УДК 004.942

С. Г. Ломакин, А. М. Федотов

Институт вычислительных технологий СО РАН
пр. Акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

sir_ejik@mail.ru, fedotov@sbras.ru

АНАЛИЗ МОДЕЛИ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В СЕТИ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ *

Анализируются пороговые модели передачи информации (идей, возбуждения, инфекции и т. п.) в социальных и биологических сообществах, представляемых сетью клеточных автоматов. Рассматриваются два типа моделей: модель диффузии инноваций и модель Naming Game. Анализ обеих моделей дал похожие картины распространения новых идей в сообществе.

Ключевые слова: динамика инноваций, распространение идей в обществе, диффузия инноваций, Naming Game, клеточные автоматы.

У информации есть огромный потенциал воздействия на общественное мнение. С появлением Интернета объем передаваемой информации вырос, вместе с ним увеличилась и доступность. Однако изобилие получаемой информации превышает нашу потребительскую способность. Информация должна конкурировать за наше ограниченное внимание. Исследование динамики распространения новой информации (экспансии идей или инноваций) в социальных и биологических сообществах крайне важно для многих областей. Динамика распространения инноваций тесно связанна с массовым сознанием и определяется происходящими в социальной системе информационными процессами и находится в непосредственном взаимодействии с социальными процессами в государстве, регионе, существенно влияя на их развитие [1].

Для исследования динамики распространения новой информации в социуме (на множестве взаимодействующих агентов – автоматов) было рассмотрено две модифицированные модели: модель «Диффузии инноваций» [2] и модель «Naming Game» [3–6], рассматривающая экспансию мнений в графе социальных взаимодействий, чьи вершины – индивиды (агенты), каждый из которых имеет список мнений.

Модель «диффузии инноваций»

Развитие политических процессов в обществе явно связано с информационной конкуренцией различных политических сил. При этом очевидно значение корректного прогнозирова-

* Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты № 12-07-00472, 13-07-00258), президентской программы «Ведущие научные школы РФ» (грант НШ 6293.2012.9).

Ломакин С. Г., Федотов А. М. Анализ модели передачи информации в сети клеточных автоматов // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Информационные технологии. 2014. Т. 12, вып. 3. С. 86–99.

ния влияния тех или иных информационных акций на формирование политической ориентации населения. Поскольку процессы распространения и конкуренции политических идей можно рассматривать как разновидности инновационных процессов в инфосоциальной системе, естественно предположить, что возможно корректное качественное описание динамики процессов распространения мнений с применением модели «диффузии инноваций». Диффузия – это «процесс, в ходе которого новое с течением времени по определенным каналам распространяется среди членов социальной системы» [1]. Известен целый ряд работ, в которых показано, что модели диффузии инноваций могут корректно описывать динамику распространения и замещения технологий, товаров, распространения новых методов обучения, динамику уровня криминальных процессов и т. п. [1].

Динамика распространения новых идей(инноваций) в социальной системе может быть описана динамической системой, выведенной из балансовых соотношений. Рассмотрим сообщество численностью N. Предположим, что каждый член сообщества (агент) может контактировать с каждым (т. е. мы имеем полный граф коммуникаций). Обозначим через y число агентов с инновационной идеей «А». Будем считать, что агент с идеей контактирует с n агентами за единичный интервал времени, который с вероятностью k_1 делится инновационной идеей, при этом $k_1 = k_0 p,$ где k_0 – вероятность принятия идеи при одном контакте по теме инновации, p – вероятность контакта агентов по теме инновации. Иначе говоря, такой агент за единичный интервал времени распространяет инновационную идею «А»: $k_1 n$ агентам (точнее, $k_1 n$ есть математическое ожидание числа принявших идею). Вероятность общения агента с инновационной идей с агентом без идей равна $\frac{y}{N}$, вероятность принятия идеи в результате общения есть произведение этой вероятности на k_1. Следовательно, вероятность принятия идеи хотя бы один раз за n контактов может быть приближенно выражена формулой

$$q \approx k_1 n \frac{y}{N}.$$

Математическое ожидание числа принявших идею от ранее принявших агентов за единичный интервал времени равно произведению q на число агентов без инновационных идей: $q(N-y)$. При этом математическое ожидание изменения числа, принявших идею за единичный интервал времени, описывается следующим уравнением:

$$\frac{dy}{dt} = a\frac{N-y}{N}y, \tag{1}$$

где $a = k_1 n$ – вероятность принятия инновационной идеи одним агентом за единичный интервал времени; y – число агентов, принявших инновацию; N – максимально возможное число агентов, способных принять инновацию.

Если обозначить через $f(t) = y/N$ – плотность агентов, воспринимающих новую идею, то для плотности получим следующее уравнение:

$$\frac{df(t)}{dt} = a\left(1-f(t)\right)f(t). \tag{2}$$

Это уравнение впервые выписал Пьер Ферхюльст [7] в 1838 г. для описания динамики роста популяции, назвав его уравнением логистического роста или логистическим уравнением. Уравнение (2) имеет аналитическое решение (см. прилож. 1):

$$f(t) = \frac{1}{1+\frac{1-f_0}{f_0}e^{-at}},$$

где f_0 – плотность агентов в момент времени $t = t_0 = 0$ (начальное условие), принявших новую идею. Функция $f(t)$ определяет динамику во времени относительной численности членов социальной системы, принявших распространяемую информацию. Это уравнение обла-

