

Мурманский государственный технический университет  
ул. Спортивная, 13, Мурманск, 183000, Россия  
E-mail: vofinovmv@yandex.ru

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ НА БАЗЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ PID OPTIMIZE VIEWER**

Статья посвящена вопросам моделирования и оптимизации цифровых пропорционально-интегрально-дифференциальных регуляторов на основе программного обеспечения PID OPTIMIZE VIEWER, программные алгоритмы которого реализованы на таких математических методах, как метод градиентного спуска, а также метод покоординатного спуска. В статье указаны основные недостатки данных математических методов, возникающие при программной реализации, а также приведены новые и оригинальные пути их решения. Приведен сравнительный анализ быстродействия и точности настройки цифровых регуляторов на оптимальное управление технологическими процессами и объектами.

*Ключевые слова:* программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER, цифровой ПИД-регулятор, оптимизация, показатель качества, математические методы и алгоритмы оптимизации.

В настоящее время один из самых мощных инструментов познания, анализа и проектирования, которым располагают специалисты, ответственные за разработку и функционирование сложных технологических процессов и производств, является компьютерное моделирование. Компьютерное моделирование дает возможность инженеру экспериментировать с объектами в тех случаях, когда делать это на реальном объекте практически невозможно или нецелесообразно. Сущность методологии компьютерного моделирования состоит в замене исходного технологического объекта математической моделью и изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно-логических алгоритмов.

На современном этапе технического развития для управления многими объектами используются цифровые пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД) регуляторы. В одноконтурных системах автоматического управления (САУ) ПИД-регуляторы используются в 90 % случаях [1. С. 239]. Как известно, цифровые ПИД-регуляторы обладают простотой построения, ясностью функционирования, а также применимы для большинства практических задач управления объектами и технологическими процессами [2. С. 66]. Однако при всей своей простоте цифровые ПИД-регуляторы отличает сложность определения оптимальных параметров, которым будет соответствовать качественное управление технологическими процессами и объектами. Проблема качественного управления, т. е. такого управления, при котором САУ будет обеспечивать наилучшее (оптимальное) с определенной точки зрения функционирование управляемого объекта или технологического процесса, является одной из самых важных в технике.

В настоящее время существует большое количество коммерческих либо свободно распространяемых программных продуктов, предоставляющих возможности моделирования САУ, среди них MATLAB, PROTEUS PROFESSIONAL, SCICOSLAB, AUTOCONT, VISSIM и др. Большинство из них направлены в основном только на моделирование объектов и систем, а процесс разработки на их основе собственных схем оптимизации сложен и зачастую достаточно затруднителен.

Разработка программного продукта, позволяющего смоделировать поведение САУ технологическими процессами и объектами, а также настроить цифровой ПИД-регулятор на опти-

мальный режим работы, является актуальной задачей. Необходимо учитывать, что процесс компьютерного моделирования достаточно ресурсоемкий, а вычислительные возможности современной цифровой техники хоть и высоки, но не безграничны, поэтому следует придерживаться тенденции снижения потребляемых ресурсов ЭВМ, влекущей за собой снижение машинного времени.

Для получения качественного управления ПИД-регуляторы необходимо настроить по заданным критериям качества. Под критериями качества понимаются интегральные оценки: интеграл от абсолютной величины ошибки управления, интеграл от квадрата ошибки управления и т. д. В зависимости от целей управления должна быть выбрана соответствующая интегральная оценка. Интегральная оценка является обобщенным показателем качества переходного процесса, при этом в отношении ПИД-регулятора является функцией, зависящей от параметров пропорциональной составляющей регулятора, интегральной и дифференциальной постоянных времени, а также шага квантования.

Задачей оптимизации называется задача поиска минимума скалярной функции на множестве значений ее аргумента [3. С. 81]. В отношении ПИД-регулятора задача оптимизации – определение минимальной величины интегральной оценки на множестве значений параметров регулятора.

