\sin x$ или $\cos x$ являются решениями дифференциального уравнения $Z'' + Z = 0$. Поэтому, собрав на машине схему вспомогательного дифференциального уравнения, уже рассмотренного нами при разборе принципа действия

машины, и получив таким образом автоматически значение $\sin x$ или $\cos x$, можно воспользоваться одной из схем, рассмотренных выше. В случае применения первой схемы понадобится пять интеграторов, из них два для решения вспомогательного уравнения и три для решения основного (рис. 33). В случае применения второго варианта схемы понадобится четыре интегратора (два для вспомогательного уравнения и два для основного). Последней схеме необходимо отдать предпочтение (рис. 34).

Мы приведем еще одну возможную схему решения уравнения (хотя она нерациональна) только для того, чтобы показать, как много возможностей имеется для решения одной и той же задачи.

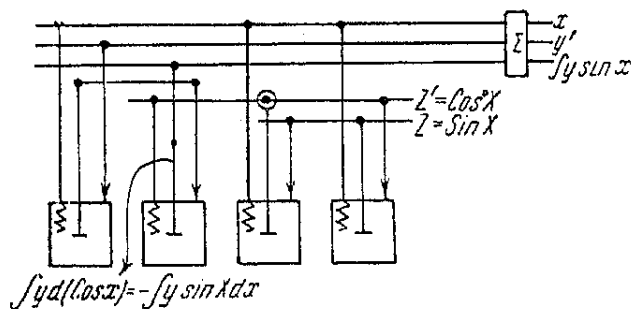


Рис. 34.

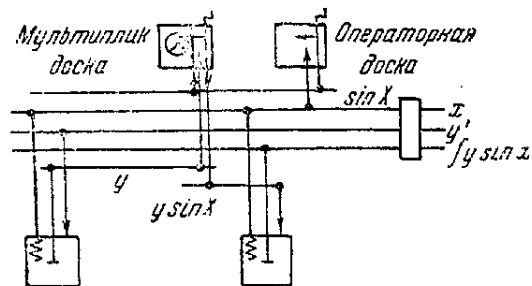


Рис. 35.

Решение по этой схеме (рис. 35) требует, помимо двух интеграторов, еще применения одной операторной доски и мультипликаторной доски, т. е. участия двух человек. И для этой схемы возможен еще один вариант.

Так как схемы эти, как уже указывалось, не имеют практического значения, то от детального разбора их мы воздержимся.

ИСТОЧНИКИ ОШИБОК

У читателя вероятно давно возник вопрос о точности работы машины. Первое впечатление, которое складывается при ознакомлении с машиной, таково, что точность работы ее невысока. Перед вами механизм, занимающий комнату в 50 м², с большим числом соединенных друг с другом элементов, с передачей движения из одного конца машины в другой. Большое количество шестеренных передач рождаст опасение, что именно эти передачи являются серьезным источником ошибок. При более детальном ознакомлении первоначальное впечатление несколько рассеивается. Отчетливо выступают следующие вероятные источники ошибок:

- 1) ошибка, происходящая из-за проскальзывания ролика по диску;
- 2) ошибка, обусловленная наличием «мертвого хода» в шестеренных передачах и в самом усилителе из-за слабину нитей;
- 3) ошибка, проистекающая из-за неточного обвода графиков на операторных досках.

Проскальзывание ролика особенно сказывается при небольшом расстоянии точки касания ролика от центра диска. На малом расстоянии относительное влияние конечного размера площадки соприкосновения сказывается сильнее, чем при ролике, далеко отстоящем от центра диска. Ошибка, обусловленная проскальзыванием, выражается прежде всего в том, что при проходе ролика через центр диска скорость вращения ролика не соответствует расстоянию ролика от центра.

Ясно, что влияние этого фактора наиболее заметно в том случае, когда в процессе решения уравнения ролик многократно проходит через нуль.