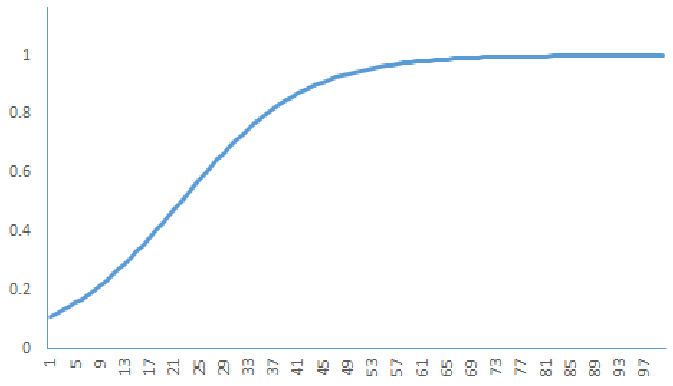


Рис. 1. Динамика распространения инноваций

дает двумя важными свойствами: при малых $f(t)$ плотность возрастает экспоненциально, при больших – приближается к определенному пределу (рис. 1). Отметим, что при $t \to \infty$ $f(t) \to 1$, что является уровнем насыщения.

Решение уравнения (2) описывается логистической кривой (*S*-образной кривой роста) (см. рис. 1). Э. Роджерса [2] описывает концепцию *S*-образной кривой роста (логистическая кривая), характеризующей распространение новой идеи (диффузии инноваций), следующим образом: «Сначала всего несколько индивидов принимают новую идею, затем инновация принимается большим количеством индивидов, и, наконец, темпы принятия замедляются».

Обобщение модели «диффузии инноваций»

Рассмотрим два обобщения модели «диффузии инноваций», связанные с эффектом забывания идеи и влиянием внешнего давления на сообщество (например, через средства массовой информации).

1. Предположим, что вероятность затухания приверженности инновационной идее «А» (проще говоря, вероятность забывания идеи) за единичный интервал времени равна g, тогда математическое ожидание изменения числа забывших идею за единичный интервал времени gy, уравнение (1) примет вид

$$\frac{dy}{dt} = a\frac{(N-y)}{N}y - gy, \tag{3}$$

а уравнение (2)

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1-f(t)\big)f(t) - gf(t). \tag{4}$$

2. Пусть интенсивность внешнего воздействия (политической пропаганды) на сообщество выражается функцией $M(t)$, среднее количество «прочтений» одного сообщения за единичный интервал времени равно k_2, вероятность «прочтения» «не охваченными данной идей» равна соответственно $\left(\frac{N-y}{N}\right)$ и вероятность восприятия идеи – k_3. Тогда математическое ожидание числа агентов, воспринявших новую идею под влиянием внешнего воздействия за единичный интервал времени, равно $M(t)k_2k_3\left(\frac{N-y}{N}\right)$.

Таким образом, уравнение (3) с учетом внешнего воздействия переходит в следующее уравнение:

$$\frac{dy}{dt} = a\frac{(N-y)}{N}y + M(t)b\frac{(N-y)}{N} - gy, \tag{5}$$

где $b = k_2k_3$ – вероятность восприятия инновации одним агентом за единичный интервал времени. Обозначив через $M'(t) = M(t)/N$ относительную плотность информационного давления на сообщество, получим следующее уравнение для плотности агентов, воспринимающих новую идею:

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1 - f(t)\big)f(t) + M'(t)b\big(1 - f(t)\big) - gf(t). \qquad (6)$$

Первое слагаемое в правой части (6) связано с внутренними коммуникационными процессами распространения инновации в сообществе (межличностная агитация); второе слагаемое связано с внешними процессами распространения инновации в социальной системе (вешнее давление на сообщество, например, через СМИ); и третье слагаемое (вычитаемое) в уравнении (6) связано с затуханием (забыванием) инноваций.

Отметим, что в случае преимущественной роли внешнего влияния, например, средств массовой информации, при распространении идеи «А» в социальной системе, в правой части уравнения (6) остается только второе (инновационное) слагаемое, и решение принимает вид (см. прилож. 2):

$$f(t) = 1 - (1 - f_0)e^{-M'bt}.$$

Отметим, при $t \to \infty$ $f(t) \to 1$, что является уровнем насыщения $f(t)$.

В случае, если существенную роль в распространение инновационной идеи вносят как межличностное общение, так и внешнее влияние, в правой части уравнения диффузии инноваций необходимо учитывать, как имитационное, так и инновационное слагаемые, и уравнение (6) принимает вид

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1 - f(t)\big)f(t) + M'(t)b\big(1 - f(t)\big).$$

Такие модели называют моделями смешанного влияния (рис. 2). Эти модели основаны на коммуникационной гипотезе, состоящей в том, что сообщение в средствах массовой информации достигает сначала некоторой небольшой группы, которая затем влияет на других индивидов [1]. Его решение (см. прилож. 3) будет выглядеть как

$$f(t) = \frac{1 - \dfrac{M'b(1 - f_0)}{af_0 + M'b}e^{-(a+M'b)t}}{1 + \dfrac{a(1 - f_0)}{af_0 + M'b}e^{-(a+M'b)t}}.$$

Отметим, при $t \to \infty$ $f(t) \to 1$, что является уровнем насыщения $f(t)$.

Рассмотрим уравнение (6) при $M'(t) = \text{const}$ (при постоянном внешнем давлении). Тогда уравнение имеет аналитическое решение вида

$$f(t) = \frac{1}{2a}\left(a - M'b - g + \tanh\left(\frac{1}{2}t\sqrt{2M'ba + a^2 - 2ag + (M'b)^2 + 2M'bg + g^2}\right)\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\text{const}\sqrt{2M'ba + a^2 - 2ag + (M'b)^2 + 2M'bg + g^2}\sqrt{2M'ba + a^2 - 2ag + (M'b)^2 + 2M'bg + g^2},$$

где $\tanh(x) = \dfrac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)}$.