В настоящее время существует большое разнообразие алгоритмов поиска оптимума, основанных на различных математических методах [4. С. 559]. Задача выбора подходящего для решения конкретной задачи алгоритма очень актуальна. При разработке программных алгоритмов определения оптимальных параметров ПИД-регулятора выбор используемого математического алгоритма представляет собой компромисс между точностью приближения к точке оптимума, временными затратами электронной вычислительной машины и простотой реализации.

Так, наиболее простыми, с точки зрения программной реализации, являются следующие методы оптимизации:

- метод покоординатного спуска;
- метод градиентного спуска.

Метод градиентного спуска применим для расчета широкого круга сложных прикладных задач [5. С. 375]. Основная идея метода градиентного спуска состоит в том, чтобы двигаться к минимуму функции интегральных оценок в направлении ее наиболее быстрого убывания, которое определяется антиградиентом  $\nabla F$ :

$$\begin{aligned} K[j+1] &= K[j] - H * \nabla F(K[j]); \\ Ti[j+1] &= Ti[j] - H * \nabla F(Ti[j]); \\ Td[j+1] &= Td[j] - H * \nabla F(Td[j]). \end{aligned}$$

В формулах  $j$  – номер итерации определения оптимального параметра;  $H$  – шаг, с которым осуществляется градиентный спуск, на практике шаг может выбираться постоянным, дробным, переменным.

Выбор постоянного и дробного шагов с точки зрения скорости и точности сходимости метода градиентного спуска неоптимален. Если постоянный шаг выбирается малым, то метод сходится медленно. Увеличение постоянного шага приводит к расходимости метода. Использование дробного шага, как и постоянного, приводит к увеличению итераций поиска оптимума.

Метод градиентного спуска с использованием переменного шага, который также называется методом наискорейшего градиентного спуска, позволяет избавиться от недостатков постоянного и дробного шагов, сократив количество итераций поиска и увеличив вероятность сходимости метода. Такой метод требует определения шага  $H$  на каждой итерации при помощи одномерной оптимизации. Однако использование одного и того же значения шага  $H$  для каждого параметра ПИД-регулятора приводит к определенному затягиванию процесса поиска оптимума. Как показала практика, при использовании дифференцируемого по каждому параметру ПИД-регулятора шага градиентного спуска сходимость метода улучшается, а количество итераций поиска оптимума уменьшается. Формулы при использовании дифференцированного шага преобразуются:

$$K[j+1] = K[j] - H[K] * \nabla F(K[j]);$$

$$Ti[j+1] = Ti[j] - H[Ti] * \nabla F(Ti[j]);$$

$$Td[j+1] = Td[j] - H[Td] * \nabla F(Td[j]).$$

Шаг по каждому параметру ПИД-регулятора определяется исходя из следующих условий:

$$F(K[j] - H[K] * \nabla F(K[j])) \rightarrow \min;$$

$$F(Ti[j] - H[Ti] * \nabla F(Ti[j])) \rightarrow \min;$$

$$F(Td[j] - H[Td] * \nabla F(Td[j])) \rightarrow \min.$$

Определение дифференцируемого по каждому параметру ПИД-регулятора шага наискорейшего градиентного спуска возможно при помощи метода одномерной оптимизации.

Основная идея метода покоординатного спуска, как и градиентного, состоит в том, чтобы свести задачу о нахождении наименьшего значения функции интегральных оценок от значений параметров  $K, Ti, Td$  к многократному решению одномерных задач оптимизации по каждой переменной.

Для уменьшения временных затрат электронной вычислительной машины на определение оптимальных параметров ПИД-регулятора целесообразней использовать метод золотого сечения. Поиск с помощью метода золотого сечения является асимптотически наиболее эффективным способом реализации минимаксной стратегии поиска, так как требует наименьшего числа «оценок» значения функции для достижения заданной точности по сравнению с другими методами исключения интервалов. Как известно, основным недостатком метода золотого сечения является то, что если в некоторой области функция, помимо ярко выраженного глобального экстремума, имеет несколько локальных минимумов, то процесс, вполне вероятно, может сойтись к одному из них. На рис. 1 представлена ситуация, когда метод золотого сечения по коэффициенту ( $K$ ) сходится к точке локального экстремума ( $B$ ), а не глобального ( $A$ ).