Отметим здесь, что проскальзывание ролика вблизи центра (конечный размер площадки соприкосновения) приводит еще к тому, что истинное положение нуля, которому отвечает точка касания в центре диска, может быть установлено лишь приближенно. Выделить точно в каком-либо конкретном случае из общей ошибки часть ее, обусловленную проскальзы-

ванием ролика, не представляется возможным, но порядок ее можно установить, например, путем сопоставления значений x^2 с результатом вычисления $\int x dx$ на интеграторе. Значение $\int x dx$ определялось по показанию счетчика оборотов, связанного с выходным валом интегратора. Ошибка для всех шести интеграторов оказалась разной и составила 0.03—0.06%. Последняя зависит и от нагрузки выходного вала интегратора. При проходе через центр момент, необходимый для поворота выходного вала интегратора, заметно увеличивается, так как условия смазки трущихся поверхностей, особенно винтовых шестерен, значительно ухудшаются.

При установке компенсатора мертвого хода можно в некоторых случаях исключить влияние и проскальзывания ролика при проходе через нуль, так как само проскальзывание во многом сходно с мертвым ходом. Об этом подробнее несколько ниже.

«Мертвый ход» проявляется во всех шестеренных передачах даже при самом точном изготовлении их. В машине имеется большое количество взаимозаменяемых деталей, и большинство шестеренных передач не является жестко монтированным и может быть собрано в самых разнообразных комбинациях и в различных звеньях кинематической схемы. Это обстоятельство потребовало соблюдения определенных допусков при изготовлении шестерен, обеспечивающих легкое и плавное проворачивание валов, соединенных шестеренными передачами. Естественно, что в силу этого «мертвый ход» в каждой шестеренной паре оказывается несколько больше, чем в жестко монтированной передаче.

В результате мертвый ход между началом и концом какой-либо системы валов, соединенных шестеренными передачами, обнаруживаемый поворачиванием, например, входного вала при закрепленном выходном вале, может составить 10—20°, а иногда и больше.

Этот мертвый ход проявляется при каждом реверсе и если в процессе решения данного дифференциального уравнения таких реверсов много (например, периодическое решение), то и ошибка, обусловленная мертвым ходом, будет постепенно накапливаться.

Относительное влияние погрешности от мертвого хода можно сделать малым, если угол мертвого хода мал по сравнению с углом поворота того или иного вала в процессе решения. Например, если в процессе решения (между двумя реверсами) вал делает сто оборотов, а угол мертвого хода составляет несколько градусов, то погрешность будет очень малой величиной. Следовательно, при составлении схемы нужно прежде всего стремиться к тому, чтобы валы, в системе которых имеется мертвый ход, вращались относительно быстро. Соответствующим выбором масштабных множителей это во многих случаях удастся сделать.

В тех случаях, когда это мероприятие оказывается недостаточным, нужно прибегнуть к помощи компенсатора мертвого хода. Максимальный мертвый ход, который можно компенсировать одним компенсатором, составляет 36°, и, в соответствии с этим, местом установки компенсатора должны быть сравнительно медленно вращающиеся звенья кинематической схемы предложенного уравнения, например, после замедляющей передачи на ходовой винт интегратора и т. п. Это тем более важно, что при этом потери на трение в ленточном тормозе компенсатора, выделяющиеся при заблокированном механизме компенсатора, будут играть меньшую роль.

Испытание машины показало, что при помощи компенсатора мертвого хода можно получить полное совпадение периодических решений при непрерывной работе машины на протяжении многих циклов. Опыт заключался в следующем: была собрана схема для решения дифференциального уравнения $Z'' + Z = 0$, решение которого, будучи представлено на фазовой плоскости при одинаковых масштабах для Z и Z' , дает окружность.

Первоначально схема была собрана без компенсаторов мертвого хода (рис. 7). После установки начальных значений $y = 1$, $y' = 0$ машина была пущена, и карандаш на приемной доске стал чертить кривую, весьма близ-

кую к окружности. К концу первого периода карандаш должен был бы вернуться в исходное положение и замкнуть кривую. В действительности начало и конец кривой разошлись на 0.5 мм. После второго периода расхождение опять составило 0.5 мм, и после нескольких периодов вместо окружности на приемной доске оказалась спираль с постоянным шагом 0.5 мм. Сама по себе ошибка была невелика. Начальные условия и передача к приемной доске были выбраны таким образом, чтобы окружность $y' = f(y)$ имела диаметр около 320 мм.