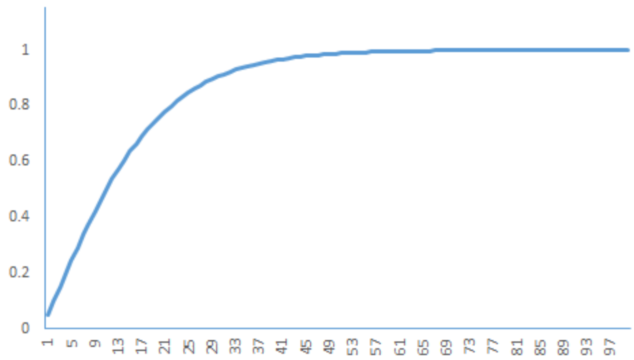


Рис. 2. Динамика распространения инноваций в модели смешанного влияния

Значение постоянной интегрирования находится из начального условия:

$$\mathrm{const}=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+V}{1-V}\right)\frac{2}{\sqrt{2M'ba+a^2-2ag+\left(M'b\right)^2+2M'bg+g^2}},$$

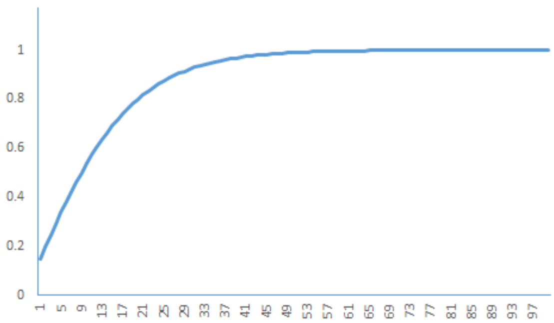
где

$$V=\frac{2af_0-\left(a-M'b-g\right)}{\sqrt{2M'ba+a^2-2ag+\left(M'b\right)^2+2M'bg+g^2}}.$$

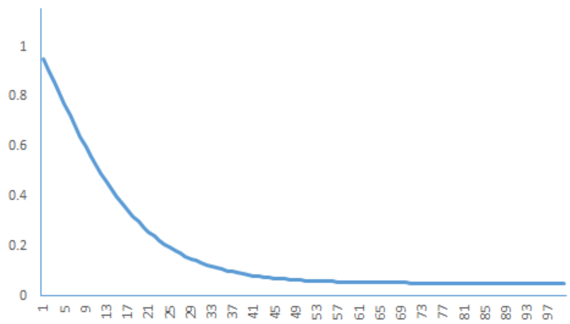
В зависимости от значения начального условия f_0 наблюдается два режима поведения системы: положительная динамика роста, когда идея овладевает всем сообществом (рис. 3, *а*), и отрицательная, когда влияние идеи убывает до некоторой величины (рис. 3, *б*). Заметим, что при условии прекращения внешнего влияния $\left(M'b=0\right)$, когда вероятность забывания идеи не очень высока $\left(g<a\right)$ при $t\to\infty$:

$$f\left(t\right)\to\frac{a-g}{a}.$$

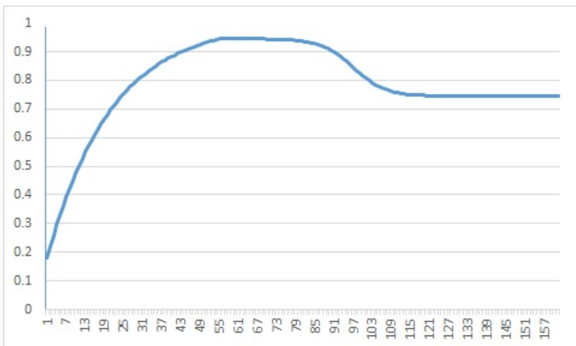
Иначе говоря, в динамике инноваций мы получаем упомянутый выше эффект Роджерса (рис. 3, *в*).



а



б



в

Рис. 3. Динамика распространения инновации: *а* – положительная; *б* – отрицательная; *в* – положительная при наличии эффекта забывания

Модель «Naming Game»

Как и в предыдущем случае, рассмотрим сообщество агентов численностью N. В модели «Naming Game» предполагается, что агенты, находящиеся в вершинах некоторого графа, могут обмениваться идеями между собой. У каждого агента есть словарь идей, которыми он обменивается со своими соседями по определенным правилам.

В упрощенном варианте Naming Game [3] предполагается, что каждый член сообщества (агент) может контактировать с каждым (т. е. мы имеем полный граф коммуникаций), агенты попарно взаимодействуют для достижения согласия. Основные алгоритмические правила Naming Game [3–6]: выбирается пара соседних узлов оратор и слушатель. Оратор озвучивает идею из своего списка. Если у слушателя в списке есть эта идея, то оба участника оставляют только ее, иначе слушатель пополняет свой словарь идей. В дальнейшем для простоты мы будем использовать термин «слово» для обозначения идеи. Приведенные правила представлены на рис. 4.

Вначале «словарь» у всех пуст. Каждый ход выбирается оратор, который будет говорить «слово» из своего списка. Если список пустой, то оратор выдумывает «слово». Если у слушателя это слово есть в «словаре», то он удаляет остальные слова, иначе добавляет это слово в словарь. Если хотя бы у одного слушателя в списке было это слово, то оратор оставляет только его в своем списке.

В первый момент времени словари пусты. Затем словари начинают расширяться, пока у каждого агента в словаре не появится хотя бы одно слово. С течением времени разногласие будет уходить. Динамика изменения словарей у агентов показана на рис. 5.

