Приложение 1

Модель оценки финансовой устойчивости страховщика

В качестве меры финансовой устойчивости предлагается использовать вероятность неразорения страховщика, рассчитываемую по состоянию на конкретную дату и определяемую как вероятность того, что в течение некоторого промежутка времени заданной продолжительностью Т после момента расчета сумма страховых выплат по имеющемуся у страховщика на отчетную дату страховому портфелю окажется меньше заработанной нетто-премии за этот период по заключенным на дату расчета договорам страхования и только по ним плюс собственный капитал и прибыль от инвестирования.

Иными словами, вероятность неразорения – это вероятность выполнения следующего неравенства:

	Изменение резерва незаработанной премии нетто-перестрахование только по заключенным договорам за период Т	+	Собственный капитал на начало периода	+	Прибыль по инвестициям	≥
≥	Страховые выплаты нетто-перестрахование за период Т	-	Изменение резервов убытков нетто-перестрахование только по заключенным договорам за период Т	+	Расходы на ведение дела	

(П1.1)

Как можно видеть, в частном случае, когда все договоры страхового портфеля начинаются одновременно и действуют в течение одного и того же периода, равного Т, а оценка производится на момент начала действия всех договоров, неравенство (П1.1) сводится к неравенству, известному из статического подхода.

Механизмом, который придает модели динамический характер (а именно, изменение обязательств во времени), является использование *в ней суммы страховых резервов*. Будем исходить из того, что страховые резервы дают адекватную оценку будущих расходов страховщика.

Таким образом, рассматриваемое неравенство представляет собой синтез статического и динамического подходов к оценке вероятности неразорения страховщика.

Перенося второй член из правой части неравенства в левую и проводя группировку, получим:

	Изменение страховых резервов нетто-перестрахование только по заключенным договорам за период Т	+	Собственный капитал на начало периода	+	Прибыль по инвестициям	≥
≥	Страховые выплаты нетто-перестрахование за период Т	+	Расходы на ведение дела			(П1.2)

Тогда искомая вероятность может быть записана следующим образом:

$\gamma' = P\left(L + C \le S_0 - S_T + K + W\right)$, где: (П1.3)

$P(X)$ – вероятность события *X*;

L – сумма страховых выплат за период *T* по договорам, заключенным на дату оценки;

C – сумма расходов на ведение дела за период *T*;

S_0 , S_T – сумма резервов нетто-перестрахование соответственно на дату оценки и на конец периода *T*;

K – собственный капитал на дату оценки;

W – прибыль от инвестиций за период *T*.

Данный показатель предназначен для конкретных практических целей: он позволяет оценить достаточность страховых резервов и собственного капитала страховщика для исполнения обязательств исключительно по договорам, о которых страховщику известно на дату оценки, и никаким другим. Стало быть, не имеет смысла рассматривать период *T* более длительный, чем наибольший из оставшихся сроков действия принимаемых в расчет договоров страхования $\tau_{\max}$. С другой стороны, чем длиннее период *T*, тем более информативной будет оценка. Но тогда в качестве важного частного случая логично рассматривать $T = \tau_{\max}$ (но *T* может быть и любым иным).

Может показаться, что при $T = \tau_{\max}$ модель охватывает весь страховой портфель, как и при статическом анализе. Но это не так. Дело в том, что на дату оценки большая часть договоров страхования уже действует в течение некоторого периода времени. При статическом анализе исследуется распределение *f(x)* убытка по данному страховому портфелю за весь срок действия всех договоров страхования. Для определения же показателя γ' используется «сжатое» распределение *g(x)* за более короткий промежуток времени: с даты оценки до окончания каждого договора страхования.

Показатель комплексной гарантии безопасности γ' иллюстрируется при помощи рис. П1.1.

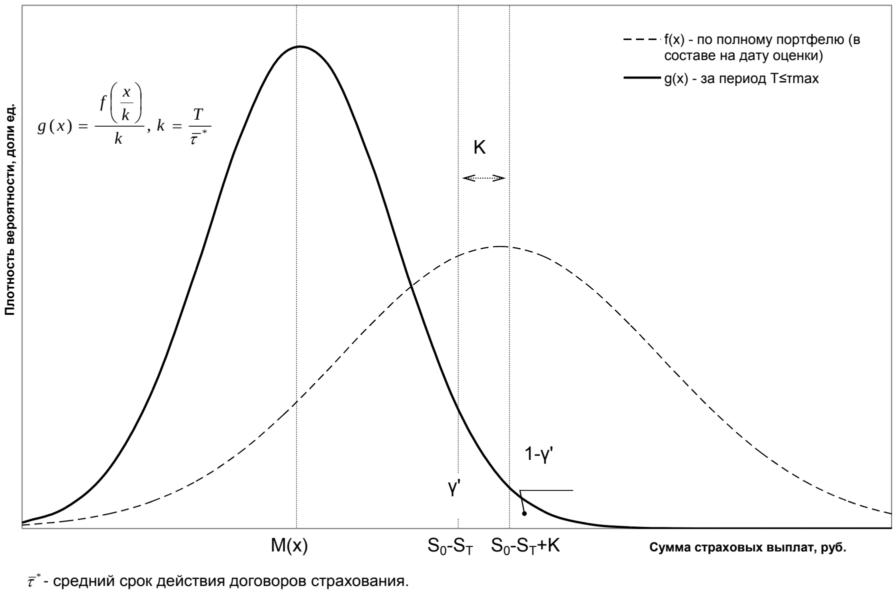

Рис. П1.1. **Комплексная гарантия безопасности страховщика за период** *T*

Для нахождения вероятности (П1.3) остается найти вид и параметры распределения коллективного убытка по страховому портфелю. Опираясь на набор предпосылок, описанный в пункте 2.1.1 главы 2, может быть получена следующая очевидная формула для расчета комплексной гарантии безопасности страховщика:

$$\gamma' = \Phi\left(\frac{S_0 - S_T + K + \left(\frac{S_0 + S_T}{2} + K\right)\frac{T}{365}r - C \cdot \varepsilon - a \cdot \varepsilon}{\sigma \cdot \varepsilon}\right), \text{ где} \qquad (\text{П1.4})$$

a и σ – соответственно математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение убытка по страховому портфелю, состоящему из незавершенных договоров на дату оценки;

S_0 – сумма страховых резервов на дату оценки;

S_T – сумма страховых резервов на конец периода *T* по страховому портфелю, состоящему из незавершенных договоров на дату оценки;

r – доходность инвестиций страховщика, годовых;

T – период, за который оценивается финансовая устойчивость страховщика;

ε – отношение периода *T* к среднему сроку действия договоров страхования[1], доли единицы;

C – сумма расходов на ведение дела страховщика за период, соответствующий среднему сроку действия договоров страхования;

$y = \Phi(x)$ – интегральная функция Лапласа.

Если положить $T = \tau_{\max}$, формула упрощается за счет того, что S_T =0:

[1] Как правило, средний срок страхования составляет 365 дней.

$$\gamma' = \Phi\left(\frac{S_0 + K + \left(\frac{S_0}{2} + K\right) r \cdot \frac{\tau_{\max}}{365} - C\cdot\varepsilon - a\cdot\varepsilon}{\sigma\cdot\varepsilon}\right) \tag{П1.5}$$

Величины a и σ определяются путем свертки распределений коллективного убытка по отдельным страховым рискам. Но и при отсутствии точных данных об a и σ можно дать *приближенную* оценку показателю комплексной гарантии безопасности γ', опираясь только на сумму страховых резервов и вероятность неразорения, закладываемую в расчет страховых тарифов. Такая возможность исключительно важна для финансовых аналитиков и государственных органов, осуществляющих надзор за страховой деятельностью, поскольку позволяет производить экспресс-оценку финансового состояния страховщика на основании его публичной финансовой отчетности.

Допустим, что страховые резервы рассчитаны в точном соответствии с введенными предпосылками и потому в точности отражают оценку страховщиком принятых на себя обязательств, даваемую в момент заключения договора. Тогда страховые резервы основываются на законе распределения коллективного убытка по страховому портфелю, который предполагается страховщиком.

Опираясь на введенные предпосылки и свойства нормального распределения (включая правило трех «сигм»), можно приближенно предположить, что:

$$a \approx \left[\frac{1}{2}S_0\cdot\gamma + \frac{3}{2}S_0\cdot(1-\gamma)\right]\cdot\frac{1}{\varepsilon}, \tag{П1.6}$$

и

$$\sigma \approx \frac{S_0\cdot\left(\gamma - \frac{1}{2}\right)}{\Phi^{-1}(\gamma)}\cdot\sqrt{\frac{1}{\varepsilon}}. \tag{П1.7}$$

Здесь $x = \Phi^{-1}(y)$ – функция, обратная интегральной функции Лапласа $y = \Phi(x)$, а γ – гарантия безопасности страховщика, закладываемая в страховой тариф.

Из формул (П1.4)-(П1.7) легко вывести оценку вероятности разорения страховщика, осуществляющего рисковое страхование, предположив, что договоры страхования на момент оценки действуют половину своего срока, равного году (то есть $T = \tau_{\max} = 365/2$ и $\varepsilon = 1/2$):

$$\gamma' = \Phi\left(\frac{K + S_0\cdot\left(\gamma - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{S_0}{2} + K\right)\frac{r}{2} - \frac{C}{2}}{S_0\cdot\left(\gamma - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2}}\Phi^{-1}(\gamma)\right) \tag{П1.8}$$

Из (П1.8), в частности, вытекает, что финансовая устойчивость страховщика тем выше, чем больше собственный капитал, чем больше сумма страховых резервов, чем выше доходность по инвестициям, чем ниже сумма расходов на ведение дела и чем большая вероятность неразорения была заложена в страховой тариф. Данные выводы полностью согласуются с имеющейся теорией и практикой управления финансовой устойчивостью страховщиков.

Для целей практического управления можно и не вычислять собственно комплексную гарантию безопасности страховщика, а ограничиться вычислением выражения под знаком вероятности, так как интегральная функция распределения все равно является монотонно неубывающей функцией.

Показатель (П1.8) служит комплексной оценкой финансовой устойчивости страховой компании. Но при этом представляет большой практический интерес анализ вклада отдельных страховых рисков в формирование вероятности неразорения. Для этого автором предлагается проводить анализ по формуле (П1.8), распределив в ней пропорционально сумме резервов значения показателей *К* и *С*, относящихся к страховому бизнесу в целом. Тогда в качестве меры финансовой устойчивости конкретного страхового риска выступит значение выражения:

$$\gamma' = \Phi\left(\frac{K \cdot \frac{S_{0i}}{S_0} + S_{0i} \cdot \left(\gamma - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{S_{0i}}{2} + K \cdot \frac{S_{0i}}{S_0}\right)\frac{r}{2} - \frac{C}{2} \cdot \frac{S_{0i}}{S_0}}{S_{0i} \cdot \left(\gamma - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2}} \Phi^{-1}(\gamma) \right) =$$

$$= \Phi\left(\frac{\frac{K}{S_0} + \left(\gamma - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{K}{S_0}\right)\frac{r}{2} - \frac{C}{2S_0}}{\left(\gamma - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2}} \Phi^{-1}(\gamma) \right) \qquad (П1.9)$$

Из (П1.9) видно, что финансовая устойчивость по отдельному страховому риску зависит от общих условий деятельности страховщика:

- соотношения между собственным капиталом и страховыми резервами;
- соотношения между затратами и страховыми резервами;
- ставки доходности инвестиций,

а на уровне отдельного страхового риска остается единственный фактор – гарантия безопасности, закладываемая в расчет страхового тарифа.

Разумеется, при этом принципиально важно, чтобы применялись только надлежащим образом обоснованные страховые тарифы.

Как видно из формул (П1.5) и (П1.8), страховая компания может обеспечивать финансовую устойчивость как за счет правильной организации страхования, так и за счет значительной величины удельного собственного капитала (на единицу страховых резервов). Первый путь, в отличие от второго, обеспечивает не только финансовую устойчивость для страхователей, но и финансовую устойчивость для акционеров. Последняя принципиально важна в ходе проверок органами страхового надзора и в ходе аудита, поскольку недостаточная финансовая устойчивость для акционеров влияет на применимость допущения непрерывности деятельности[2]. В этой связи представляет интерес оценка вероятности того, что акционеры потеряют по крайней мере часть собственных средств.

Можно рассчитать значение комплексной гарантии безопасности при нулевом собственном капитале (*K=0*). Полученное значение (обозначим его γ'') покажет вероятность, с которой страховщик может обойтись только средствами страховых резервов без собственного капитала вообще. Например, из (П1.5) получим:

$$\gamma'' = \Phi\left(\frac{S_0 + \dfrac{S_0}{2} r \cdot \dfrac{\tau_{\max}}{365} - C \cdot \varepsilon - a \cdot \varepsilon}{\sigma \cdot \varepsilon}\right). \qquad (\text{П}1.10)$$

Вероятность $(1-\gamma'')$ того, что страховых резервов окажется недостаточно для исполнения обязательств страховщика, и есть вероятность изъятия, по крайней мере, части средств акционеров. Данная вероятность служит индикатором уровня организации страховых операций с позиций обеспечения финансовой устойчивости страховщика.

---

[2] Принципы подготовки и представления финансовой отчетности по МСФО, ПБУ 1/98 «Учетная политика».

Приложение 2

Модель учета деления риска
при оценке параметров распределения индивидуального убытка

Автором модель для учета деления риска в страховом тарифе, основанная на предположении о нормальном законе распределения индивидуального убытка. В рамках этого подхода также предлагается новая классификация способов деления риска: по их влиянию на размер страховой выплаты.