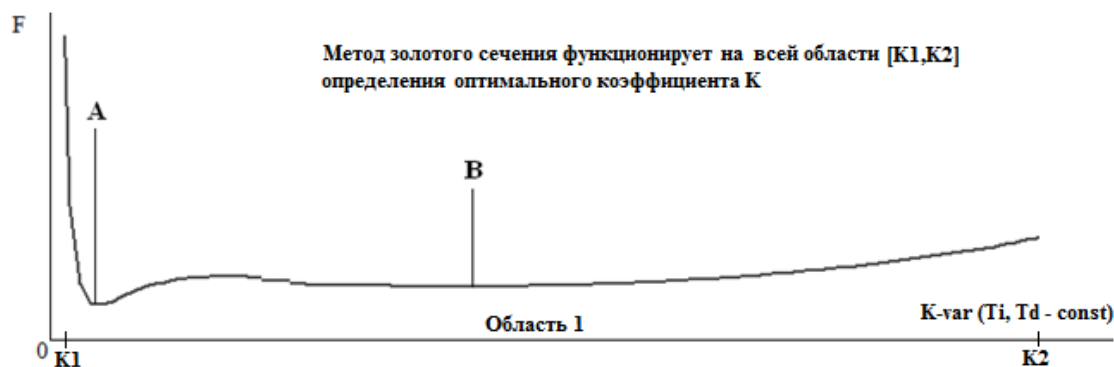


Рис. 1. Ситуация нескольких экстремумов

Для устранения влияния локальных минимумов целесообразно разбивать всю область поиска оптимального параметра ПИД-регулятора на  $N$  частей, и на каждой части методом золотого сечения определять свой локальный минимум. Глобальный экстремум определится на основании анализа локальных минимумов на каждой из  $N$  частей. Следовательно, с увеличением значения  $N$  увеличивается и точность работы программного алгоритма. Для ситуации, показанной на рис. 1, вполне подходит значение  $N$  равное шести, а сам метод золотого сечения определенно сойдется к точке глобального экстремума ( $A$ ) (рис. 2).

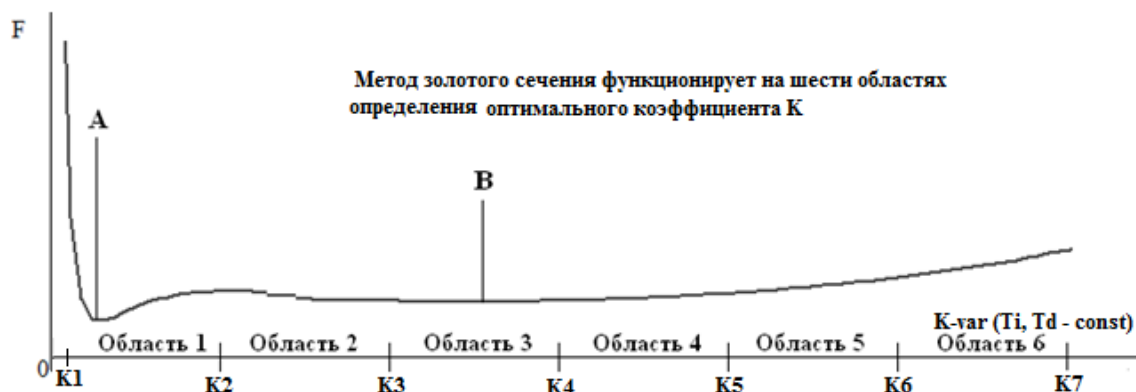


Рис. 2. Решение ситуации с несколькими экстремумами

На кафедре автоматики и вычислительной техники Мурманского государственного технического университета разработано программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER (рис. 3), предназначенное для моделирования и оптимизации регуляторов САУ, построенных на базе цифровых ПИД-регуляторов.