Рассмотрим динамику распространения новой идеи (экспансию слов) в модели «Naming Game». Предположим, что все слова одинаковые и оратора может услышать каждый слушатель с вероятностью k (вообще говоря, обратно пропорциональной расстоянию между ними). Тогда можно записать следующие балансовые соотношения [8] для плотности агентов f_a с инновационной идеей:

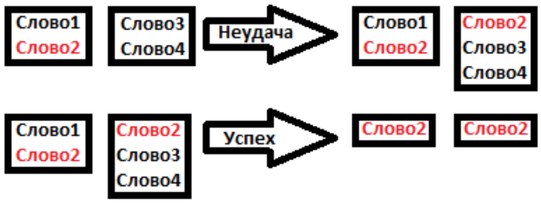


Рис. 4. Схема правил Naming Game

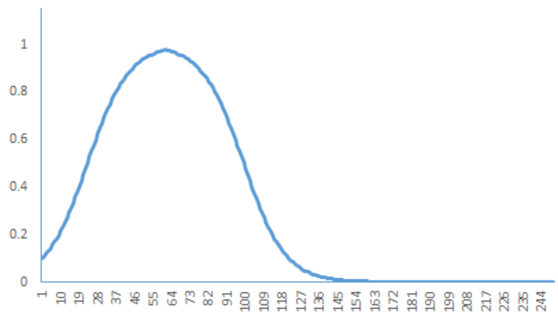


Рис. 5. Динамика словарей в Naming Game на полном графе

$$\begin{cases} 1 = f_a + f_{\text{null}} \\ \dfrac{df_a}{dt} = k \cdot f_a \cdot f_{\text{null}} \end{cases},$$

где f_a – плотность агентов с непустым словарем, f_{null} – плотность агентов с пустым словарем, k – коэффициент распространения слов. Выразим f_{null} через f_a и подставим во второе уравнение:

$$\frac{df_a}{dt} = k \cdot f_a \cdot (1 - f_a).$$

Полученное уравнение имеет вид уравнения Ферхюльста (2), используемое нами для описания «диффузии инноваций». Добавляя в модель условие, что с вероятностью g агент может забыть слово из своего словаря, мы получаем уравнение, аналогичное (4), для плотности агентов с ненулевым словарем:

$$\frac{df_a}{dt} = k \cdot f_a \cdot (1 - f_a) - g \cdot f_a.$$

Несмотря на различные правила передачи сообщений в двух разных моделях распространения инноваций, мы имеем на полном графе взаимодействий одинаковую динамику.

Модель клеточного автомата

Рассмотрим поведение приведенных выше моделей в условиях неполного взаимодействия.

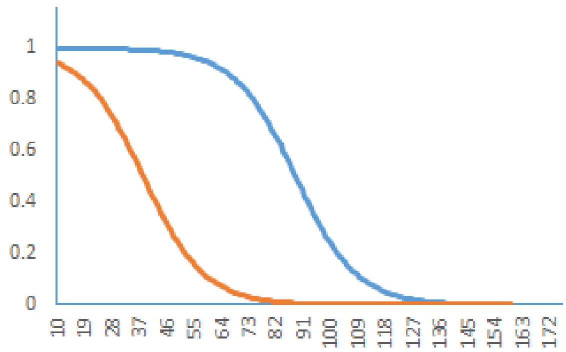


Рис. 6. Два фазовых перехода. Желтой линией обозначены результаты с активированным одним агентом, синей линией – с тремя агентами

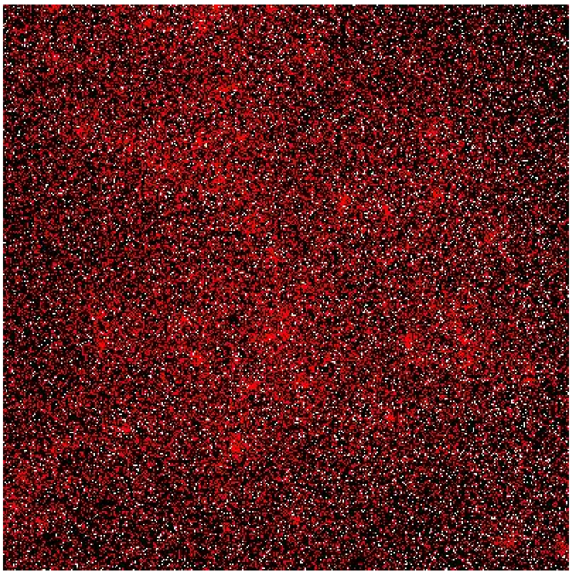


Рис. 7. Распределение слов на двумерной сетке

Наиболее простая модель – это модель клеточного автомата [9]. В качестве сети можно использовать случайный граф: для сети с N вершинами две вершины соединяются ребром с вероятностью p. Случайные графы имеют небольшую среднюю длину кратчайшего пути и малый коэффициент кластеризации. Сетевая структура случайных графов в значительной степени зависит от вероятности соединения вершин. При низком значении вероятности граф разделяется на небольшие изолированные компоненты, при высоком – компоненты сливаются в единую сеть, соразмерную с исходной. Математические модели типа клеточных автоматов в последнее время широко применяются для моделирования систем типа «реакция – диффузия» [10]. Кроме того, модели клеточных автоматов применяются при моделировании процессов в нанотехнологиях, при моделировании дорожного движения.

Рассмотрим плоскость, на которой располагаются агенты. Разобьем плоскость на клетки, в каждой из которых находится агент. Агент может быть в активном состоянии (имеет мнение) или в пассивном (не имеет). Пусть агент взаимодействует только с ближайшими соседями. Состояние агентов может меняться по различным правилам, например, по правилам Naming Game или «диффузии инноваций» (голосования).