Можно выделить профили, описывающие влияние различных способов деления риска на размер страховой выплаты [87]. Обнаруживается сходство данных профилей между собой. Иными словами, существует некоторый набор *базисных* видов деления риска, который может быть реализован посредством трех инструментов:

- участие страхователя;
- сострахование;
- перестрахование.

К базисным видам деления риска можно отнести:

- пропорциональное уменьшение выплаты (например: неполное пропорциональное страхование; пропорциональное перестрахование) – рис. П2.1;
- фиксированное смещение (например: безусловная франшиза; сострахование на условиях, когда состраховщик производит выплату до определенного лимита, а данный страховщик – выплачивает недостающую часть, если она имеется) – рис. П2.2;
- отсечение малых убытков (например, условная франшиза, сострахование, при котором состраховщик обязуется произвести страховую выплату в том случае, если она не превышает определенного лимита, при превышении же – выплату производит данный страховщик) – рис. П2.3;
- отсечение больших убытков (например, неполное страхование по правилу первого риска, сострахование, при котором данный страховщик производит выплату до определенного лимита, а состраховщик – выплачивает недостающую часть, если она имеется) – рис. П2.4.

Разумеется, для всякого конкретного страхового риска может предусматриваться любая удобная комбинация вышеназванных видов и инструментов деления риска.

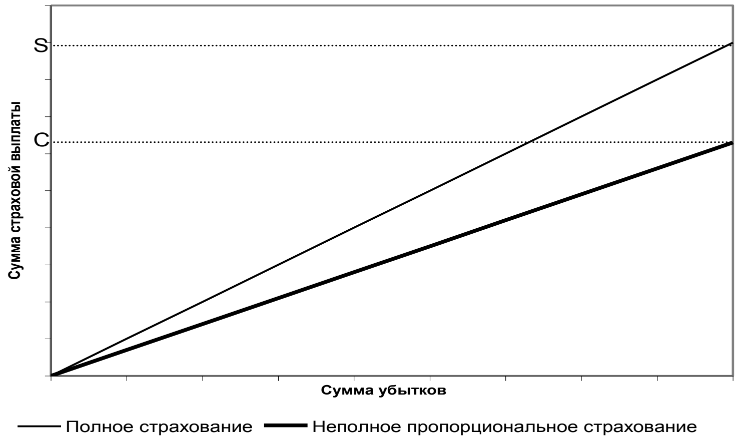

Рис. П2.1. **Пример пропорционального уменьшения выплаты**[3]

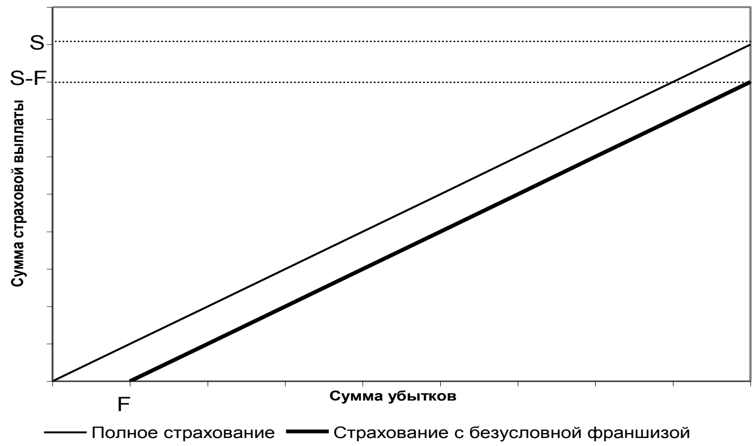

Рис. П2.2. **Пример фиксированного смещения**

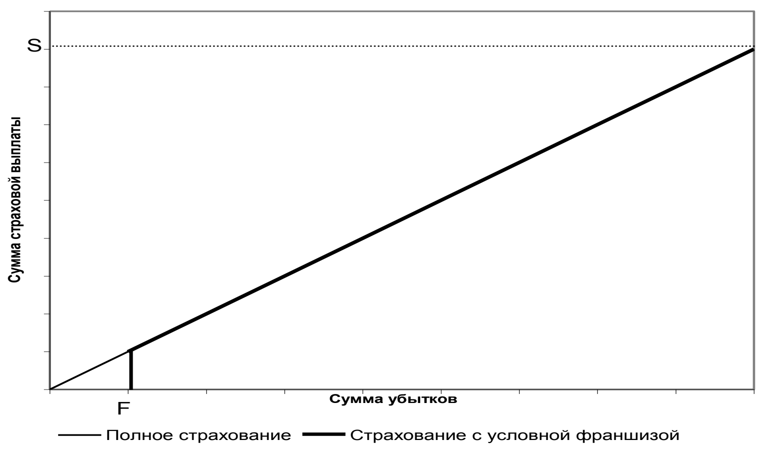

Рис. П2.3. **Пример отсечения малых убытков**

[3] Условные обозначения на рисунках здесь и далее: S – страховая стоимость, C – страховая сумма (C<=S), F – франшиза, R – собственное удержание страховщика.

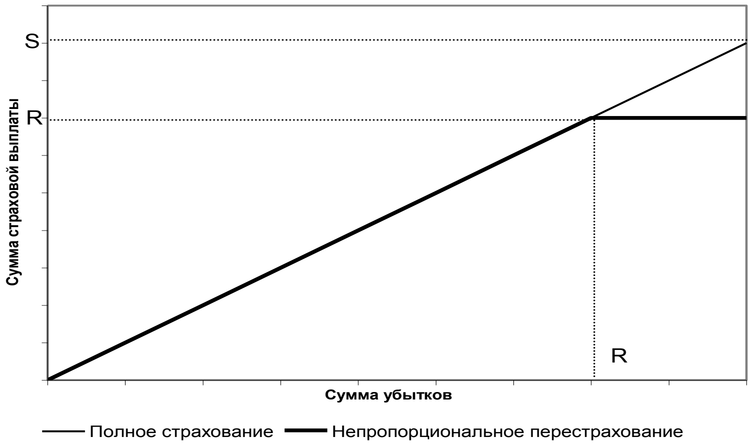

Рис. П2.4. **Пример отсечения больших убытков**

Поскольку различные применяемые виды деления риска влияют на размер страховой выплаты, они, соответственно, влияют и на страховой тариф и сумму страховых резервов.

В расчете страховых тарифов, очевидно, должны использоваться значения показателей $S_в$ и $R_в$, уже учитывающие в себе деление риска. Но в распоряжении актуария чаще всего находится статистическая информация по случаям, где не применялось деление риска, либо применялось, но на других условиях, чем планируется при данном расчете страхового тарифа. Соответственно, возникает задача пересчета. Правила перехода от значений ${S^0}_в$ и ${R^0}_в$ без деления риска к значениям $S_в$ и $R_в$ при различных видах деления риска представлены в таблице П2.1.

Таблица П2.1

Переход от значений ${S^0}_в$ и ${R^0}_в$ без деления риска к значениям $S_в$ и $R_в$ при различных видах деления риска

Вид деления риска	$S_в$	$R_в$
Пропорциональное уменьшение выплаты с коэффициентом $0<k<1$	$k \cdot {S^0}_в$	$k \cdot {R^0}_в$
Фиксированное смещение на F	$\max\left\{{S^0}_в - F;0\right\}$	${R^0}_в$
Отсечение малых убытков, меньших l	*	*
Отсечение больших убытков, больших L.	*	*

Значения, помеченные в таблице знаком «*», не выражаются в элементарных функциях и в конкретных случаях могут быть найдены с применением численных методов на основе скорректированной интегральной функции распределения (рис. П2.5 и П2.6).

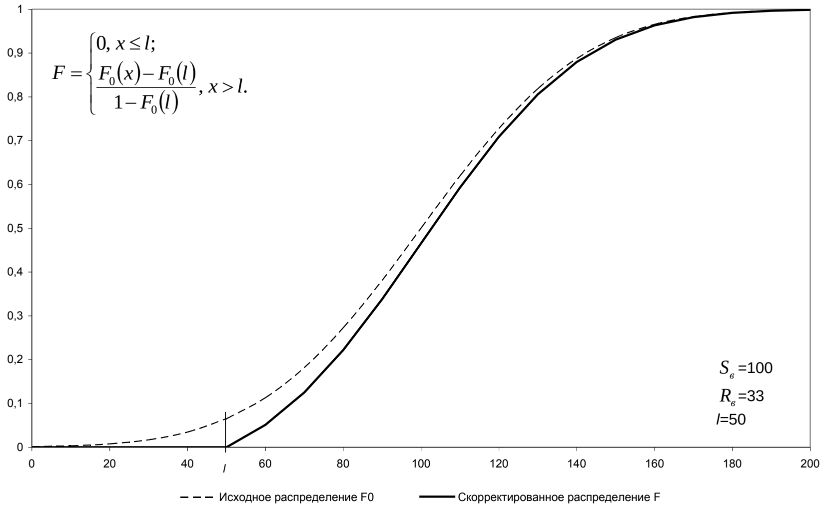

Рис. П2.5. **Корректировка интегральной функции распределения при отсечении малых убытков**

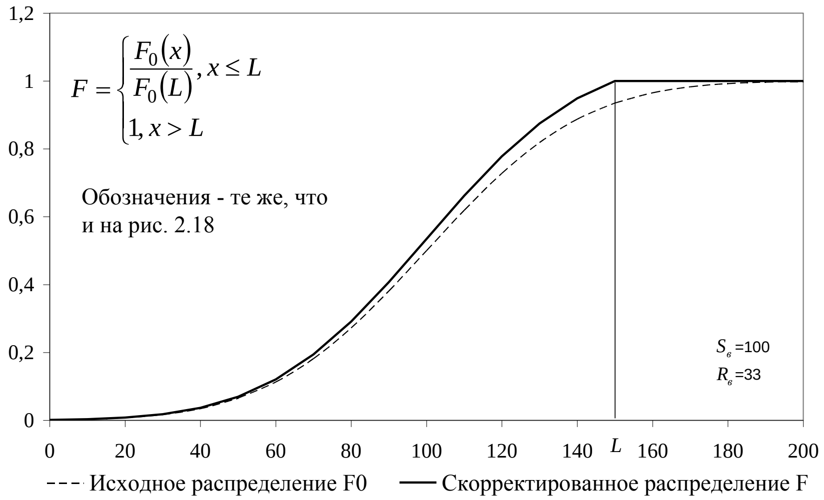

Рис. П2.6. **Корректировка интегральной функции распределения при отсечении малых убытков**

При практическом расчете страховых тарифов с учетом отсечения малых и больших убытков необходимо учитывать следующее. Как известно, сумма убытка не может быть меньше нуля и больше страховой суммы. Поэтому при практическом определении параметров распределения индивидуального убытка всегда неявно предполагается некое условное распределение, при котором случайная величина всегда лежит в пределах отрезка от нуля до страховой суммы.

С учетом сказанного, закон условного распределения, представленного на рисунках П2.5 и П2.6, в общем виде может быть записан следующим образом:

$$F'(x,y,z)=\begin{cases}0, x\notin[y,z];\\ \dfrac{F(x)-F(y)}{F(z)[1-F(y)]}, x\in[y,z].\end{cases} \tag{П2.1}$$

Здесь $F'(x,y,z)$ – интегральная функция условного распределения при условии попадания случайной величины X в отрезок $[y,z]$, $F(m), m=x,y,z$ – интегральная функция безусловного распределения этой случайной величины. В условиях нормальной аппроксимации мы, очевидно, будем иметь $F(m)=\Phi\left(\dfrac{m-a}{\sigma}\right)$, где a и σ – соответственно, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины X. На практике эти параметры неизвестны, а известны лишь параметры a' и σ' условного распределения $F'(x,0,S)$, где S – страховая сумма. Если в результате деления риска происходит отсечение малых ($0\le x<l$) и больших убытков ($S\ge x>L$), то тогда требуется построить новый закон распределения: $F'(x,l,L)$, а для этого необходимо восстановить закон распределения $F(x)$ по известным значениям a' и σ'.

Справедливы соотношения:

$$a'=\frac{a-F(0)}{F(S)[1-F(0)]}; \tag{П2.2}$$

$$\sigma'=\frac{\sigma}{F(S)[1-F(0)]}. \tag{П2.3}$$

Из этих соотношений невозможно в явном виде выразить a и σ, так как от них зависят значения $F(S)$ и $F(0)$. Но для нахождения a и σ могут быть применены численные методы.

Бесспорно, в приближенных расчетах различиями между значениями a' и a, а также σ' и σ можно пренебречь, посчитав эти величины равными друг другу. Однако при больших отношениях σ/a этого делать не следует, так как ошибка может быть значительной.

Приложение 3

Модель резерва позднего убытка

Резерв позднего убытка, очевидно, должен представлять собой разность не между теоретически произошедшими и фактически урегулированными убытками, а разницу между *теоретически* произошедшими и *теоретически* урегулированными убытками.