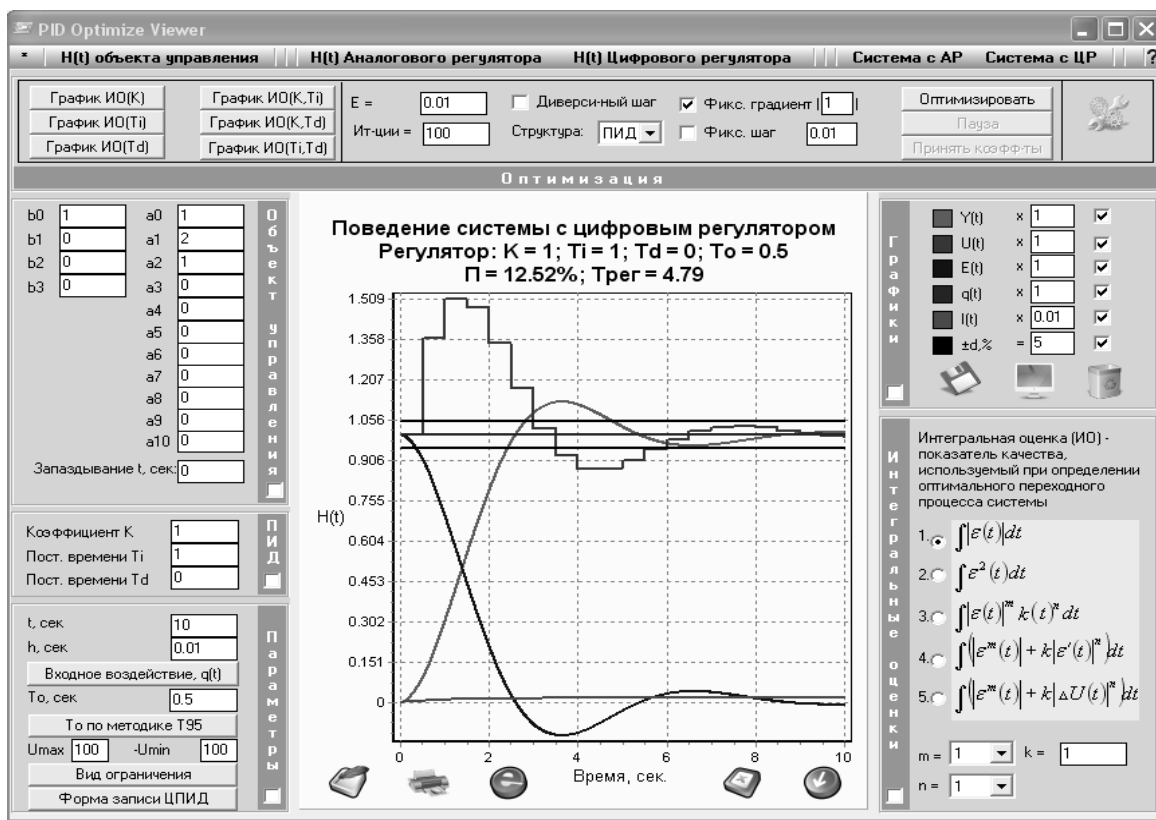


Рис. 3. Вид главного окна программы PID OPTIMIZE VIEWER

Размер программного обеспечения составляет 3,6 МБ (3 783 168 байт). Разработанное программное обеспечение обладает удобным и понятным пользователю интерфейсом и не требует специального обучения.

Программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER позволяет моделировать поведение объектов управления до десятого порядка включительно с возможностью определения постоянной времени запаздывания объекта.

Основные функциональные особенности программного обеспечения PID OPTIMIZE VIEWER при моделировании поведения САУ:

- выбор структуры цифрового регулятора (ПИ, ПД, ПИД);
- выбор формы записи цифрового ПИД-регулятора (рекуррентная, нерекуррентная);
- выбор ограничения как на выходе цифрового ПИД-регулятора (рекуррентная и нерекуррентная форма записи), так и внутри регулятора (рекуррентная форма записи);
- задание формы сигнала задающего воздействия  $q(t)$ ;
- возможность определения шага квантования цифрового ПИД-регулятора по методике Т95 на основе передаточной функции объекта управления.