Для анализа и моделирования в качестве сети будем рассматривать случайный геометрический граф. Пусть имеется граф с N вершинами, которые случайно расположены на пространстве размером $L \times M$. Два узла связаны, если они расположены друг от друга не дальше, чем на расстоянии R. Важным параметром случайного геометрического графа является средняя степень вершины, определяемая как среднее число соседей на узел. В случайных геометрических графах существует критическое значение средней степени связности, выше которого появляется компонента, по размерам сопоставимая со всем графом.

Рассмотрим следующую модель. Агенты расположены в узлах случайного геометрического графа, и каждый из них может находиться в двух состояниях: неактивное и активное, 0 и 1 соответственно. Агент становится активным, если часть его соседей φ активна. Изначально все агенты неактивны, но если агент становится активным, то он остается активным до конца каскада.

Возьмем число агентов $N = 10^4$ и размер системы $L \times M = 10^3 \times 10^3$. На рис. 6 отображены два фазовых перехода при фиксированном значении φ. Первый переход происходит на расстоянии $R \simeq 12{,}5$, где вероятность глобальных каскадов резко возрастает от 0 до 1 для обоих случаев. Последующее увеличение максимального расстояния R между агентами медленно уменьшает вероятность глобального каскада до 0. Этот фазовый переход является вторым. Первый фазовый переход связан с появлением гигантской компоненты в случайном геометрическом графе. Ниже критического значения R граф слабо связан, а следовательно, каскад не может распространиться глобально. Второй фазовый переход объясняется тем, что при увеличении R узлы будут иметь так много соседей, что для активации самого агента потребуется активировать слишком много соседей.

Анализ распространения слов в модели «Naming Game»

Опишем динамику распространения новой идеи (экспансию слов) в модели «Naming Game». Рассмотрим сетку размерами $L \times M$, где каждый узел является агентом. Предположим, что все слова одинаковые. Введем параметр T, который показывает время жизни идеи. Другими словами, если какой-то узел не получал об идее никакой информации в течение времени T, то она удаляется из списка идей.

Теперь вместо одного слушателя слушателями будут все соседи оратора. В этой модели оратора может услышать каждый слушатель с вероятностью, обратно пропорциональной расстоянию между ними. На рис. 7 приведен результат численного моделирования данных процессов:

При моделировании данных процессов был обнаружен факт «пятнистости» – распределение агентов по пространству не является однородным, с течением времени агенты с одинаковыми идеями объединяются в устойчивые группы. Аналоги этих процессов проглядываются в моделях динамики биологических популяций. Явление «пятнистости» в биологических популяциях широко описано в специальной литературе [10].

Модель клеточных автоматов для «диффузии инноваций»

Для простоты анализа пусть экспансия происходит на отрезке прямой. Обозначим за $F(x,t)$ функцию, которая описывает состояние агентов в каждый момент времени t в каждой точке x. Функция $F(x,t)$ принимает следующие значения:

$$F(x,t)=\begin{cases}1, \text{ если словарь агента } x \text{ не пуст,}\\ 0 \text{ иначе.}\end{cases}$$

Для начала рассмотрим случай, когда все агенты взаимодействуют со всеми. Словарь может измениться, только если один из агентов поделится словом с другим. Тогда в следующий момент времени состояние можно выразить как

$$F(x,t+\Delta t)=\sigma\left(F(x,t)+\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t)\right),$$

где

$$\sigma(z)=\begin{cases}1, \text{ если } z\ge 1,\\ 0 \text{ иначе.}\end{cases}$$

и

$$k_i(x)=\begin{cases}1, \text{ если } i\text{-й агент взаимодействовал с } x,\\ 0 \text{ иначе.}\end{cases}$$

Преобразуем до

$$F(x,t+\Delta t)=F(x,t)+\left(1-F(x,t)\right)\sigma\left(\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t)\right),$$

$$\frac{\Delta F(x,t)}{\Delta t}=\left(1-F(x,t)\right)\sigma\left(\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t)\right). \quad (7)$$

Обозначим $f(t)=\sum_x F(x,t)/N$ суммарную плотность агентов, тогда, суммируя обе части (7) по всей длине прямой, получим

$$\frac{df(t)}{dt}=\frac{1}{N}\left(\sum_j^N\left(1-F(x_j,t)\right)\sigma\left(\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t)\right)\right),$$

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{N}\left(\sum_j^N \sigma\left(\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t)\right) - \sum_j^N F(x_j,t)\sigma\left(\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t)\right)\right).$$

Рассмотрим математическое ожидание этого выражения справа. Обозначим за $\bar{k}$ вероятность взаимодействия с другим агентом. Тогда

$$\sigma\left(\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t)\right) = \bar{k}\sum_i^N F(x_i,t) = N\bar{k}f(t).$$

Тогда

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{N}\left(\sum_j^N N\bar{k}f(t) - \sum_j^N F(x_j,t)N\bar{k}f(t)\right),$$

$$\frac{df(t)}{dt} = N\bar{k}f(t) - \sum_j^N F(x_j,t)\bar{k}f(t),$$

$$\frac{df(t)}{dt} = N\bar{k}f(t)(1-f(t)).$$

Обозначим $a = N\bar{k}$:

$$\frac{df(t)}{dt} = a(1-f(t))f(t).$$

Полученное уравнение имеет вид уравнения Ферхюльста (2), используемое нами для описания «диффузии инноваций». Аналогичный вывод получается и для агентов, расположенных в узлах плоской сетки.