Соответствующая графическая модель резерва позднего убытка представлена на рис. П3.1:

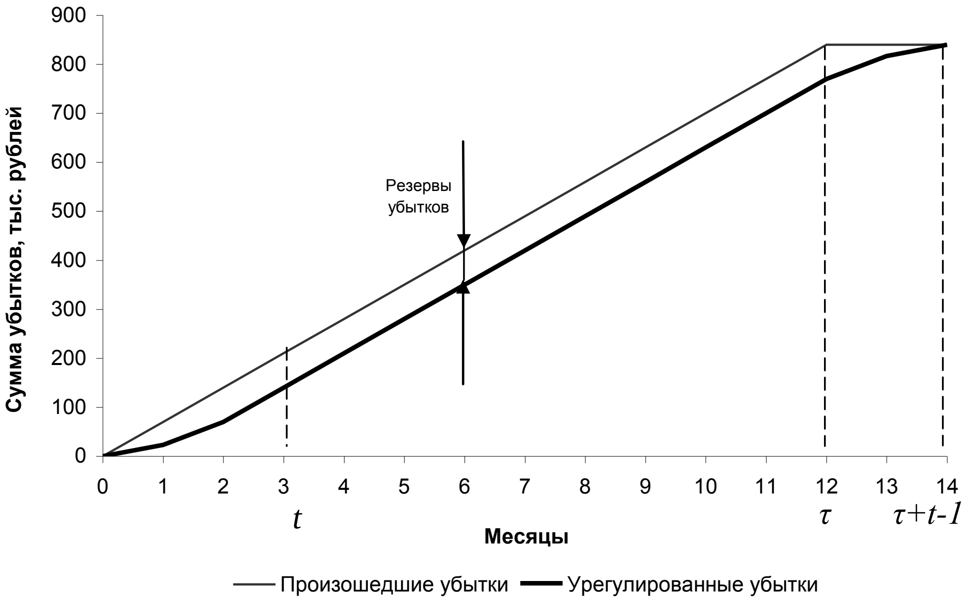

Рис. П3.1. **Формирование резерва позднего убытка**[4]

Если опираться на предложенный набор предпосылок, то за каждый период срока действия страховой защиты (месяц, день, квартал и т.п. – как будет удобно) сумма убытка в расчете на один договор должна составить

$$X = \frac{(1-f)\cdot P}{\tau}, \text{ где:} \qquad (\text{П}3.1)$$

f - нагрузка в долях единицы от страхового брутто-тарифа; P – страховая премия;; τ – срок действия договора в выбранных периодах.

Например, в расчете на один договор страхования со страховой премией 1200 рублей сроком на 12 месяцев и с долей нагрузки в страховом тарифе 30% сумма выплат составит $\frac{(1-0.3)\cdot 1200}{12} = 70$ рублей каждый месяц (рис. П3.2). Однако момент урегулирования убытка (совершения страховой выплаты) запаздывает относительно момента его возникновения на некоторое предельное время *t*. Это означает, что убыток конкретного периода (скажем, месяца или дня) может быть заявлен в любой момент в течение периода *t*, то есть опять-таки распределяется по этому периоду *t* равномерно (рис. П3.3).

[4] Условные обозначения: *τ* – срок действия договора, *t* – максимальный срок запаздывания выплат.

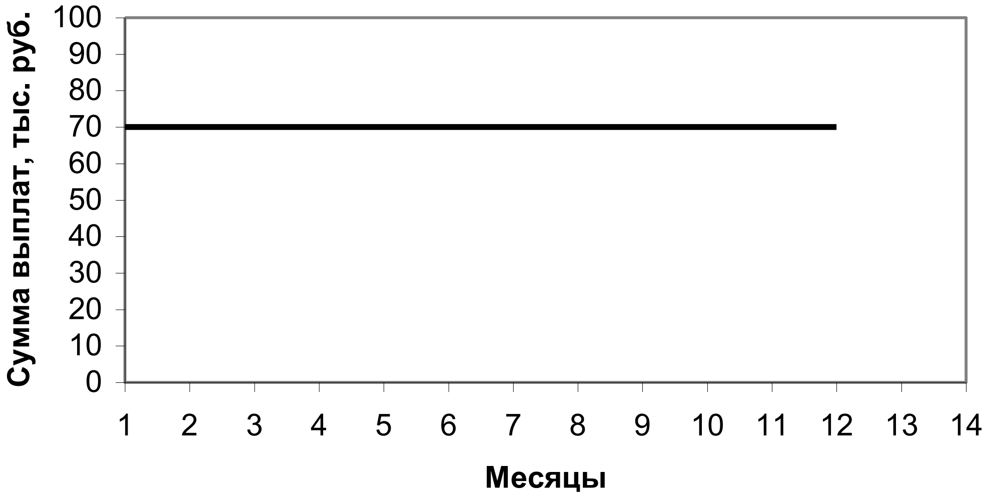

Рис. П3.2. **Динамика месячной суммы выплат в расчете на один договор**

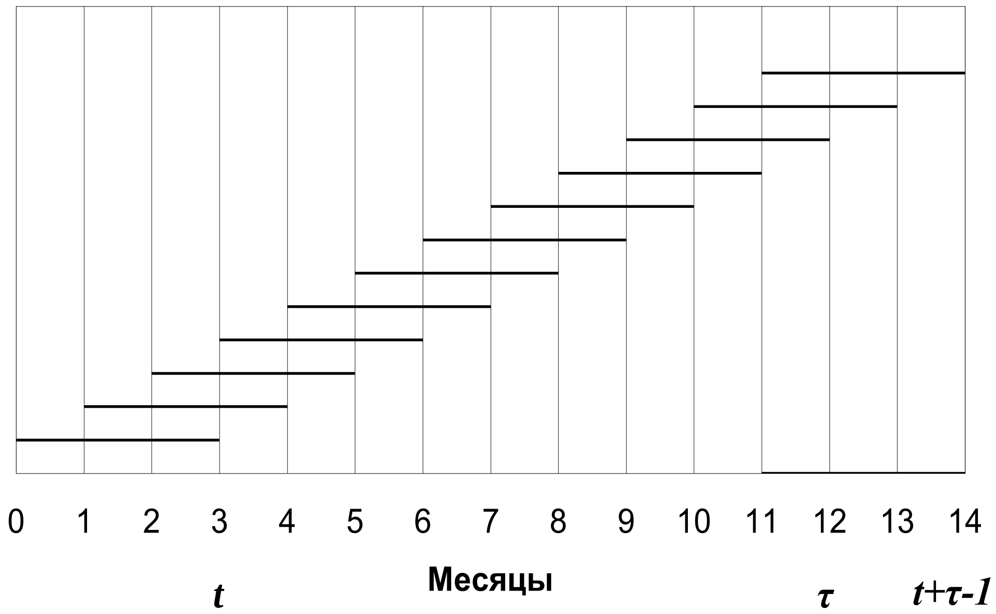

Рис. П3.3. **Распределение момента урегулирования убытка с учетом момента возникновения**

Значит, по каждой такой «полосе запаздывания» убыток «размазывается» между t периодами и за каждый такой период равен, соответственно:

$$x = \frac{(1-f)\cdot P}{\tau}\cdot\frac{1}{t} \qquad (П3.2)$$

По состоянию на конец периода количество находящихся в нем «полос запаздывания» неодинаково и, как нетрудно видеть, составляет для каждого периода времени i в течение срока действия страховой защиты:

$$Q_i = \begin{cases} i, i \le t; \\ t, t < i \le \tau; \\ \tau + t - i, \tau < i \le t + \tau - 1; \\ 0, i > t + \tau - 1. \end{cases} \qquad (П3.3)$$

Отсюда сумма урегулированных убытков по каждому периоду составит следующую величину:

$$X_i = \begin{cases} \dfrac{(1-f)\cdot P}{\tau}\cdot\dfrac{i}{t}, i \le t; \\ \dfrac{(1-f)\cdot P}{\tau}, t < i \le \tau; \\ \dfrac{(1-f)\cdot P}{\tau}\cdot\dfrac{\tau + t - i}{t}, \tau < i \le t + \tau - 1; \\ 0, i > t + \tau - 1. \end{cases} \qquad (П3.4)$$

Если теперь сравнить нарастание произошедших убытков во времени, то получим аналитическую форму для динамики убытка, представленной на рис. П3.1.

Формула, согласно описанной схеме расчета, получится кусочно-непрерывной и достаточно громоздкой, но при этом ее смысл совершенно понятен из рис. П3.1 и, что самое главное, она дает возможность рассчитывать резерв позднего убытка R_i по каждому договору и на любую отчетную дату *i*:

$$R_i = \begin{cases} 0, i \le 0; \\ \dfrac{(1-f)\cdot P}{\tau}\cdot\left(i - \dfrac{(i+1)\frac{i}{2}}{t}\right), 0 < i \le t; \\ \dfrac{(1-f)\cdot P}{\tau}\cdot\left(\dfrac{t-1}{2}\right), t < i \le \tau; \\ \dfrac{(1-f)\cdot P}{\tau}\cdot\left[\dfrac{t-1}{2} - \dfrac{i-\tau}{2t}(\tau + 2t - i - 1)\right], \tau < i \le t + \tau - 1; \\ 0, i > t + \tau - 1. \end{cases} \qquad (П3.5)$$

Данная формула получена как разность между произошедшими и урегулированными убытками нарастающим итогом с начала договора: $S_i = \dfrac{(1-f)\cdot P}{\tau} i - \sum_{k=1}^{t} X_k$, с применением формулы суммы первых *i* членов арифметической прогрессии и выполнением алгебраических преобразований.

Приложение 4

Модель оптимизации инвестиционного портфеля страховщика

Страховщик располагает временно свободными средствами страховых резервов и собственного капитала. Их необходимо инвестировать таким образом, чтобы максимизировать прибыль от инвестиционной деятельности и при этом соблюсти имеющиеся нормативные ограничения, предусмотренные [4] и [5]. Именно инвестиционный доход и является основой финансовых результатов страховой компании.

Как видно, постановка задачи является оптимизационной. Задача обычно решается для компании в целом, так как сумма страховых резервов и сумма собственного капитала определены на уровне компании, а не отдельных структурных подразделений, и управление инвестиционной деятельностью осуществляется централизованно.

Задача оптимизации инвестиций решается по состоянию на конец каждого промежуточного периода (месяца). В течение всего последующего промежуточного периода сумма резервов, собственного капитала и структура размещения считается неизменной.

Нормативными актами [4, 5] определены три источника средств для инвестиций, различающиеся ограничениями на их размещение: страховые резервы; нормируемый собственный капитал (нормативный размер маржи платежеспособности); дополнительный собственный капитал (сумма сверх нормируемого собственного капитала).

Один и тот же актив может в любой части приниматься для покрытия любого из этих трех источников при условии выполнения нормативных ограничений (например, денежные средства, объект недвижимость, банковский вклад могут делиться между источниками в любой пропорции). Поэтому требуется решить одну оптимизационную задачу сразу для всех трех источников.

Данная задача будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} P_{инв} = \sum\limits_j \left(r_j - c_j\right)\cdot\left(S_j^p + S_j^н + S_j^д\right) \to \max \\ 0 \le S_j^p \le d_j^p \cdot M^p \ \forall j; \\ 0 \le S_j^н \le d_j^н \cdot M^н \ \forall j; \\ 0 \le S_j^д \le d_j^д \cdot M^д \ \forall j; \\ \sum\limits_j S_j^p = M^p; \\ \sum\limits_j S_j^н = M^н; \\ \sum\limits_j S_j^д = M^д; \\ A_j \le S_j^p + S_j^н + S_j^д \le B_j. \end{cases}$$

Здесь:

j – индекс, определяющий вид инвестиций;

r – процентная ставка (годовых) по данному виду инвестиций;

c – годовая норма прямых расходов на поддержание данного вида инвестиций;

$S^р$ – сумма по данному виду инвестиций, идущая в покрытие страховых резервов (искомая величина);

$S^н$ – сумма по данному виду инвестиций, идущая в покрытие нормируемого собственного капитала (искомая величина);

$S^д$ – сумма по данному виду инвестиций, идущая в покрытие дополнительного собственного капитала (искомая величина);

$d^р$, $d^н$, $d^н$ – максимальная доля данного вида инвестиций, соответственно, в страховых резервах, нормируемом и дополнительном собственном капитале;

$M^р$, $M^н$, $M^д$ – соответственно, сумма страховых резервов, нормируемого и дополнительного собственного капитала;

A – нижняя граница, меньше которой сумма инвестиций данного вида быть не может;

B – верхняя граница, больше которой сумма инвестиций данного вида быть не может.

Последнее ограничение является очень важным, поскольку выражает инерционность бизнеса. Действительно, на практике компания уже обладает, например, недвижимостью, которую нельзя продать в один месяц, затем купить в другой и снова продать в третий. Для таких активов, стоимость которых не поддается быстрой корректировке, устанавливается нижний предел А. С другой стороны, у компании может не быть необходимости купить, например, больше основных средств, используемых в хозяйственной деятельности. Для таких активов, стоимость которых имеет ограничение сверху, устанавливается верхний предел В.

Указанная задача может быть решена с применением симплекс-метода.

Приложение 5

Методика бюджетирования в страховой компании

Учитывая отмеченное в параграфе 1.2 наличие значительной потребности в эффективной системе бюджетирования, автором на основе введенных в параграфе 2.1 настоящей работы предпосылок разработана математическая модель бюджетирования. Автором была продолжена концепция оптимального бюджета, представленная в [62], а также развиваемая в [23, 35, 92]. Данная концепция адаптирована к практическим условиям деятельности современной российской страховой компании. При составлении бюджета учтено, что у страховщика имеется два источника прибыли – страховая и инвестиционная деятельность, причем прибыль по каждому из этих источников может быть оптимизирована. Поэтому в основе предложенной модели оптимального бюджета – решение двух задач линейного программирования: задачи об оптимальном страховом портфеле и задачи об оптимальном инвестиционном портфеле. Оптимизационные задачи решаются для каждого промежуточного периода[5] в пределах срока планирования[6]. Целевой функцией первой задачи является прибыль по завершившимся договорам, оптимизируемыми переменными – количество заключаемых договоров страхования по каждому страховому риску, ограничениями – суммарный фонд рабочего времени страховых агентов и брокеров, а также абсолютная и относительная верхняя и нижняя границы страховой премии по каждому страховому риску.