Таким образом, относительная ошибка составляет $\frac{0.5}{320} = \frac{1}{640}$. После установки компенсаторов было выбрано путем проб расстояние между ограничительными штифтами компенсаторов, и карандаш на приемной доске стал чертить замкнутую кривую, обходя ее при каждом цикле. Никакого заметного расхождения между кривой, относящейся к первому и десятому циклу, обнаружено не было. Машина работала непрерывно около полутора часов.

Путем изменения расстояния между ограничительными штифтами компенсаторов можно было влиять на интегральную кривую.

Если без компенсаторов, вместо окружности, на приемной доске получалась расходящаяся спираль, то при перекомпенсации получалась спираль сходящаяся. Компенсатор при этом компенсировал не только мертвый ход в шестеренных передачах и в усилителе — растяжение и слабины нитей, но с избытком и проскальзывание ролика.

Интегральная кривая не отличалась от окружности, за исключением незначительных отступлений в четырех местах, отвечающих работе компенсаторов при прохождении через нуль функции и ее производной.

В более общем случае непериодического решения можно воспользоваться следующим приемом для правильной установки компенсаторов. Пускают машину в ход и заставляют карандаш на приемной доске чертить интегральную кривую. Когда решение получено в нужных пределах независимой переменной, машину останавливают и, изменив направление вращения вала независимой переменной, пускают машину снова. При этом карандаш должен пройти в обратном направлении по заранее вычерченной кривой. Если к концу обратного хода нет заметного расхождения между обеими кривыми, то установку компенсаторов можно считать удовлетворительной. В противном случае изменением установки ограничительных штифтов компенсатора добиваются хорошего совпадения кривых.

В процессе решения на машине одного уравнения вида $y'' + f(x)y = 0$ было обнаружено, что хорошее совпадение интегральных кривых при прямом и обратном ходе машины, полученное при некоторой установке компенсаторов мертвого хода при повторном пуске машины, нарушалось.

Было замечено, что это явление связано с работой оператора на операторной доске. Один из двух операторов, попеременно участвовавших в решении, весьма тщательно следил за графиком, и в этом случае расхождение кривых при прямом и обратном ходе машины получалось значительно меньшим, чем при работе другого оператора, повидимому, менее тщательно обводившего график $f(x)$.

Чтобы окончательно убедиться в том, что причиной является качество работы оператора, был поставлен следующий простой опыт. Вместо коэффициента $f(x)$, заданного графиком, был взят коэффициент $a \cdot x$, который можно было получить при помощи передачи, не прибегая к операторной доске. В этом случае совпадение интегральной кривой для прямого и обратного хода машины, будучи осуществлено один раз, сохранялось и в дальнейшем при повторных пусках машины.

Из сказанного видно, что ошибка, обусловленная неточным обводом графика на операторной доске, может оказаться существенной.

Операция совмещения индекса с графиком связана с некоторым запаздыванием, обусловленным реакцией оператора. Отклонения в обе стороны

от графика, если они чередуются часто, не вносят ошибки, так как эти отклонения в среднем сглаживаются при интегрировании. Другое дело, если отклонения имеют все время один знак, или если отклонения разного знака сменяют друг друга редко.

Работа оператора, являясь несложной, требует, однако, известного навыка. Нужно своевременно изменять скорость вращения вала независимой переменной, чтобы при приближении «трудных» участков графика не дать индексу «уйти» с кривой.

Наблюдение кривой и индекса через лупу и хорошее освещение заметно снижают ошибку.

Во всяком случае там, где это представляется возможным, следует заменять обвод графиков от руки автоматическим внесением в машину значений коэффициентов путем решения вспомогательных уравнений одновременно с основными.