Помимо возможности моделирования поведения объектов управления и систем в целом, программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER является мощным инструментом для определения оптимальных параметров ПИД-регулятора по заданным критериям качества (интегральным оценкам). В системе используется пять интегральных оценок, как традиционных, так и модифицированных:

$$\int |E(t)dt|;$$

$$\int E^2(t)dt;$$

$$\int |E(t)|^m * k * t^n dt;$$

$$\int |E^m(t) + k * |E'(t)|^n dt;$$

$$\int |E^m(t) + k * |\Delta U(t)|^n dt.$$

Значения  $m, k, n$  вводятся пользователем.

Оптимизация цифрового ПИД-регулятора осуществляется в программном обеспечении в автоматизированном режиме с помощью следующих математических методов поиска экстремума с точностью  $\epsilon$ , задаваемой пользователем:

- метода покоординатного спуска;
- метода градиентного спуска с постоянным шагом спуска;
- метода наискорейшего градиентного спуска с переменным шагом;
- метода наискорейшего градиентного спуска с диверсифицированным по каждому параметру цифрового ПИД-регулятора шагом спуска.

Программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER отвечает высоким требованиям по качеству оптимизации, скорости и точности настройки цифровых ПИД-регуляторов.

Осуществление настройки цифрового ПИД-регулятора на оптимум возможно также и в ручном режиме. Для этого в программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER интегрированы:

- средства 3D-моделирования (рис. 4), позволяющие построить плоскости зависимости значений выбранной интегральной оценки от двух любых параметров ПИД-регулятора;
- средства 2D-моделирования (рис. 5), позволяющие построить плоскости зависимости двух любых параметров ПИД-регулятора от значений выбранной интегральной оценки. Значения интегральных оценок на плоскости выделяются цветовой гаммой, а минимальное значение интегральной оценки выделяется черным цветом.

Возможность хранения в памяти программного обеспечения до пяти промоделированных переходных процессов позволяет проводить сравнение настройки цифрового регулятора по различным интегральным оценкам качества, а возможность сохранения всей разработки в целом позволяет вернуться к процессу моделирования в будущем.

Для объекта управления второго порядка с передаточной функцией  $\left( W(p) = \frac{1}{p^2 + 2p + 1} \right)$  определенные в программном обеспечении PID OPTIMIZE VIEWER на основе метода наискорейшего градиентного спуска и метода покоординатного спуска оптимальные параметры цифрового ПИД-регулятора с шагом квантования 0,5 секунды по интегральной оценке  $\int |E(t)| * t * dt$  сведены в табл. 1.