Применение оптимизационной задачи позволяет преодолеть ряд практических трудностей бюджетирования в страховой компании – выбор приоритетных видов страхования, рациональное распределение ресурсов, а также обоснование и определение потребности в ресурсах для реализации планов развития страхового бизнеса.

Решение оптимизационных задач позволяет непосредственно найти базисные показатели бюджета: количество договоров страхования по каждому виду страхового риска, сумму денежных средств, размещенную в каждом допустимом направлении инвестирования. Но для получения бюджета также необходимо получить ряд производных показателей: страховые премии, страховые выплаты, изменение страховых резервов, расходы на ведение дела, прибыль, чистый приток денежных средств и т.д. Особенность производных показателей в том, что их значения полностью определяются значениями базисных показателей и параметров бюджета (рис. П5.1).

---

[5] Квартал, месяц, неделя или день – согласно принятому страховщиком положению о бюджетировании. В страховании наиболее удобным минимальным отчетным периодом, пожалуй, является месяц.

[6] Срок планирования, как правило, равен одному году. Но при наличии необходимости (например, в страховании жизни) бюджет может составляться и на несколько лет и периодически корректироваться.

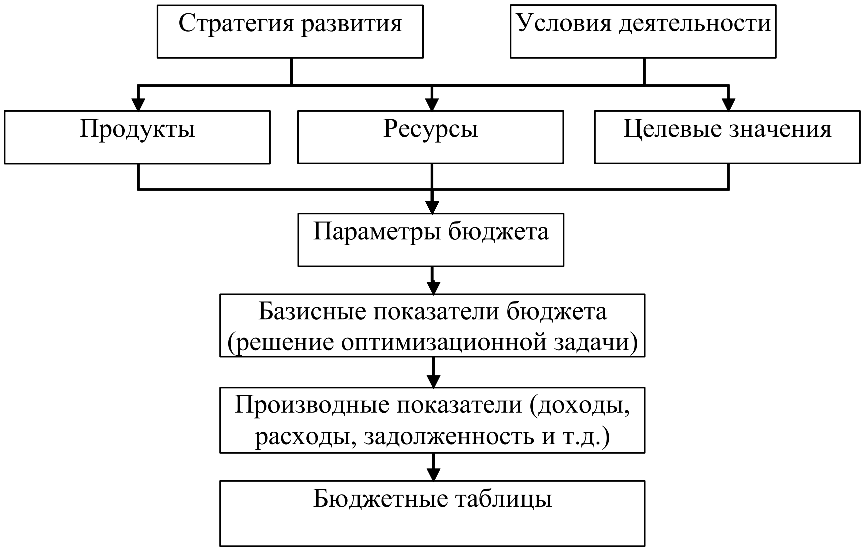

Рис. П5.1. **Взаимосвязь элементов бюджета**

Но значения базисных и производных показателей бюджета – это еще не бюджет, это лишь значения, полученные с помощью математической модели бизнеса. Для практического управления, для сравнения с фактическими показателями необходима их перегруппировка. Для этого, а также для более удобного визуального представления с использованием базисных и производных показателей бюджета составляются так называемые бюджетные таблицы. Примеры бюджетных таблиц: бухгалтерский баланс, отчет о прибылях и убытках, отчет о движении денежных средств, план по структуре страховых премий и т.д. Форма бюджетных таблиц может изменяться с течением времени, но при этом такое изменение не должно повлечь пересчета бюджета. Поэтому удобнее сделать так, чтобы в системе бюджетирования формировались и хранились все базисные и производные показатели по каждому минимальному отчетному периоду, но не сами бюджетные таблицы.

Основное отличие предлагаемой методики бюджетирования от экспертных методик заключается в следующем. Составление бюджета основывается на параметрах, используемых в математической модели при решении оптимизационных задач и расчете зависимых показателей бюджета. Тем самым, все показатели бюджета формируются не произвольно, а принудительно, в зависимости от заданных значений параметров.

Предлагаемый подход использует в качестве параметров бюджета те величины, на которые компания может влиять непосредственно (например, на количество страховых агентов). Исполнение бюджета компании происходит через достижение заданных значений параметров. Только изменяя параметры бюджета, можно реально управлять его показателями.

При таком подходе устраняются все описанные выше проблемы экспертных бюджетов. Бюджет получается обоснованным, подкрепленным реальными ресурсами, направленным на реализацию стратегии. Он действительно становится инструментом управления, так как позволяет проследить причины отклонений, кроющиеся в отклонении параметров бюджета от фактических значений, а также позволяет подобрать оптимальные с точки зрения стратегии значения бюджетных параметров.

Более того, предлагаемый подход дает понимание того, что для управления бизнесом при помощи бюджетов необходимо знать его параметры, представлять их изменяющиеся значения в течение всего бюджетного периода и сосредоточить внимание именно на них. Важно и то, что получаемый бюджет не привязан к конкретной табличной форме. На основе полученных показателей может быть получено сколь угодно большое количество разнообразных бюджетных таблиц, в зависимости от целей представления информации: бюджет для ЦФО, бюджет для руководства, бюджет для акционеров, бюджеты с любой доступной технологией аллокации косвенных расходов.

В целом алгоритм составления оптимального бюджета имеет вид (рис. П5.2).

Рис. П5.2. **Алгоритм формирования оптимального бюджета страховщика**

Алгоритм бюджетного процесса представлен на рис. П5.3.

Составление бюджета страховой компании по приведенной выше методике позволяет не только получить научно обоснованную оценку различных показателей деятельности страховой компании в будущем, но и на их основе составить прогноз вероятности неразорения страховой компании по методике, представленной в параграфе 2.1 настоящей работы. Такой прогноз имеет принципиальную важность для управления финансовой устойчивостью страховщика: во-первых, планы дальнейшей деятельности оцениваются не только с позиций прибыльности бизнеса, но и с позиций финансовой устойчивости, а во-вторых, благодаря применению математических методов в бюджетировании, имеется возможность определить влияние факторов на изменение вероятности неразорения либо дать перспективную оценку финансовой устойчивости по отдельным страховым рискам.

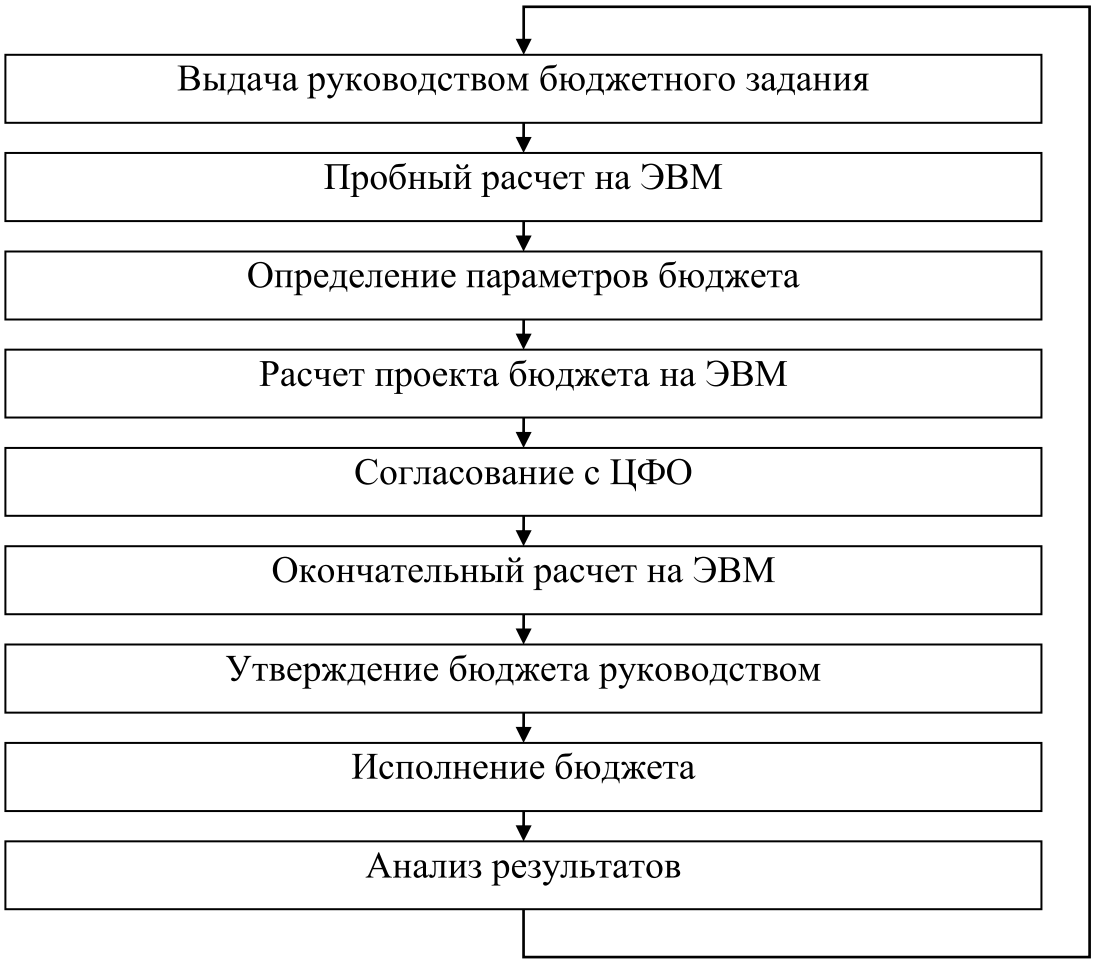

Рис. П5.3. **Алгоритм бюджетного процесса при оптимальном бюджетировании**

Модель бюджета учитывает тот факт, что деятельность страховой компании является многомерной и охватывает, как минимум, следующие измерения: географические сегменты (филиалы, представительства, агентства, офисы продаж и т.п.); операционные сегменты (страхование, инвестиции, управление); страховые риски; каналы продаж; категории страхователей; виды инвестиций; статьи расходов; промежуточные периоды.

Все эти измерения должны сойтись в одном бюджете. Поэтому в модели оптимального бюджета, строго говоря, должно присутствовать большое количество надстрочных и подстрочных индексов. Однако для большей прозрачности представляемого материала далее такие индексы опускаются там, где это возможно.

*План количества договоров страхования***.** План количества договоров страхования представляет собой основу для дальнейшего бюджетирования страховой деятельности. Он представляет собой основной объемный показатель, влияющий на целый ряд зависимых показателей. Этот план составляется на каждый месяц как результат решения следующей оптимизационной задачи.

$$\begin{cases} Z = \sum_i x_i \cdot p_i \left[1 - \eta_i - \lambda_i \cdot (1 - \alpha_i) - c_i\right] \to \max; \\ \sum_i x_i t_i \le T; \\ 0 \le A_i \le x_i t_i \le B_i, \forall i. \end{cases} \tag{П5.1}$$

Здесь:

i – индекс, определяющий соответствующий страховой риск;

x – количество договоров страхования по данному страховому риску (искомая величина);

p – средняя страховая премия по этому риску;

η – средняя процентная доля перестраховщиков в премии по этому риску;

λ – средняя убыточность по истекшим договорам по этому риску;

α – средняя процентная доля перестраховщика в убытке по этому риску;

c – норматив прямых расходов на страхование (комиссия+РПМ+…);

t – норматив времени на заключение договора страхования в части данного страхового риска;

T – общий фонд времени страховых представителей;

A – нижняя допустимая граница страховых премий по данному страховому риску;

B – верхняя допустимая граница страховых премий по данному страховому риску.

Такая оптимизационная задача решается отдельно для каждого месяца по каждому филиалу и каналу продаж.

Бюджет страховых премий. Когда известно количество договоров, можно легко рассчитать страховую премию месяца по каждому страховому риску и в целом по каждому филиалу и каналу продаж с использованием следующей очевидной формулы:

$$P_i = p_i x_i. \tag{П5.2}$$

Доля перестраховщиков в страховой премии по данному страховому риску определится из соотношения:

$$P_i^{\mathrm{Re}} = P_i \eta_i. \tag{П5.3}$$

Бюджет страховых взносов. Страховые взносы и доли перестраховщиков в них, страховые выплаты и доли перестраховщиков в них распределены во времени, поэтому для их расчета может быть предложен специальный прием – суммирование дискретных потоков. Для наших целей определим дискретный поток как дискретную детерминированную числовую величину, принимающую в каждый момент времени в пределах заданного промежутка некоторые определенные значения. Пример потока представлен на рис. П5.4.

Нас будут интересовать равнопериодические дискретные потоки с конечной общей суммой значений, которые характеризуются свойствами, представленными графически на рис. П5.5. Тогда величина X в зависимости от момента времени может принимать следующие значения (табл. П5.1).