Мы не останавливаемся на ошибках, которые вносит неточность изготовления отдельных деталей, так как влияние этой неточности в том или ином случае очень легко оценить и иногда можно учесть в окончательном результате. Например, если ролик интегратора имеет небольшое осевое биение, то это может привести к ошибке в установке нулевого положения каретки, если таковым считать момент полной остановки ролика при вращающемся диске. Однако если за нуль взять среднее из различных положений, то ошибка будет исправлена. Уже в некотором отдалении от центра диска роль биения не существенна.

Периодическая проверка состояния важнейших элементов машины может служить гарантией от ошибок, обусловленных износом отдельных деталей (винтов, ролика, направляющих и т. д.).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Из большого числа решений, выполненных на машине к настоящему времени, мы здесь приведем лишь один пример, имеющий практическое значение и вместе с тем хорошо иллюстрирующий возможности машины. Речь идет о решении системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение синхронной машины.¹ Рассматривался случай внезапного изменения механического момента на валу синхронного двигателя. Общие уравнения синхронной машины в форме, данной Park, в этом случае были несколько упрощены, так как решение их с учетом всех факторов потребовало бы значительно большего числа интеграторов, нежели имеется в машине. Пришлось отказаться от учета омического сопротивления обмотки статора. Влияние демпферной обмотки учитывалось приближенно, путем введения в уравнение движения ротора члена, пропорционального δ' .

Уравнения, служащие для решения поставленной задачи при указанных выше упрощениях, могут быть записаны в следующей форме:

$$\psi_q = -\sin \delta, \quad (1)$$

$$\psi_d = \cos \delta, \quad (2)$$

$$\psi_d = E - \frac{x_d' T_0 p + x_d}{T_0 p + 1} i_d, \quad (3)$$

$$\psi_q = -x_q i_q, \quad (4)$$

$$\psi_q i_d - \psi_d i_q - D p \delta - T_L = M p^2 \delta, \quad (5)$$

$$p = \frac{d}{dt}.$$

¹ Работа выполнена В. И. Горушкиным.

Из уравнения (3) следует после интегрирования по t :

$$\psi_d T_0 - E(T_0 - t) + \int \psi_d dt - x_d \int i_d dt = x'_d T_0 i_d. \quad (6)$$

Из уравнения (5)

$$\int \psi_q i_d dt - \int \psi_d i_q dt - \int D \delta' dt - \int T_L dt = M p \delta. \quad (i)$$

Система уравнений (1)—(5) должна быть решена для случая, когда момент на валу T_L в момент $t = 0$ внезапно изменяется, оставаясь при $t > 0$ неизменным. Начальные условия $\delta_{t=0} = \delta_0$ и $\delta'_{t=0} = 0$. Кинематическая схема машины без указания расположения компенсаторов мертвого хода и масштабных множителей показана на рис. 37.