Таким образом, имея полный граф взаимодействия, мы приходим к выводу, что новые идеи распространяются согласно «закону диффузии инноваций».

Модель клеточных автоматов на плоскости

Рассмотрим случай, когда агент взаимодействует только со своими соседями. Тогда в следующий момент времени состояние можно выразить как

$$F(x,t+\Delta t) = \sigma\left(F(x,t) + k_1F(x-1,t) + k_2F(x+1,t)\right), \tag{8}$$

где

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1, \text{ если } x \ge 1, \\ 0 \text{ иначе,} \end{cases}$$

k_1, k_2 – вероятность взаимодействия с левым и правым соседом соответственно.

При $k_1 = k_2$ можно заметить, что уравнение (8) является разностной схемой для диффузионного уравнения с каталитическим членом. Это уравнение было исследовано А. Н. Колмогоровым [11], который получил решения в виде бегущих плоских волн, что говорит о возможности появления устойчивых пространственных структур в сообществе автоматов.

Преобразуем (8):

$$F(x,t+\Delta t) = F(x,t) + (1-F(x,t))\sigma\left(k_1F(x-1,t) + k_2F(x+1,t)\right),$$

$$\frac{\Delta F(x,t)}{\Delta t} = (1-F(x,t))\sigma\left(k_1F(x-1,t) + k_2F(x+1,t)\right).$$

Просуммируем части по всей длине прямой, обозначим $f(t) = \sum_x F(x,t)/N$:

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{N}\left(\sum_j^N (1-F(x_j,t))\sigma\left(k_1F(x_j-1,t) + k_2F(x_j+1,t)\right)\right),$$

$$\frac{df(t)}{dt}=\frac{1}{N}\left(\sum_{j}^{N}\sigma\Big(k_1F\big(x_j-1,t\big)+k_2F\big(x_j+1,t\big)...\Big)-\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)\sigma\Big(k_1F\big(x_j-1,t\big)+k_2F\big(x_j+1,t\big)\Big)\right).$$

Рассмотрим математическое ожидание этого выражения справа. Обозначим за $\bar{k}$ вероятность взаимодействия с агентом справа или слева. При малых $\bar{k}$ и больших N:

$$\sum_{j}^{N}\sigma\Big(k_1F\big(x_j-1,t\big)+k_2F\big(x_j+1,t\big)\Big)\approx\sum_{j}^{N}\sigma\Big(k_1F\big(x_j-1,t\big)\Big)+\sum_{j}^{N}\sigma\Big(k_2F\big(x_j+1,t\big)\Big)=$$

$$=2\bar{k}\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)=2\bar{k}Nf(t);$$

$$\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)\sigma\Big(k_1F\big(x_j-1,t\big)+k_2F\big(x_j+1,t\big)\Big)=$$

$$=\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)\sigma\Big(k_1F\big(x_j-1,t\big)\Big)+\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)\sigma\Big(k_2F\big(x_j+1,t\big)\Big)=$$

$$=2\bar{k}\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)F\big(x_j+1,t\big);$$

$$\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)F\big(x_j+1,t\big)\approx\sum_{j}^{N}F\big(x_j,t\big)\frac{\sum_{i}^{N}F\big(x_i,t\big)}{N}=Nf(t)f(t).$$

Тогда

$$\frac{df(t)}{dt}\approx\frac{1}{N}\Big(2\bar{k}Nf(t)-2\bar{k}Nf(t)f(t)\Big);$$

$$\frac{df(t)}{dt}=2\bar{k}f(t)\big(1-f(t)\big).$$

Обозначим $a=2\bar{k}$:

$$\frac{df(t)}{dt}=a\big(1-f(t)\big)f(t).$$

Рассмотрим случай с условием забывания слов:

$$\frac{df(t)}{dt}=a\big(1-f(t)\big)f(t)-gf(t),$$

где $f(t)$ – плотность общего числа слов в момент времени t. Запишем уравнение как

$$\frac{df(t)}{dt}=af-\beta f^2.$$

Решение будет выглядеть как

$$f(t)=\frac{a}{\beta+\dfrac{a-\beta f_0}{f_0}e^{-at}},$$

где $f_0=f(0)$.

Отметим, что при $t\to\infty$ $f(t)\to a/\beta$. При $a/\beta\geq 1$ у всех агентов будет непустой словарь. В случае если $0<a/\beta<1$ – распределение агентов, принявших инновацию, является неоднородным и в системе будут образовываться пространственные структуры.