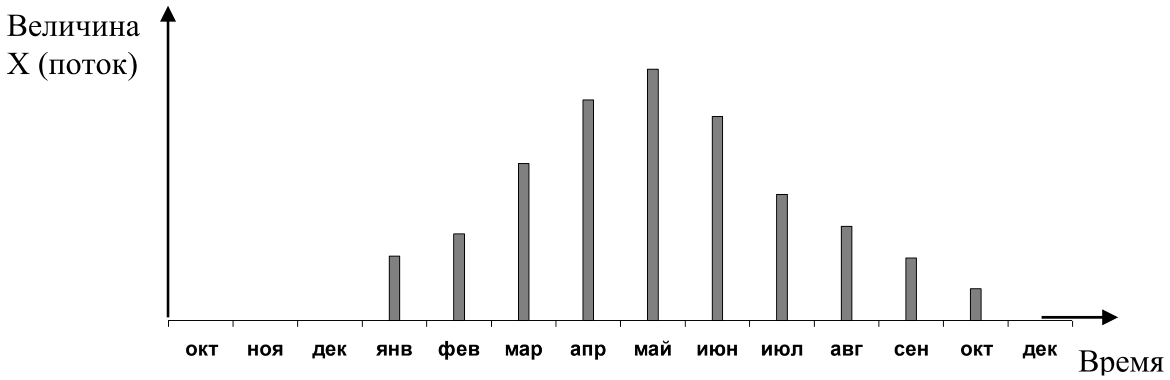

Рис. П5.4. **Пример потока**

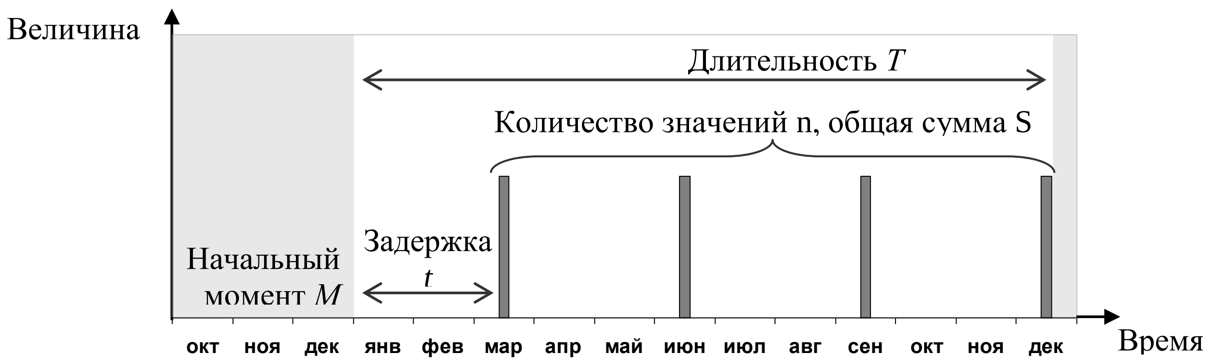

Рис. П5.5. **Свойства равнопериодических дискретных потоков**

Таблица П5.1

Значения показателя в дискретном потоке

Условие (*i* – номер месяца)	X
Если $i=M+t+k*(T-t)/(n-1);\ k=0,1,\ldots,n-1$	S/n
Иначе	0

Мы видим, что поток всегда заканчивается ненулевым значением. Период, с которым возникают ненулевые значения, равен $h=(T-t)/(n-1)$, а само ненулевое значение – $X=S/n$. Для каждого риска страховые взносы договорам, заключенным в данном месяце, образуют поток, общая сумма значений которого равна начисленной страховой премии. Страховые взносы каждого месяца представляют собой сумму значений по отдельным потокам.

В качестве примера в табл. П5.2 представлен расчет страховых потоков по месяцам для страхового риска, страховая премия по которому уплачивается в рассрочку на 3 месяца (T=3) с уплатой двух взносов (n=2): в первый (t=1) и третий месяцы действия договора.

Таблица П5.2

Пример расчета страховых взносов, тыс. руб.

Месяц начисления премии	Сумма страховой премии	Декабрь (пр. год)	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май
декабрь	800	400	-	400	-	-	-
январь	200	-	100	-	100	-	-
февраль	450	-	-	225	-	225	-
март	600	-	-	-	300	-	300
ИТОГО	**2050**	**400**	**100**	**625**	**400**	**225**	**300**

Доля перестраховщиков в страховых взносах определяется умножением суммы взносов по данному риску на процентную долю перестраховщиков в страховых премиях.

Бюджет страховых выплат. Страховые выплаты включают в себя урегулированные убытки по договорам страхования и суммы, уплачиваемые при расторжении договоров страхования. Для каждого страхового риска выплаты по договорам, заключенным в данном месяце, также образуют поток (n=T-t+1, h=1). Общая сумма страховых выплат по договорам, заключенным в данном месяце составит λP, где λ – убыточность по истекшим договорам, P – страховая премия.

Бесспорно, фактические выплаты – случайное событие, поэтому они вряд ли будут равномерными во времени. Но при большом количестве договоров поток выплат по договорам каждого месяца будет близким к равномерному. Существует возможность учесть сезонный фактор при распределении суммы страховых выплат во времени, основанный на заданных индексах сезонных колебаний. Пример расчета суммы страховых выплат представлен в таблице П5.3. Доля перестраховщиков в страховых выплатах определяется умножением суммы взносов по данному риску на процентную долю перестраховщиков в страховых выплатах, равную α.

Бюджет страховых резервов. Бюджет страховых резервов по рисковым видам страхования охватывает расчет резерва незаработанной премии и резервов убытков.

Основным методом расчета резерва незаработанной премии является метод «pro rata temporis». Так как при бюджетировании известна информация только за выбранный промежуточный период в целом, поэтому расчет РНП ведется по методике, аналогичной методам «1/24» или «1/8» [6].

$$РНП = БП \cdot \frac{2 \cdot (n-k)+1}{2n}, \text{ где:} \qquad (П5.4)$$

БП – базовая премия; n – срок действия договора в промежуточных периодах; k – истекший срок действия договора в промежуточных периодах, $0 < k \le n$.

Отклонение от метода «pro rata temporis» при помесячном планировании не превысит 4,3%. Результаты расчета по отдельным промежуточным периодам (месяцам) заключения договоров суммируются, аналогично табл. П5.3, в результате чего определяется сумма резерва незаработанной премии на конец каждого промежуточного периода (месяца). Доля перестраховщиков в резерве незаработанной премии определяется умножением суммы резерва на процентную долю перестраховщиков в страховых премиях.

Таблица П5.3

Пример расчета страховых выплат

Месяц начисления премии	Сумма страховой премии	Сумма страховых выплат всего	дек (-1)	янв	фев	мар	апр	май	июн	июл	авг	сен	окт	ноя	дек	янв (+1)	фев (+1)	мар (+1)	апр (+1)
декабрь	800	480	-	-	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	-	-	-
январь	200	120	-	-	-	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-	-
февраль	450	270	-	-	-	-	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	-
март	600	360	-	-	-	-	-	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
апрель	480	288		-	-	-	-	-	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
май	540	324		-	-	-	-	-	-	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
июнь	360	216		-	-	-	-	-	-	-	18	18	18	18	18	18	18	18	18
июль	280	168		-	-	-	-	-	-	-	-	14	14	14	14	14	14	14	14
август	390	234		-	-	-	-	-	-	-	-	-	20	20	20	20	20	20	20
сентябрь	480	288		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	24	24	24	24	24	24
октябрь	640	384		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	32	32	32	32	32
ноябрь	720	432		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	36	36	36	36
декабрь	840	504		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	42	42	42
ИТОГО	**6780**	**4068**	**-**	**-**	**40**	**50**	**73**	**103**	**127**	**154**	**172**	**186**	**205**	**229**	**261**	**297**	**299**	**289**	**267**

Расчет резервов убытков производится отдельно по каждому промежуточному периоду (месяцу), в котором застрахованы соответствующие риски. Полученные результаты суммируются по промежуточным периодам в пределах срока планирования (аналогично страховым выплатам, как в таблице П5.3), что дает остаток резервов убытков на конец каждого промежуточного периода.

Доля перестраховщиков в резерве незаработанной премии определяется умножением суммы резерва на процентную долю перестраховщиков в страховых выплатах.

Бюджет расходов на ведение дела по страхованию. Расходы страховой компании целесообразно разделить на следующие виды: расходы на ведение дела по сегменту «Страхование», в том числе: прямые расходы; косвенные расходы; расходы на ведение дела по сегменту «Инвестиции», в том числе: прямые расходы; косвенные расходы; общие косвенные расходы на ведение дела (сегмент «Управление»).

Прямые расходы на ведение дела по страхованию могут быть отнесены на конкретный страховой риск для конкретной категории страхователей по конкретному каналу продаж конкретного филиала. Например: агентское вознаграждение, переменная часть заработной платы службы андеррайтинга, отчисления в РПМ.

Считается, что эти расходы прямо пропорциональны сумме страховой премии P, сумме страховых взносов D или сумме страховых выплат Z, то есть являются переменными. Поэтому обобщенная формула для их расчета имеет вид (расчет по этой формуле производится по каждой статье прямых расходов в отдельности):

$$C = c_P \cdot P + c_D \cdot D + c_Z \cdot Z \qquad (\text{П5.5})$$

Здесь: c_P – норматив расходов по данной статье от страховой премии по этому риску; c_D – норматив расходов по данной статье от страховых взносов по этому риску; c_Z – норматив расходов по данной статье от страховых выплат по этому риску.

Косвенные расходы на страхование не могут быть отнесены на конкретный застрахованный риск, а относятся к страховой деятельности в целом. Например: заработная плата экономистов отдела учета, расходы подразделения по разработке страховых продуктов. Эти расходы предполагаются условно-постоянными, для них вводится месячная норма в рублях, которая и вносится в бюджет в неизменном виде.

Потребность в собственном капитале. Потребность страховщика в собственном капитале оценивается в соответствии с пунктом 2.3.3 настоящей работы. Однако от страховщика требуется, чтобы его собственный капитал в любом случае не был ниже нормативного размера маржи платежеспособности.

Бюджет инвестиций. Бюджет инвестиций рассчитывается с применением модели, определенной в приложении 4.

Прочие бюджеты. Постоянные, переменные расходы на инвестиции, а также управленческие расходы по статьям рассчитываются аналогично тому, как рассчитывались прямые и косвенные расходы на совершение страховых операций.

Использование данной методики бюджетирования также позволяет дать прогнозную оценку динамики стоимости бизнеса страховой компании с использованием подхода, описанного в приложении 6.

Приложение 6

Модель оценки стоимости бизнеса страховой компании

Финансовая устойчивость страховой компании тем выше, чем больше ее собственный капитал. Соответственно, актуальным является вопрос о том, какова максимально возможная величина собственного капитала, которая может быть привлечена на рынке инвестиций. Представляется очевидным, что искомая предельная величина собственного капитала страховщика равна рыночной стоимости его бизнеса.

С финансовой точки зрения, бизнес может рассматриваться как инвестиционный инструмент, который приносит собственнику доход, характеризующийся некоторым законом распределения. Способностью приносить доход и определяется полезность бизнеса для инвестора, которая тем выше, чем выше доход на единицу вложений. Доход инвестора включает в себя получаемые дивиденды и разницу в стоимости продажи и покупки бизнеса (прирост стоимости бизнеса за время владения):

$$R_1 = P_1 + C_1 - C_0. \tag{П6.1}$$

Очевидно, что стоимость бизнеса есть функция от ожидаемой прибыли и от ожидаемой стоимости чистых активов:

$$C_i = f(P_i, A_i) \tag{П6.2}$$

Особенностью страхового бизнеса является уже упоминавшееся ранее использование собственного капитала в качестве «подушки ликвидности». То есть собственный капитал страховщика, представляющий собой взносы акционеров, является предметом риска.

Произведем оценку страхового бизнеса с применением финансово-аналитической модели [43]. В практике оценочной деятельности традиционно противопоставляются доходный и затратный подходы. Считается, что стоимость имущества может быть определена либо как сумма расходов на приобретение (создание), либо как некая приведенная сумма доходов от его эксплуатации. В [43] убедительно показывается, что, по крайней мере, по отношению к стоимости бизнеса такое противопоставление неверно. Стоимость бизнеса имеет две составляющие: стоимость его активов, свободных от обязательств перед третьими лицами (чистые активы), и добавленную стоимость, определяемую тем доходом, который приносит бизнес (гудвилл).

Иначе говоря, стоимость бизнеса на конец *i*-го периода времени может быть представлена как сумма двух составляющих: стоимости активов (базисной стоимости *VB*) и стоимости прав на ожидаемые доходы акционеров (добавленной стоимости *VA*) [46]:

$$VF_i = VB_i + VA_i \tag{П6.3}$$

Стоимость чистых активов на конец *i*-го периода, очевидно, составит:

$$VB_i = VB_{i-1} + \delta \cdot P_{i-1} + A_i - IC_i - \Delta D_i, \tag{П6.4}$$ где:

δ – доля чистой прибыли, реинвестируемая в бизнес;

A_i – первоначальная стоимость активов, приобретаемых в *i*-м периоде;

IC_i – сумма инвестиционных расходов (в том числе на приобретение активов) в *i*-м периоде, осуществляемых из внутренних источников (то есть за счет активов самой компании);

ΔD_i – изменение кредиторской задолженности в *i*-м периоде.

В этом нет ничего нового. Пожалуй, наибольшие трудности возникают именно тогда, когда требуется оценить гудвилл – добавленную стоимость бизнеса. Добавленная стоимость VA_i есть оцененная каким-либо образом стоимость прав собственников на получение будущих доходов (в виде дивидендов и прироста курсовой стоимости акций), которая, очевидно, зависит от ожиданий в отношении конкретного бизнеса.

Добавленная стоимость VA_i может быть оценена с применением модифицированной автором модели Блэка-Шоулза. Для начала сделаем несколько замечаний, позволяющих понять сущность предлагаемой модели.