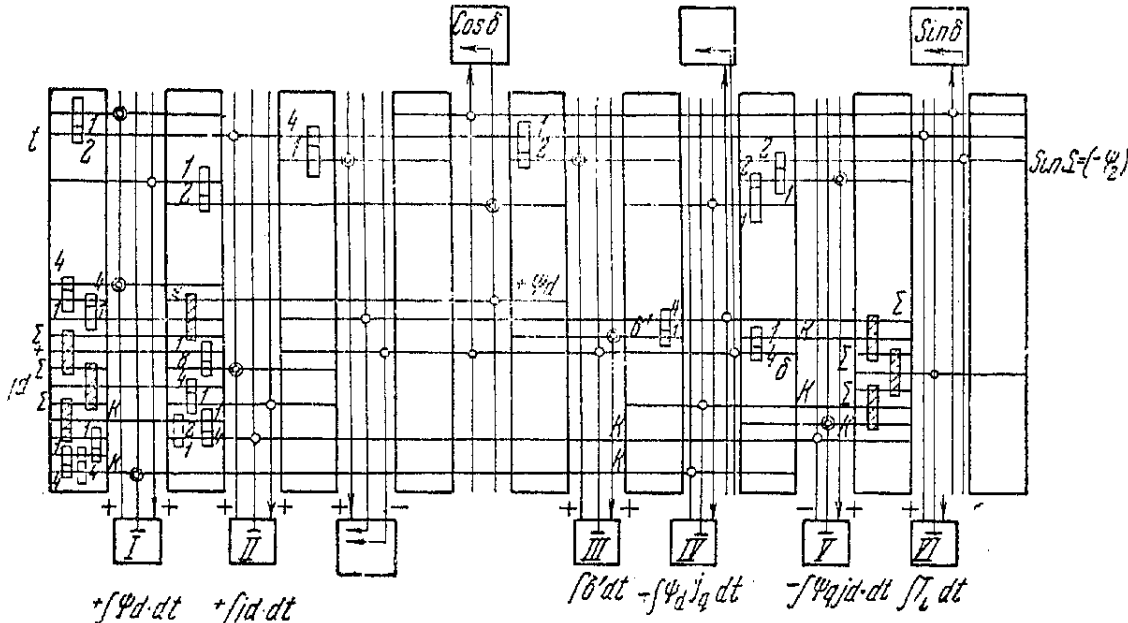


Рис. 36.

В схему включены две операторные доски и шесть интеграторов. Результат записывается на приемной доске (в функции времени) и на одной из операторных досок (в функции угла δ).

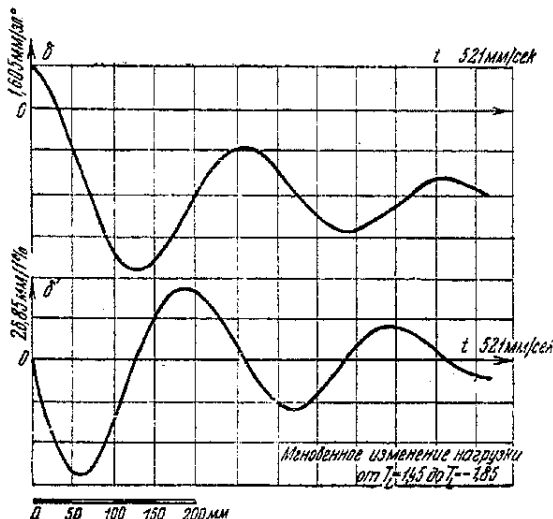


Рис. 37.

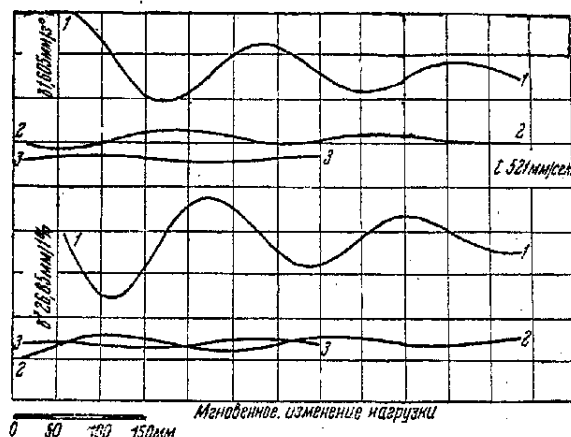


Рис. 38.

Разбор схемы можно начать с любого элемента, так как схема замкнута.

От вала δ вращение передается на операторные доски, посредством которых обратно в машину вносятся значения $\cos \delta$ и $\sin \delta$, т. е. ψ_d и ψ_q .

Посредством интеграторов I и II и ряда сумматоров осуществляется кинематическая схема, отвечающая уравнению (6). Если бы $\delta(t)$ было задано, то при помощи интеграторов I и II задача была бы полностью решена. Остается определить значение δ и замкнуть кинематическую схему.

Интеграторы IV, V и VI определяют члены, стоящие в левой части уравнения (7). При этом интегратор VI играет роль редуктора. Смещение ролика от центра в интеграторе VI пропорционально T_I и остается неизменным в процессе решения.

Углы поворота выходных валов (роликов) интеграторов IV, V и VI суммируются, и результат приравнивается δ' . Остается проинтегрировать δ' по t и замкнуть кинематическую схему. Это и выполняет интегратор III, выходной вал которого присоединен к валу δ .