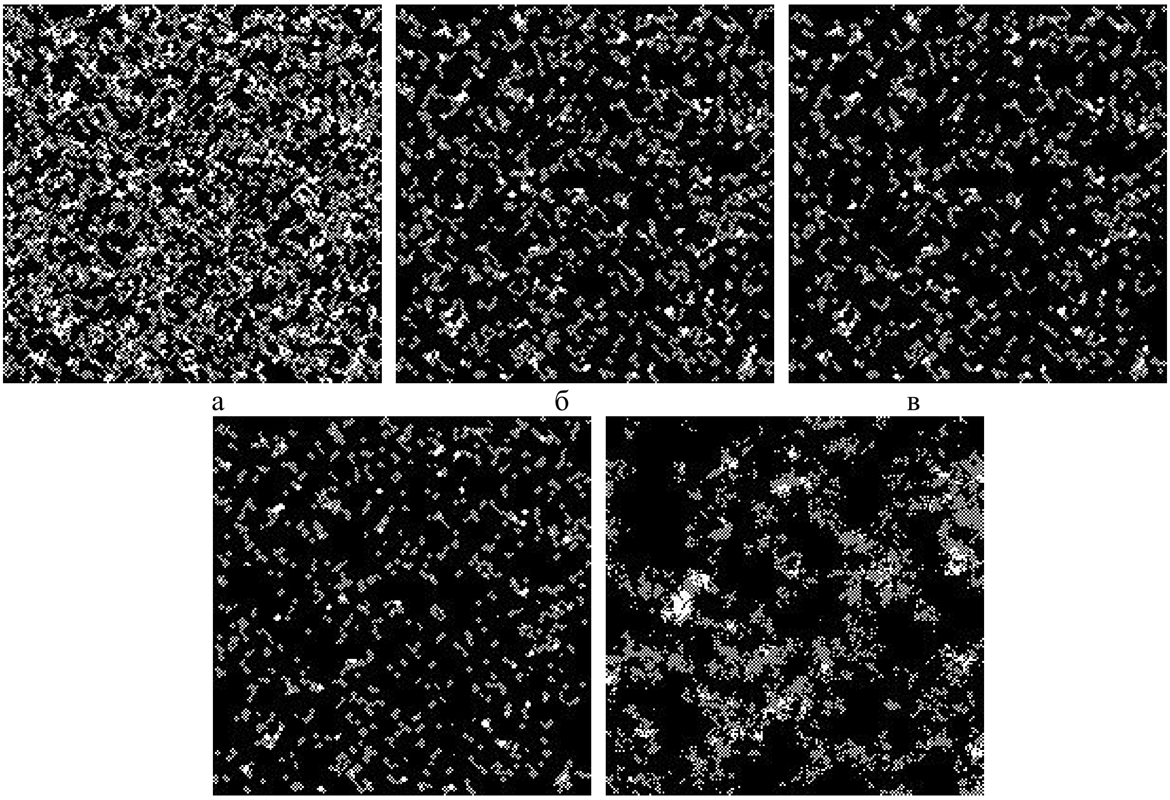


Рис. 8. Результаты численного моделирования на плоскости:
а – 30 шагов по времени; *б* – 60 шагов; *в* – 90 шагов; *г* – 120 шагов; *д* – установившаяся картина

На рис. 8 приведен результат численного моделирования данных процессов на плоскости в разные моменты времени, из которого видно, что с течением времени сообщество распадается на некоторые группы агентов, приблизительно постоянной численности, которые могут мигрировать по плоскости.

Заключение

Исследование двух разных моделей распространения идей в обществе в условиях забывания идей показало качественно одинаковое поведение сообщества автоматов. Главный вывод состоит в том, что общество при возникновении новой идеи не воспринимает ее равномерно одинаково, а может распадаться на группы воспринимающих новую идею и невоспринимающих.

Список литературы

1. *Минаев В. А.*, *Овчинский А. С.*, *Скрыль С. В.*, *Тростянский С. Н.* Как управлять массовым сознанием: современные модели: Моногр. М.: РосНОУ, 2013. 200 с.

2. *Rogers E.* Diffusion of Innovations. 4 ed. N. Y.: Free Press, 1995.

3. *Baronchelli A.*, *Felici M.*, *Caglioti E.*, *Loreto V.*, *Steels L.* Evolution of Opinions on Social Networks in the Presence of Competing Committed Groups // J. Stat. Mech. URL: http://arxiv.org/abs/1112.6414

4. *Dallsta L.*, *Baronchelli A.*, *Barrat A.*, *Loreto V.* Non-equilibrium dynamics of language games on complex networks. URL: http://samarcanda.phys.uniroma1.it/vittorioloreto/publications/language-dynamics/.

5. *Lu Q.*, *Korniss G.*, *Szymanski B. K.* Naming games in two-dimensional and small-world-connected random geometric networks. URL: http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.77.016111.

6. *Baronchelli A.* Role of feedback and broadcasting in the naming game // Phys. Rev. E. 2011. Vol. 83. P. 046103. arXiv:1009.4798v2

7. *Verhulst P. F.* Notice sur la loique la population poursuitdans son accroissement // Correspondance mathématique et physique. 1838. Vol. 10. P. 113–121.

8. *Ломакин С. Г.*, *Федотов А. М.* Модель самоорганизации в агентных системах с передачей информации // Системный анализ и информационные технологии (САИТ-2013): Тр. V Междунар. конф. Красноярск, 2013. Т. 1. С. 243–247.

9. *Neumann J. von*. Theory of Self-Reproducing Automata. University of Illinois Press, 1966 P. 64–87.

10. *Лобанов А. И.* Модели клеточных автоматов // Компьютерные исследования и моделирование. 2010. Т. 2, № 3. С. 273–293.

11. *Ляпунов А. А.* Биогеоценозы и математическое моделирование // Природа. 1971. № 10. С. 38–41.

12. *Колмогоров А. Н.*, *Петровский И. Г.*, *Пискунов Н. С.* Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Бюл. МГУ. Серия: Математика и механика. 1937. Т. 1. С. 1–26.