Будем условно считать, что организационно-правовой формой функционирования бизнеса является акционерное общество, все акции которого обращаются на открытом рынке и находятся в руках портфельных инвесторов. При отсутствии негативных изменений в результатах ведения бизнеса портфельный инвестор намерен держать в собственности акции в течение периода времени *T*, который будем называть сроком владения.

Портфельный инвестор, за редким исключением, не имеет возможности анализировать внутреннюю информацию о бизнесе и руководствуется информацией о динамике чистой прибыли за предшествующие периоды времени. Поэтому оценка портфельным инвестором ожидаемой дисконтированной прибыли основывается на модели роста Гордона и составляет:

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{P_0(1+\alpha)^t}{(1+r)^t} = P_0 \cdot \frac{1+\alpha}{\alpha - r}\left[\left(\frac{1+\alpha}{1+r}\right)^T - 1\right] \qquad (П6.5)$$

, где:

P_0 – величина чистой прибыли, которая получена за последний период до начала срока владения; α – среднегодовой темп прироста чистой прибыли за доступный для наблюдения срок Ω; r – ставка дисконтирования; T – продолжительность срока владения.

Для ясности рассмотрим динамику горизонта прогноза и доступного для наблюдения времени чуть более подробно. Портфельный инвестор имеет намерение приобрести акции на некоторый срок владения, состоящий из *T* отчетных периодов (лет, месяцев и др.). До того приобретаемый бизнес функционировал в течение срока, состоящего из Ω отчетных периодов. Если определять стоимость бизнеса на момент покупки (*i*=0), то портфельный инвестор будет знать историю только за Ω периодов. Но по истечении первого периода ситуация изменится. Оценка также дается на *T* предстоящих периодов, но для наблюдения доступны уже $\Omega+1$ отчетный период. И так далее (рис. П6.1):

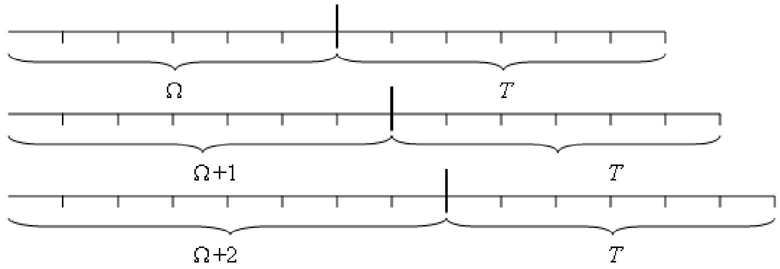

Рис. П6.1. **Динамика горизонта прогноза и времени, доступного для наблюдения**

Соответственно, имея прогноз прибыли за каждый отчетный период в течение некоторого будущего времени, можно составить и прогноз динамики стоимости бизнеса за это время.

Приобретая акции, портфельный инвестор приобретает права: на чистые активы; на получение будущих дивидендов в размере, который соответствует ожидаемой прибыли в размере *P*. Будучи капитализированной, эта прибыль увеличит стоимость чистых активов на величину *P*. Следовательно, можно утверждать, что инвестор, наряду с чистыми активами, приобретает и опцион на рост стоимости чистых активов на величину *P*. Оценка такого опциона и будет равна добавленной стоимости бизнеса.

Но тогда формула Блэка-Шоулза для оценки добавленной стоимости бизнеса примет вид:

$$VA_i = P_i \cdot \frac{1+\alpha_i}{\alpha - r}\left[\left(\frac{1+\alpha_i}{1+r}\right)^T - 1\right] \cdot N(d_{1i}) + VB_i \cdot \left[N(d_{1i}) - N(d_{2i})\right] \quad \text{(П6.6)}$$

,

где VA_i – добавленная стоимость на конец *i*-го периода времени в пределах срока владения;

P_i – чистая прибыль, полученная за *i*-й период времени в пределах срока владения;

α_i – среднегодовой темп прироста чистой прибыли за некоторое число $\Omega + i$ периодов времени, доступных для наблюдения[7];

VB_i – базисная стоимость (стоимость чистых активов) по состоянию на конец *i*-го периода времени в пределах срока владения;

---

[7] Здесь принимается, что инвестор принимает решение на основании имеющейся у него информации о динамике чистой прибыли за все $\Omega + i$ периодов времени. В случаях, когда динамика чистой прибыли в последний период резко ухудшается, инвесторы в своих оценках могут руководствоваться только последним показателем темпа снижения. Данное обстоятельство в предложенной модели не учитывается.

$$d_{1i} = \frac{\ln\left(1 + \frac{P_i \cdot \frac{1+\alpha_i}{\alpha - r}\left[\left(\frac{1+\alpha_i}{1+r}\right)^T - 1\right]}{VB_i}\right) + \left[\ln(1+r) + \frac{\sigma_i^{\,2}}{2}\right]T}{\sigma_i\sqrt{T}}; \qquad (П6.7)$$

$$d_{2i} = d_{1i} - \sigma_i\sqrt{T}; \qquad (П6.8)$$

$$\sigma_i = \frac{P_i \cdot \frac{1+\alpha}{\alpha - r}\left[\left(\frac{1+\alpha}{1+r}\right)^T - 1\right]}{VB_i + P_i \cdot \frac{1+\alpha}{\alpha - r}\left[\left(\frac{1+\alpha}{1+r}\right)^T - 1\right]} \cdot \nu_i; \qquad (П6.9)$$

где ν_i – коэффициент вариации суммы чистой прибыли, исходя из информации на конец i-го периода времени в пределах срока владения.

Особенность предлагаемой модели состоит в том, что в качестве базового актива в ней рассматривается совокупность активов компании за вычетом обязательств. В процессе разработки модели было установлено, что текущей ценой базового актива следует признать стоимость чистых активов на момент оценки, а ценой исполнения опциона – ту же стоимость, но увеличенную на ожидаемую прибыль за период владения.

Использование модели дает возможность не только оценивать стоимость страховой компании при совершении сделок купли-продажи бизнеса, но и управлять страховым бизнесом по критерию максимизации его стоимости, прогнозируя стоимость бизнеса в перспективе.

Для практического *прогнозирования* стоимости бизнеса и управления этой стоимостью, прежде всего, служит бюджет страховой компании. Бюджет позволяет определить стоимость чистых активов, а также прогнозируемую чистую прибыль:

$$P_i = f(\vec{v}_i), \qquad (П6.10)$$

где $\vec{v}_i$ – вектор значений факторов прибыли для i-го периода.

Для построения бюджета можно использовать модель, предлагаемую в приложении 5 к настоящей работе. Вектор значений тогда будет включать в себя перечисленные параметры бюджета. Далее требуется для каждого периода i, на конец которого производится оценка бизнеса, составить один или несколько вариантов $\vec{v}_i$ (несколько вариантов используется при наличии нескольких сценариев). Следует заметить, что отдельные компоненты вектора $\vec{v}_i$ при этом через уравнения бюджета (как своего рода матрицу перехода) будет определенным образом зависеть от вектора $\vec{v}_{i-1}$.

Затем по каждому варианту рассчитывается P_i, α_i и ν_i, а на их основе определяется и полная стоимость бизнеса VF_i. Важно принимать во внимание, что оценка показателя α_i, вообще говоря, зависит от полученного ряда $P_1, P_2, \ldots, P_i$.

Для оценки коэффициента вариации чистой прибыли может использоваться метод статистического моделирования (метод Монте-Карло), по которому определяются случайные реализации каждой компоненты вектора $\vec{v}_i$ и, соответственно, получается определенное множество реализаций чистой прибыли. На практике мне удалось реализовать именно такой подход. Учитывая тот факт, что количество договоров может отличаться от оптимального, в состав $\vec{v}_i$ целесообразно ввести и количество договоров по каждому страховому продукту.

Оценка стоимости бизнеса страховой компании на основе бюджетных уравнений может оказаться полезной и при отсутствии достоверной информации о прибыли. Достаточно знать или экспертно предполагать такие параметры бюджета как страховые премии, убыточность по завершившимся договорам, ставка агентского вознаграждения, доходность инвестиций, сумма косвенных расходов на ведение дела. При помощи описанной выше модели могут быть получены все необходимые для определения прибыли параметры. Отклонения экспертных оценок от истинных значений также можно смоделировать по методу Монте-Карло. Подставив прибыль и показатели дисперсии в модифицированную формулу Блэка-Шоулза, можно получить достаточно надежную оценку стоимости бизнеса страховой компании.

С применением той же модели, но, основываясь на потребности в собственном капитале, представленной в настоящей работе, может быть получена следующая оценка параметров стоимости бизнеса страховщика.

Для оценки страхового бизнеса в качестве стоимости чистых активов VB_i можно принять собственный капитал страховщика, нормируемый в зависимости от величины страховой брутто-премии.

Пусть Q – страховая премия по за год по данной страховой компании. Тогда размер собственного капитала будет равен:

$$VB = k \cdot Q \cdot (1 - f), \tag{П6.11}$$

где k – отношение «собственный капитал/страховые резервы», определяемое в соответствии с разделом 2.5.1 настоящей работы, f – доля нагрузки страховщика в страховой брутто-премии.

Прибыль страховой компании складывается из прибыли от страховых операций и прибыли от инвестирования собственного капитала и страховых резервов. При этом прибыль уменьшается на сумму постоянных расходов страховой компании:

$$P = (Q \cdot \rho_1 + [VB + Q \cdot (1 - f)] \cdot \rho_2 - d \cdot Q) \cdot (1 - \tau). \tag{П6.12}$$

Здесь ρ_1 и ρ_2 – соответственно, норма прибыли от страхования и от инвестиций, d – норма постоянных расходов в расчете на единицу страховой брутто-премии, τ – ставка налога на прибыль.

Данная модель пригодна и для статической оценки стоимости бизнеса с единственным i=1.

Указанный метод определения стоимости бизнеса позволяет страховой компании, прежде всего, оценить возможности для привлечения инвесторов и правильно планировать формирование собственного капитала.

Наряду со стоимостью бизнеса отдельной компании, может быть произведена оценка стоимости бизнеса какого-либо сектора *экономики* (условно рассматриваемого как единая компания). Естественно, что такая стоимость бизнеса делится между всеми участниками рынка пропорционально их рыночным долям. Автор предлагает использовать этот показатель, чтобы давать интегральную оценку уровня развития и инвестиционных перспектив того или иного рынка (что важно как для институциональных, так и для портфельных инвесторов).

Использование такого показателя как рыночная стоимость сектора экономики открывает новые возможности для применения сравнительного подхода при проведении оценки активов. Действительно, владея информацией о стоимости сектора в целом, практикующие оценщики могли бы рассчитывать стоимость отдельного предприятия в этом секторе пропорционально его рыночной доле.

Безусловно, описанный метод оценки через стоимость сектора экономики применим и к страховому рынку. Применению этого метода способствует наличие исчерпывающей информации по рынку, обусловливающее возможность разработки и применения достаточно точных математических моделей.

Приложение 7

Модифицированные модели оценки и управления финансовой устойчивостью страховщиков

Модель 1. Модель учета деления риска при оценке параметров распределения индивидуального убытка

Определим деление риска как возмездный договор, в силу которого одна сторона (партнер) принимает на себя обязательство в случае возникновения у другой стороны (страховщика) обязанности совершить страховую выплату по конкретному договору страхования возместить часть этой выплаты в размере и на условиях, определенных договором.

В результате деления риска, очевидно, происходит уменьшение математического ожидания и (или) среднеквадратического отклонения убытка страховщика.

Будем считать, что элементарный договор деления риска содержит следующие условия.

1. Описание разделяемого риска:

- срок страхования;
- страховая сумма;
- вероятность страхового случая;
- закон распределения индивидуального убытка;
- планируемое количество договоров страхования;
- планируемое количество однородных договоров деления риска.

2. Условия деления риска:

- нижняя и верхняя границы интервала суммы страховых выплат, в пределах которого сумма страховой выплаты делится между страховщиком и лицом, принимающим на себя часть делимого риска, – акцептантом (интервал деления риска);
- алгоритм, позволяющий определить доли страховщика и акцептанта в сумме страховой выплаты при наступлении страхового случая (правило деления риска);
- сумма, уплачиваемая страховщиком акцептанту за деление риска.

Теоретически возможны составной договор деления риска с одним и тем же акцептантом, в которых имеется несколько интервалов деления риска и (или) несколько правил деления. Примером может служить договор неполного имущественного страхования с франшизой, в котором акцептант (страхователь) принимает на себя малые и большие риски.

В целях определения страхового тарифа такой договор следует условно разделить на соответствующее число элементарных договоров, в каждом из которых имеется только один интервал деления риска и только одно правило деления риска.

Рассмотрим действие договора деления риска графически на числовом примере. Допустим, при наступлении страхового случая убыток распределен по закону, представленному на рис. П7.1.