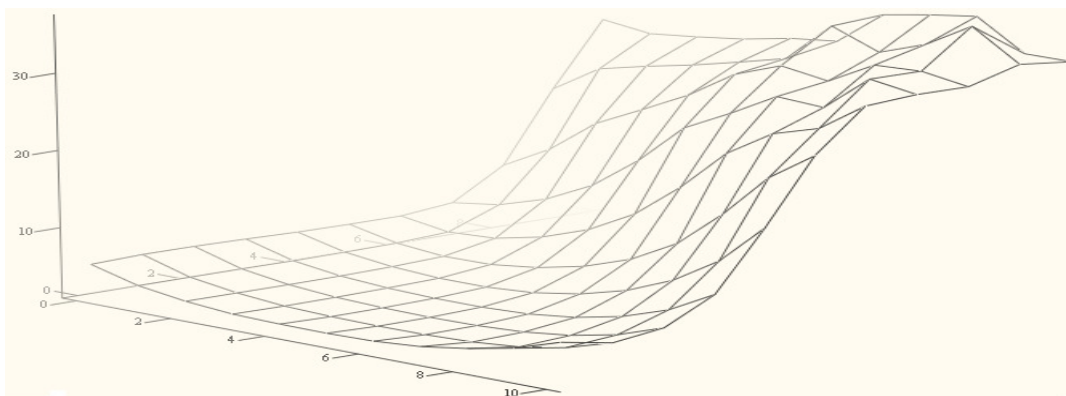


Рис. 4. Средства 3D-моделирования в действии

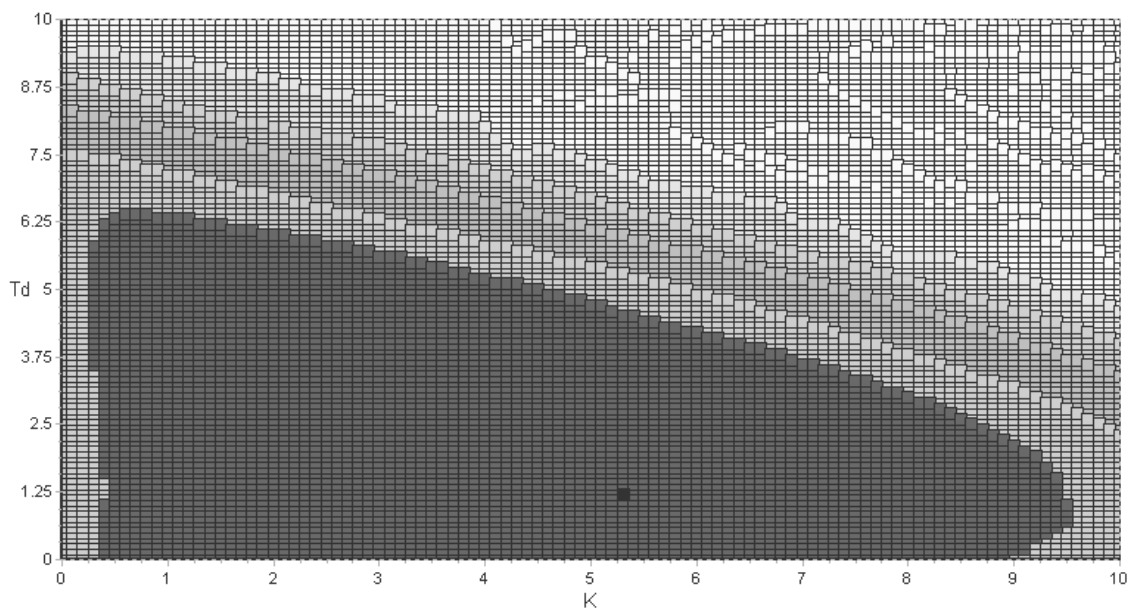


Рис. 5. Средства 2D-моделирования в действии

Таблица 1

Моделирование методов покоординатного и наискорейшего градиентного спусков

Метод	Обычный метод золотого сечения				Модернизированный метод золотого сечения			
	Определенные параметры			Знач. ИО	Оптимальные параметры			Знач. ИО
	$K$	$Ti$	$Td$		$K$	$Ti$	$Td$	
Метод наискорейшего градиентного спуска	2,1	0,9	0,68	0,63	2,71	0,78	0,96	0,4
Метод покоординатного спуска	1,91	1,12	0,60	0,59	2,66	0,81	0,94	0,39

Как видно из табл. 1, использование модернизированного метода золотого сечения позволяет добиться меньшего значения интегральной оценки и более оптимальных параметров цифрового ПИД-регулятора.

В табл. 2 приведены сравнительные характеристики выполнения как стандартных и общепринятых алгоритмов математических методов оптимизации (метод градиентного спуска с постоянным шагом), так и оригинальных и модернизированных (метод наискорейшего градиентного спуска, метод наискорейшего градиентного спуска с диверсифицированным шагом, метод покоординатного спуска) при определении оптимальных параметров цифрового ПИД-регулятора.