Материал поступил в редколлегию 26.11.2014

Приложение 1

Пусть $f(0) = f_0$. Рассмотрим случай с преимущественным влиянием внутренних коммуникационных процессов, тогда в правой части уравнения (6) остается только первое слагаемое, и уравнение принимает вид (2):

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1 - f(t)\big) f(t).$$

Найдем для него функцию $f(t)$:

$$\int \frac{df}{f(1-f)} = \int a\,dt$$

или

$$\int \frac{df}{f} + \int \frac{df}{1-f} = \int a\,dt.$$

Интегрируя, получаем

$$\ln(f) + \ln(1-f) = at + \text{const};$$

$$\ln\left(\frac{f}{1-f}\right) = at + \text{const}.$$

Определяя постоянную интегрирования из начального условия, находим функцию

$$f(t) = \frac{1}{1 + \dfrac{1-f_0}{f_0} e^{-at}}.$$

Приложение 2

В случае преимущественной роли внешнего влияния в правой части уравнения (6) остается только второе слагаемое, и уравнение для функции плотности агентов принимает вид

$$\frac{df(t)}{dt} = M'(t)b\big(1 - f(t)\big).$$

Найдем для него функцию $f(t)$. Разделяя переменные в уравнении, имеем

$$\int \frac{df}{1-f} = \int M'(t)b\,dt.$$

В случае если можно считать $M'(t) = \text{const},$ запишем

$$\int \frac{df}{1-f} = M'b\int dt.$$

Откуда

$$f(t) = 1 - e^{-M'bt + \text{const}}.$$

Определяя постоянную интегрирования из начального условия, находим функцию

$$f(t) = 1 - (1 - f_0)e^{-M'bt}.$$

Приложение 3

В случае если существенную роль в распространение инновационной идеи вносят как межличностное общение, так и внешнее влияние, в правой части уравнения диффузии инноваций, уравнение принимает вид

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1 - f(t)\big)f(t) + M'(t)b\big(1 - f(t)\big).$$

Перепишем его в виде

$$\frac{df(t)}{dt} = \big(af(t) + M'(t)b\big)\big(1 - f(t)\big).$$

Отсюда получим выражение

$$\int \frac{df}{\big(af(t) + M'(t)b\big)\big(1 - f(t)\big)} = \int dt.$$

Разложим подынтегральную дробь в левой части на простейшие и будем считать, что $M'(t) = \text{const}$:

$$\int \frac{a\,df}{(a + M'b)\big(af(t) + M'b\big)} + \int \frac{df}{(a + M'b)\big(1 - f(t)\big)} = \int dt.$$

Проинтегрировав обе части уравнения, получим в результате

$$\frac{1}{a + M'b}\ln\left(\frac{af(t) + M'b}{1 - f(t)}\right) = t + \text{const}.$$

Отсюда получим

$$f(t) = \frac{1 - M'e^{-(a+M'b)(t+\text{const})}}{1 + ae^{-(a+M'b)(t+\text{const})}}.$$

Определяя постоянную интегрирования из начального условия, находим функцию

$$f(t) = \frac{1 - \dfrac{M'b(1 - f_0)}{af_0 + M'b}e^{-(a+M'b)t}}{1 + \dfrac{a(1 - f_0)}{af_0 + M'b}e^{-(a+M'b)t}}.$$

S. G. Lomakin, A. M. Fedotov

Institute of Computational Technologies SB RAS
6 Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

Novosibirsk State University
2 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

sir_ejik@mail.ru, fedotov@sbras.ru

THE ANALYSIS OF INFORMATION TRANSFER MODEL IN THE NETWORK OF CELLULAR AUTOMATON

In the following work were analyzed transfer of information threshold models (ideas, excitement, an infection, etc.) in the social and biological communities represented by a network of cellular automaton. Two types of models are considered: model of diffusion of innovations and Naming Game model. The analysis of both models gave similar pictures of distribution of new ideas in community.

Keywords: dynamics of innovation, dissemination of ideas in society, diffusion of innovations, Naming Game, cellular automata

References

1. Minayev V. A., Ovchinsky A. S., Skryl S. V., Trostyansky S. N. How to manage the mass consciousness: current models. Moscow, 2013, 200 p. (in Russ.)
2. Rogers E. Diffusion of Innovations. 4 ed. New York, Free Press, 1995.
3. Baronchelli A., Felici M., Caglioti E., Loreto V., Steels L. Evolution of Opinions on Social Networks in the Presence of Competing Committed Groups. *J. Stat. Mech*, 2006. URL: http://arxiv.org/abs/1112.6414
4. Dallsta L., Baronchelli A., Barrat A., Loreto V. Non-equilibrium dynamics of language games on complex networks. URL: http://samarcanda.phys.uniroma1.it/vittorioloreto/ publications/language-dynamics/
5. Lu Q., Korniss G., Szymanski B. K. Naming games in two-dimensional and small-world-connected random geometric networks. URL: http://journals.aps.org/pre/abstract/ 10.1103/PhysRevE.77.016111
6. Baronchelli A. Role of feedback and broadcasting in the naming game. DOI: 10.1103/PhysRevE.83.046103
7. Verhulst P. F. Notice sur la loique la population poursuitdans son accroissement. *Correspondance mathématique et physique*, 1838, vol. 10, p. 113–121.
8. Lomakin S. G., Fedotov A. M. The model of self-organization in agent-based systems with the transmission of information. *System Analysis and Information Technologies* (*SAIT 2013*). *Proc. of V International Conference*. Krasnoyarsk, 2013, vol. 1, p. 243–247. (in Russ.)
9. Neumann J. von. *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press, 1966, p. 64–87.
10. Lobanov A. I. Model of cellular automata. *Computer Studies and Modeling*, 2010, vol. 2, no. 3, p. 273–293. (in Russ.)
11. Lyapunov A. A. Biogeocoenosis and mathematical modeling. *Nature*, 1971, no. 10, p. 38–41. (in Russ.)
12. Kolmogorov A. N., Petrovskii I. G., Piskunov N. S. The study of the diffusion equation coupled with an increase in the amount of substance, and its application to a biological problem. *Bul. MSU. Ser. Mathematics and Mechanics*, 1937, vol. 1, p. 1–26. (in Russ.)