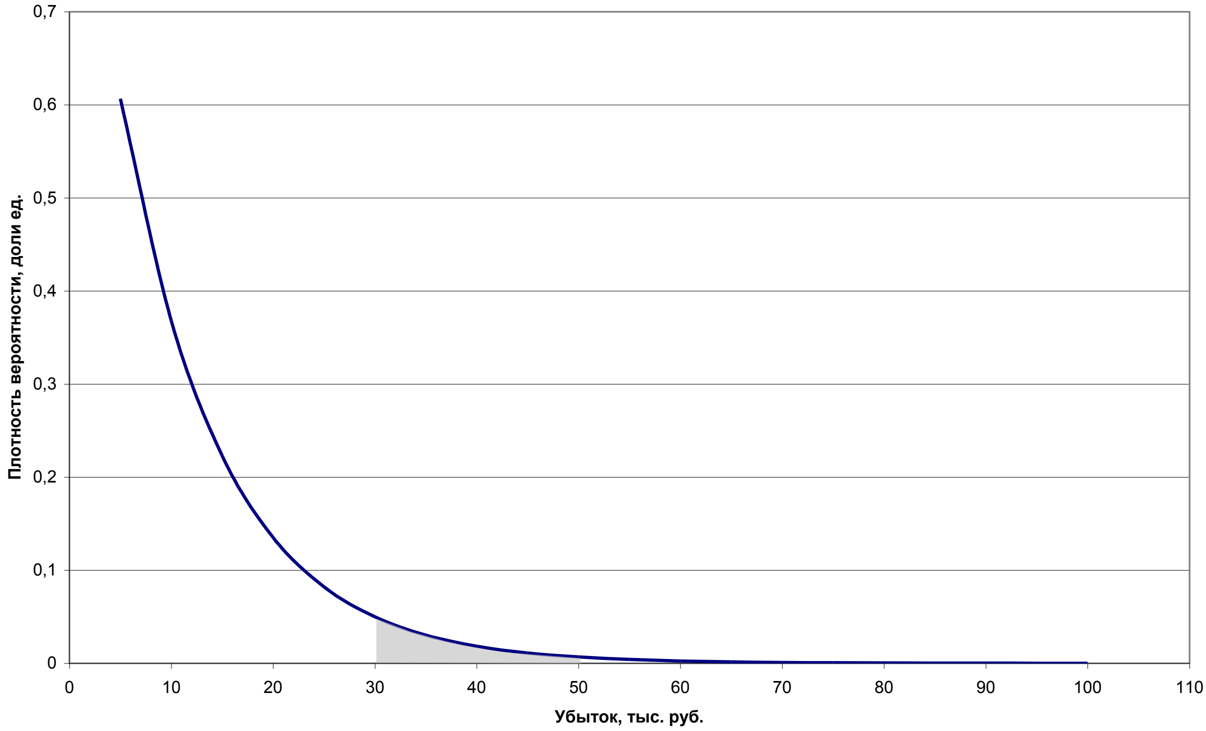

Рис. П7.1. **Распределение индивидуального убытка по договору при отсутствии деления риска**

Страховщик заключил договор деления риска на интервале 30-50 тыс. рублей (на рис. П7.1 отмечен серым цветом). Правило деления риска на этом отрезке задано формулами:

$$V_c = f(V); \qquad (П7.1)$$
$$V_ц = V - f(V),$$

где V – сумма убытка, ($V \in [30;50]$), V_c – убыток, оплачиваемый страховщиком, $V_ц$ – убыток, оплачиваемый акцептантом.

Функция $f(V)$ может быть любой непрерывной функцией, но такой, чтобы $V_c \leq f(V)$, что представляется очевидным. Можно показать, что все известные на сегодняшний день способы деления риска могут быть описаны при помощи линейной функции вида $f(V) = aV + b$. Для деления риска могут применяться использоваться и нелинейные правила деления риска, но их изучение и применение представляет собой вопрос будущих исследований.

Пусть для наглядности $f(V) = \frac{V}{2}$, то есть убыток делится по линейному пропорциональному закону поровну между страховщиком и акцептантом. График выплат тогда примет вид, представленный на рис. П7.2.

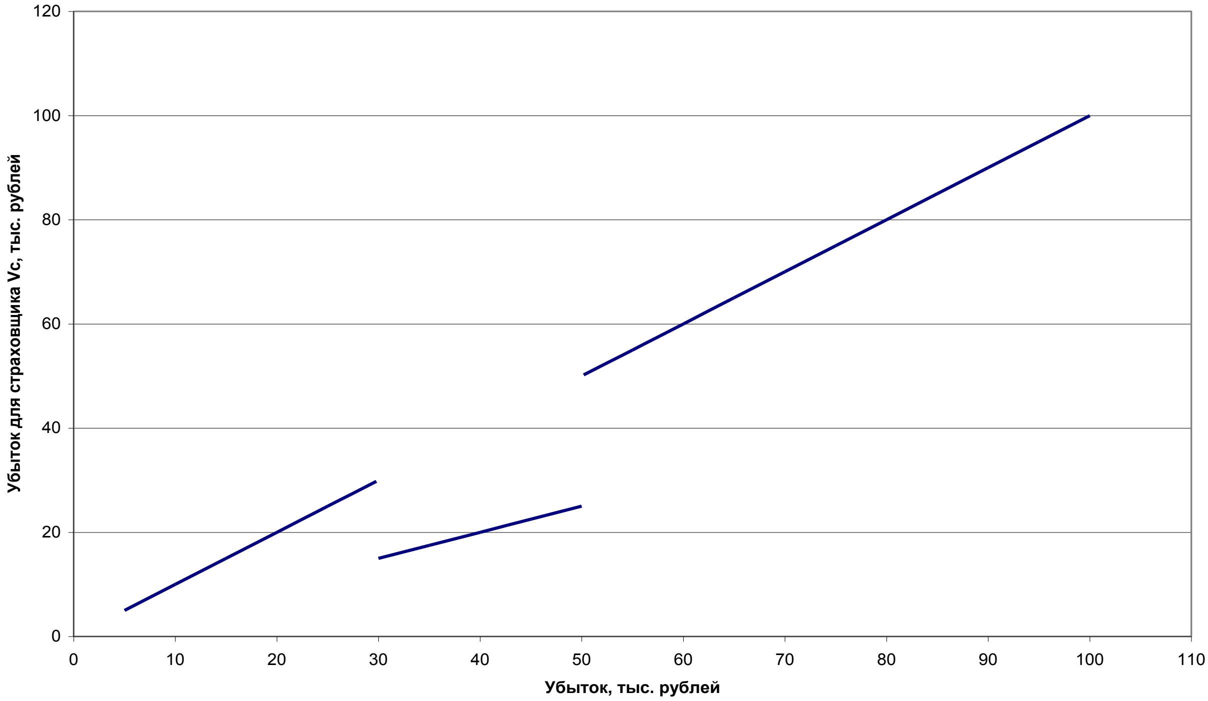

Рис. П7.2. **График убытка для страховщика при описанном договоре деления риска**

Тогда дифференциальная функция распределения изменится за счет того, что закрашенная на рис. П7.1 площадь сместится влево и расположится на отрезке $\left[\frac{30}{2};\frac{50}{2}\right]$, добавившись к имеющейся площади на этом отрезке. В результате дифференциальная функция распределения индивидуального убытка примет вид, представленный на рис. П7.3.

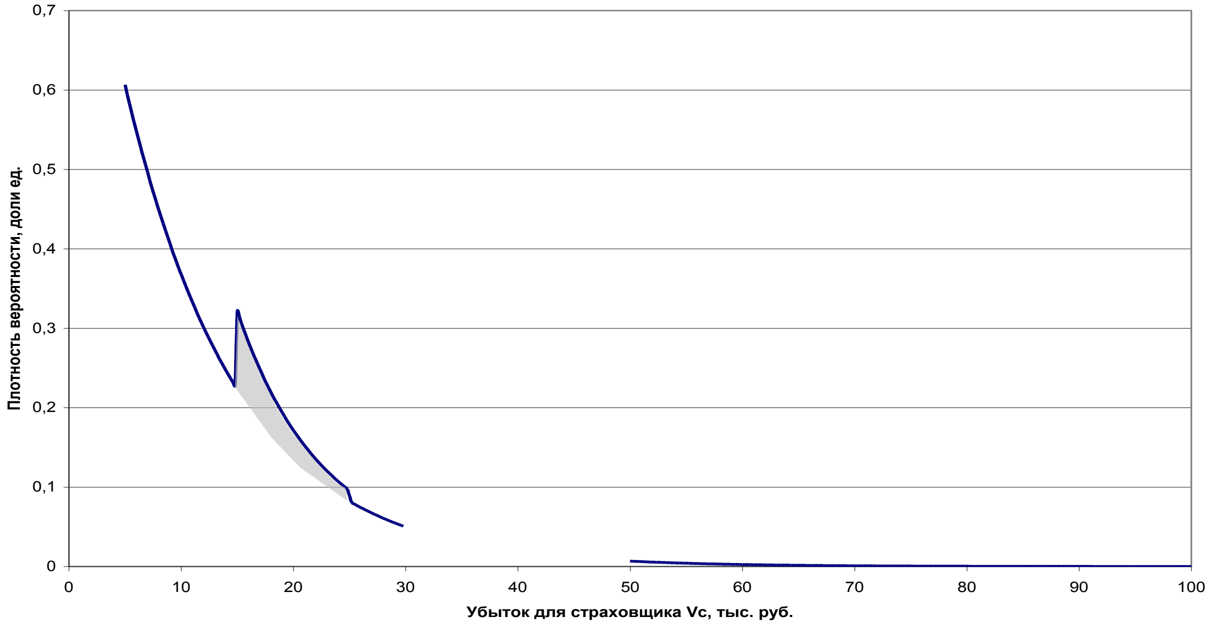

Рис. П7.3. **Распределение индивидуального убытка по договору для страховщика при делении риска**

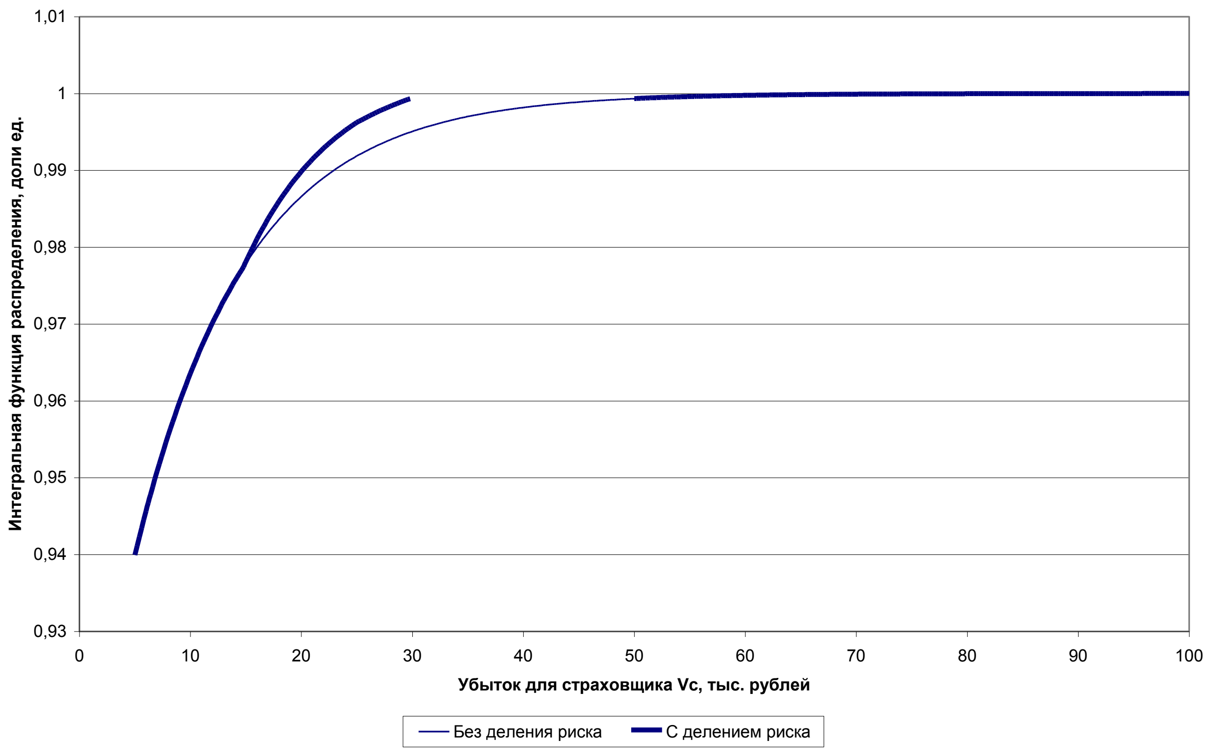

Рис. П7.4. **Сравнение интегральных функций распределения убытка для страховщика при делении риска и без такового**

Как можно видеть, дифференциальная функция распределения стала разрывной и кусочно-гладкой. Сравнение соответствующих интегральных функций распределения приведено на рис. П7.4. Интегральная функция распределения также является разрывной, так как в рассматриваемом примере на отрезке $[30;50]$ возникновение убытка, подлежащего урегулированию страховщиком, является невозможным событием. В самом деле, убыток в размере, например, 40 тысяч рублей подлежит возмещению страховщиком только в сумме 40/2=20 тыс. рублей, что находится за пределами рассматриваемого отрезка.

Можно было бы условно считать интегральную функцию распределения заданной непрерывно на всем отрезке $[0;100]$, дополнительно определив, что на всех точках отрезка $[30;50]$ значение интегральной функции постоянно и равно значению в точке V=30. Но тогда обратная функция к интегральной функции распределения будет многозначной, что сделает невозможным применение необходимого в дальнейшем метода Монте-Карло в его классической постановке. Следовательно, целесообразно принять интегральную функцию распределения разрывной. Легко видеть, что обратная к ней функция однозначно определена и строго возрастает на всем отрезке $[0;1]$, что и требуется.

При этом у акцептанта появляется убыток, график которого представлен на рис. П7.5.

Интегральная функция распределения убытка для акцептанта представлена на рис. П7.6.