Таблица 2

Характеристика математических методов по достижению минимального значения интегральной оценки

Метод	Количество итераций поиска	Значение интегральной оценки
Метод градиентного спуска с постоянным шагом (0,01)	836	0,4
Метод наискорейшего градиентного спуска	24	0,4
Метод наискорейшего градиентного спуска с диверсифицированным шагом	15	0,38
Метод покоординатного спуска	4	0,39

Как видно из табл. 2, максимальное значение итераций поиска у метода градиентного спуска с постоянным шагом (836 итерации). Минимальное значение итераций поиска принадлежит методу покоординатного спуска (4 итерации). Необходимо отметить, что все методы сошлись примерно к одному и тому же значению интегральной оценки (~ 0,39). Однако для оценки эффективности методов оптимизации необходимо показатель «количества итера-

ций» поиска рассматривать параллельно с таким показателем, как «время определения оптимума». Для создания одинаковых условий проведения экспериментов все временные замеры функционирования математических алгоритмов поиска оптимальных параметров цифрового ПИД-регулятора проводились на одном персональном компьютере с процессором Intel Core I5 (2,27 ГГц) под управлением операционной системой Windows7. Результаты замеров приведены в табл. 3.

Таблица 3

Характеристика математических методов  
по времени достижения минимального значения интегральной оценки

Метод	Количество итераций поиска	Время определения оптимума, с
Метод градиентного спуска с постоянным шагом (0,01)	836	25
Метод наискорейшего градиентного спуска	24	7
Метод наискорейшего градиентного спуска с диверсифицированным шагом	15	14
Метод покоординатного спуска	4	36

Как видно из табл. 3, быстрее всего с задачей оптимизации цифрового ПИД-регулятора справился метод наискорейшего градиентного спуска (7 с). Вторым по быстродействию является метод наискорейшего градиентного спуска с дифференцируемым шагом спуска (14 с). Данный метод хоть и выполнялся в два раза дольше, чем обычный метод наискорейшего градиентного спуска, но показал (см. табл. 2) наименьшее значение интегральной оценки. Соответственно цифровой регулятор, оптимизированный по методу наискорейшего градиентного спуска с дифференцируемым шагом спуска, будет производить более качественное управление объектом управления. Метод покоординатного спуска, имеющий минимальное значение итераций поиска, показал самое максимальное время определения оптимума (36 с). Маленькое быстродействие метода покоординатного спуска объясняется алгоритмом его работы, требующим «перебора» параметров цифрового ПИД-регулятора с заданным шагом в рамках заданных ограничений. Необходимо также отметить, что аналогичные соотношения, как по быстродействию, так и по достижению качественного управления, между модернизированными методами сохраняются и для объектов третьего порядка, и при использовании других интегральных оценок. Следует учесть и тот факт, что метод градиентного спуска с постоянным шагом, как отмечалось ранее, в зависимости от объекта управления, а также от шага спуска, имеет вероятность не схождения к точке оптимума.

Анализируя табл. 2 и 3, можно сделать вывод о том, что наиболее оптимальным с точки зрения как быстродействия, так и определенного минимального значения интегральной оценки, по которой производилась настройка на оптимум цифрового ПИД-регулятора, можно считать метод наискорейшего градиентного спуска с диверсифицированным шагом спуска.

Сравнение эффективности работы программного обеспечения PID OPTIMIZE VIEWER было произведено с такими известными и многофункциональными математическими пакетами, как MATLAB и VISSIM:

- пакет прикладных программ MATLAB версии 7.7.0 (R2008b) содержит модуль SIMULINK RESPONSE OPTIMIZATION, который в более ранних версиях назывался NSD BLOCKSET. SIMULINK RESPONSE OPTIMIZATION подбирает параметры в SIMULINK-моделях путем оптимизации временных сигналов по заданным пользователем условиям;



- пакет VISSIM имеет три встроенных оптимизатора: Пауэла, Полака – Райбера и Флетчера Ривеса. Оптимизатор последовательно модифицирует параметры ПИД-регулятора, опираясь на получаемые результаты в режиме серии повторных симуляций, и стремится уменьшить значение функции интегральной оценки.

Для сопоставимости результатов сравнения в математических пакетах MATLAB и VISSIM были реализованы модели САУ, идентичные представленной в программном обеспечении PID OPTIMIZE VIEWER. В качестве метода оптимизации в программном обеспечении PID OPTIMIZE VIEWER был выбран метод наискорейшего градиентного спуска с диверсифицированным шагом. Результаты сравнения программного обеспечения PID OPTIMIZE VIEWER с пакетом прикладных программ MATLAB и пакетом VISSIM на примере объекта второго порядка, исследуемого ранее, представлены в табл. 4.