По схеме рис. 37 было получено большое количество решений системы (1)–(5) для различных начальных условий (T_{L0} и T_L). Некоторые из графиков, вычерченных на приемных досках, показаны на рис. 37, 38, 39.

Рис. 37 дает зависимость $\delta(t)$ при внезапном изменении момента на валу с 1.45 до 1.85.

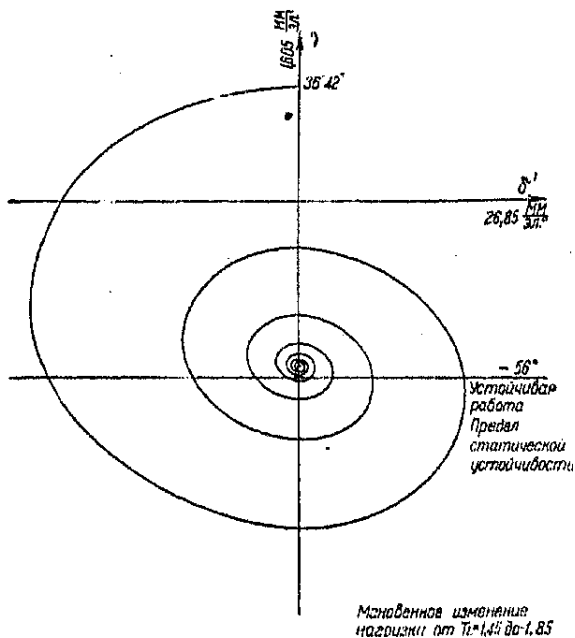


Рис. 39.

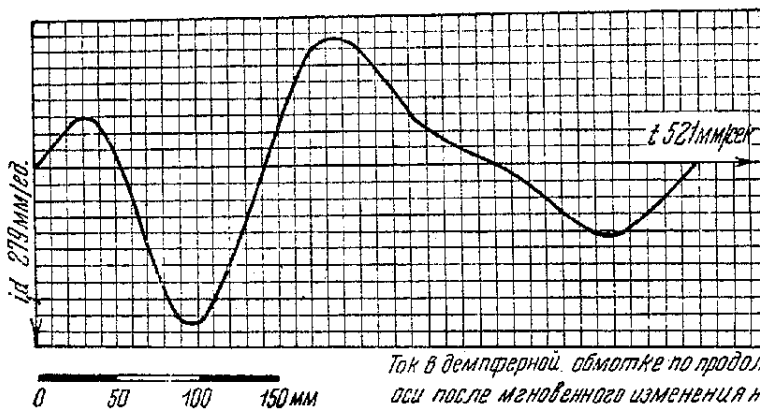


Рис. 40.

На рис. 39 показано изменение скольжения в функции δ . Как видно, движение затухает, и угол δ после ряда колебаний принимает новое значение, соответствующее изменившемуся моменту на валу.

На рис. 40 показано протекание тока в демпферной обмотке. Этот график был получен в результате решения дифференциального уравнения для демпферных контуров. При этом было принято, что угол δ изменяется в функции времени согласно кривым, полученным из решения системы 1–5.

Полученные на машине решения сопоставлялись с результатом расчетов по методу последовательных интервалов. Совпадение оказалось очень хорошим.

СОДЕРЖАНИЕ

| | <i>Стр.</i> |
|--|-------------|
| Введение | 3 |
| Принцип действия машины для интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений | 7 |
| Усилитель | 18 |
| Расположение основных элементов машины | 22 |
| Операторная и приемная доска | 24 |
| Множительная и полярная доска | 26 |
| Сменные детали | 31 |
| Электрическая схема | 33 |
| Составление схемы решения и выбор масштабов | 33 |
| Источники ошибок | 37 |
| Приложение | 40 |



Подписано к печати 22/III 1941 г. Ризо № 1583—644. А 36477. Объем 2³/₄ печ. л., 3,38 уч.-изд. л.
Тираж 1000 экз. Цена книги 2 руб. 70 коп. Зак. № 232.

Типография Оборонгиза. Киев, Крещатик, 42.