Таблица 4

Сравнение программного обеспечения PID OPTIMIZE VIEWER с пакетом прикладных программ MATLAB и пакетом VISSIM

Программное обеспечение	Структура регулятора						
	ПИ			ПИД			
	$K$	$T_i$	ИО	$K$	$T_i$	$T_d$	ИО
MATLAB	2,32	1,43	2,57	2,93	0,73	1,06	0,44
VISSIM	1,44	1,42	1,77	2,70	0,78	0,95	0,39
PID OPTIMIZE VIEWER	4,27	8,39	1,6	2,48	0,85	0,86	0,38

По результатам табл. 4 можно сделать вывод о том, что программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER в наилучшей степени определяет оптимальные параметры цифрового ПИД-регулятора.

Необходимо учитывать, что, как и математические пакеты, программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER является средством компьютерного моделирования, которому присущи свои достоинства и недостатки. В реальных условиях функционирования, с течением времени элементы САУ меняют свои свойства, существует необходимость пересчитывать параметры цифрового ПИД-регулятора в процессе и вносить соответствующие поправки в программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER.

Безусловно, ввод в программный алгоритм дополнительных операций, как то: дифференциация шага либо усложнение метода золотого сечения, приводит к увеличению программного алгоритма и, как следствие, к увеличению временных затрат электронной вычислительной машины. Однако даже при самых сложных и неудачных начальных условиях программный алгоритм позволит максимально приблизиться к оптимальным параметрам, которым будет соответствовать качественное управления технологическими процессами и объектами.

Опыт моделирования показал, что использование данных математических методов в программных алгоритмах приводит к компромиссу между точностью приближения к точке оптимума и временными затратами электронной вычислительной машины при существенной простоте реализации по сравнению с множеством аналогичных методов.

Компьютерное моделирование при оптимизации регуляторов приводит к решению проблемы качественного управления и дает существенный экономический эффект при проектировании САУ технологическими процессами и объектами. Относительно малые размеры и простые системные требования программного обеспечения PID OPTIMIZE VIEWER с удобным пользовательским интерфейсом позволяют использовать его как в научных исследова-

ниях, так и на практике, в учебном процессе. Тестирование программного обеспечения показало эффективность математических алгоритмов поиска оптимальных параметров цифрового ПИД-регулятора. Таким образом, программное обеспечение PID OPTIMIZE VIEWER является серьезным инструментом компьютерного моделирования поведения систем с цифровыми ПИД-регуляторами.

### Список литературы

1. *Albertos P., Mareels I.* Feedback and Control for Everyone. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2010. 318 p.
2. *Денисенко В. В.* ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66–74.
3. *Гулл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
4. *Ang K., Chong G., Li Y.* PID Control System Analysis, Design, and Technology // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2005. Vol. 13. No. 4. P. 559–576.
5. *Альшина Е. А., Болтнев А. А., Качер О. А.* Градиентные методы с ускоренной сходимостью // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. № 45 (3). С. 374–382.

*Материал поступил в редколлегию 21.03.2011*

**М. В. Votinov, A. A. Maslov**

### **MODELLING AND OPTIMIZATION OF DIGITAL PROPORTIONAL-INTEGRAL-DIFFERENTIAL REGULATORS ON THE BASIS OF PID OPTIMIZE VIEWER SOFTWARE**

Article is devoted questions of optimum parameters definition of digital proportionally-integral-differential regulators on the basis of the program PID OPTIMIZE VIEWER, which realized on such mathematical methods as a gradient descent method, and also a coordinate descent method. In article the basic lacks of mathematical methods arising at their program realization are specified, and also their possible ways of the decision are specified. The comparative analysis of speed and accuracy of adjustment of digital regulators on qualitative management of technological processes and objects is resulted.

*Keywords:* program PID OPTIMIZE VIEWER, digital PID regulator, optimization, a quality indicator, mathematical methods and algorithms of optimization.