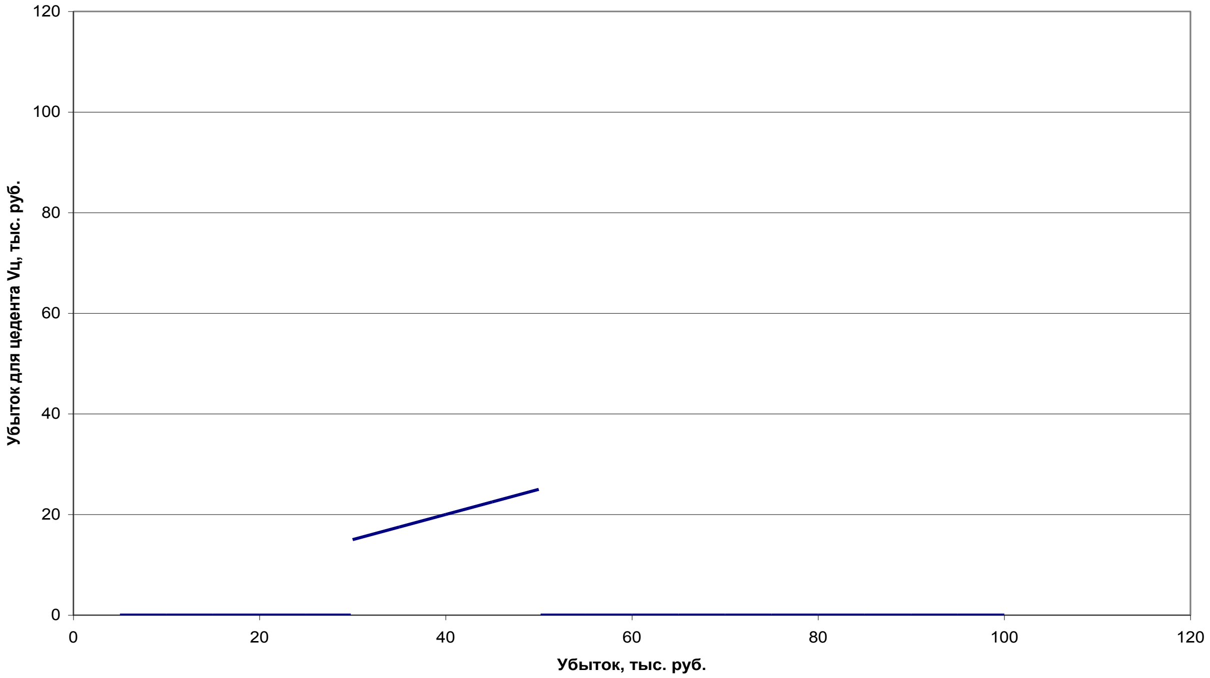

Рис. П7.5. **График убытка для страховщика при описанном договоре деления риска**

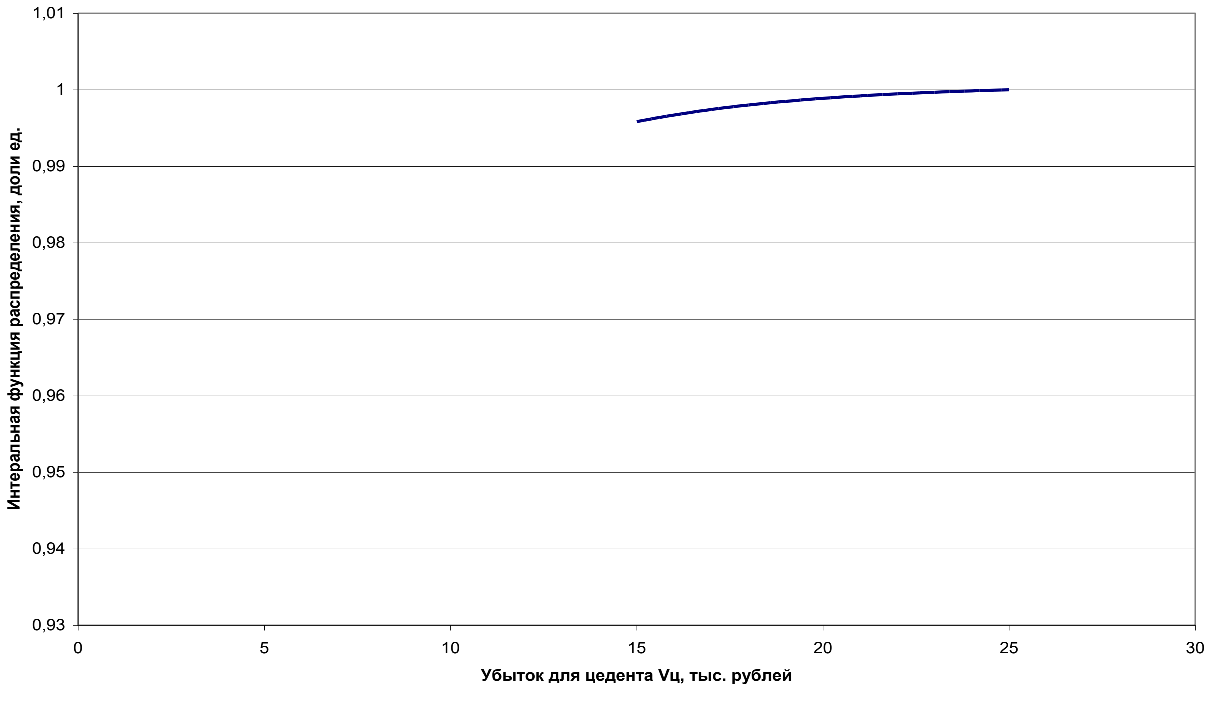

Рис. П7.6. **Интегральная функция распределения убытка для акцептанта при делении риска**

Приведенный подход можно обобщить для любого интервала и любого правила деления риска.

Поставим задачу построить интегральную функцию распределения индивидуального убытка с учетом деления риска, если известны все перечисленные выше условия договора деления риска. Решение данной задачи в аналитической форме в общем случае затруднено, но можно, используя численные методы, получить интегральную функцию распределения в табличной форме. Этого, как мы увидим далее, вполне достаточно для использования полученных результатов в процессе тарификации.

Алгоритм численного моделирования (алгоритм 1):

1. Выразить интегральную функцию распределения индивидуального убытка в табличной форме с как можно меньшим шагом.
2. Вычислить вероятности попадания убытка в отрезок, соответствующий шагу таблицы
3. Для каждого отрезка таблицы: определить, попадает ли данный отрезок в интервал деления риска; если да, то применить к концам отрезка правило деления риска, определив тем самым новые концы отрезка для страховщика и для акцептанта;

для страховщика:

1. Найти соседние отрезки таблицы, в которые попадает отрезок с новыми границами для страховщика.
2. Распределить вероятность попадания убытка в первоначальный отрезок между найденными отрезками пропорционально длинам частей нового отрезка.
3. Прибавить распределенные в соответствии с предыдущим пунктом вероятности к уже имеющимся на данных отрезках вероятностям.
4. Найти суммарные значения новых вероятностей попадания убытка в соответствующие отрезки нарастающим итогом, что и будет являться искомой интегральной функцией распределения убытка для страховщика в табличной форме.

для акцептанта:

5. Найти соседние отрезки таблицы, в которые попадает отрезок с новыми границами для акцептанта.
6. Распределить вероятность попадания убытка в первоначальный отрезок между найденными отрезками пропорционально длинам частей нового отрезка.
7. Записать распределенные в соответствии с предыдущим пунктом вероятности как вероятности попадания убытка в данный отрезок.
8. Найти суммарные значения новых вероятностей попадания убытка в соответствующие отрезки нарастающим итогом, что будет являться двойственным интегральным законом распределения убытка для акцептанта в табличной форме.

В случае составного договора деления риска либо одновременном применении к договору страхования нескольких договоров деления риска пункт 3 приведенного алгоритма должен быть выполнен по одному разу для каждого элементарного договора деления риска.

Теперь можно перейти к главной задаче – оценке параметров распределения коллективного убытка, используемых при тарификации, с учетом деления риска. Для этого также целесообразно применить численные методы. По условиям задачи, мы оцениваем интегральную функцию распределения коллективного убытка по портфелю, состоящему из N договоров страхования, из которых N' договоров участвуют в делении риска на заданных условиях (в отношении этих договоров заключены однородные договоры деления риска), а в отношении оставшиеся $N - N'$ договоров деление риска не применяется. Планируемое количество договоров, в отношении которых производится деление риска, очевидно, удовлетворяет условию: $0 \le N' \le N$. Представляется ясным, что чем больше N', тем более выгодным экономически является деление риска.

Построим закон распределения коллективного убытка в табличной форме, применив следующий алгоритм (алгоритм 2):

1. Выразить интегральную функцию распределения индивидуального убытка без деления риска в табличной форме с как можно меньшим шагом
2. Выразить интегральную функцию распределения индивидуального убытка с делением риска в табличной форме с как можно меньшим шагом
3. Задать диапазон изменения страховых сумм по договору
4. Для каждого договора страхования, не предполагающего деление риска, от 1 до $N - N'$:

a. По методу Монте-Карло определить страховую сумму в предположении, что страховые суммы равномерно распределены в определенном для них диапазоне.
b. Используя вероятность наступления страхового случая, при помощи метода Монте-Карло определить, наступил ли страховой случай.
c. Если страховой случай наступил, то, используя таблицу из пункта 1, при помощи метода Монте-Карло определить сумму убытка

5. Для каждого договора страхования, предполагающего деление риска, от 1 до N':

a. Используя вероятность наступления страхового случая, при помощи метода Монте-Карло определить, наступил ли страховой случай.
b. Если страховой случай наступил, то, используя таблицу из пункта 2, при помощи метода Монте-Карло определить сумму убытка

6. Найти сумму всех убытков по портфелю.
7. Повторить пункты 4-6 алгоритма достаточно большое количество раз.
8. Оценить математическое ожидание страховой суммы.
9. По результатам всех итераций, определенных пунктом 6, построить таблицу интегральной функции распределения.

По полученной таблице легко вычислить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение коллективного убытка. В соответствии с предпосылкой 5 мы считаем, что количество договоров N достаточно велико для того, чтобы закон распределения коллективного убытка был близок к нормальному закону. Однако алгоритмы 1 и 2 могут применяться для любого количества договоров. По результатам расчетов можно провести проверку гипотезы о нормальности распределения, используя известные критерии согласия. Если гипотеза о нормальности распределения будет принята, то табличная форма интегральной функции распределения может быть заменена аналитической.

Наряду с законом распределения коллективного убытка для страховщика V_c, также может быть построен и закон распределения коллективного убытка для акцептанта $V_ц$. Данный закон выводится по тому же алгоритму 2, но в алгоритме используется не закон распределения индивидуального убытка для страховщика, а двойственный ему закон распределения индивидуального убытка для акцептанта. Соответствующий двойственный закон был получен при реализации алгоритма 1.

Модель 2. Обобщенная модель договора страхования

Постановка задачи. Покажем, что накопительное и рисковое страхование не различаются принципиально в методах определения размера страховых премий. Для этого рассмотрим следующую задачу об определении страховой премии для обобщенного варианта договора страхования, частными случаями которого являются договор накопительного страхования жизни и договор рискового страхования. В рассматриваемой задаче будем считать время дискретным. При необходимости не составит труда обобщить задачу для случая с непрерывным временем, который, впрочем, имеет больше теоретическое, чем практическое значение.

В момент времени 0 между страховщиком и страхователем заключен договор страхования на срок T. При этом страхователь уплачивает страховые взносы в течение срока $[t_1;t_2]$ в пределах периода $[0;T]$. После окончания выжидательного периода $[0;t_3)$ начинается срок страхования $[t_3;T]$. Предусмотренное договором событие считается страховым случаем, если оно наступило в течение указанного срока страхования.

Пусть страховой случай по договору страхования наступает в момент времени $\tau \in [t_3;T]$. В этом случае договором страхования предусмотрено совершение страховой выплаты в течение периода времени $[\tau + c;\tau + c + \delta], \tau + c + \delta \le X$. Причем продолжительность этого периода δ может быть как детерминированной, так и случайной величиной, с – детерминированная величина.

Указанные выше интервалы времени графически представлены на рис. П7.7.

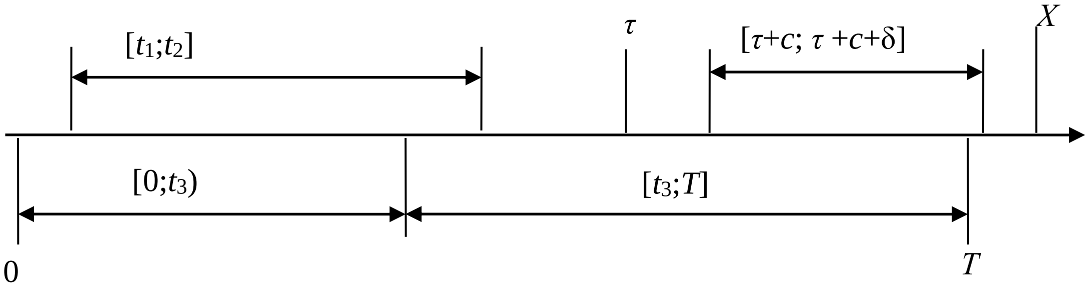

Рис. П7.7. **Сроки в обобщенном договоре страхования**

По условиям договора страхования, страхователь уплачивает номинальные[8] страховые взносы $v_i, i \in [t_1;t_2]$. Суммарную величину номинальных страховых взносов будем называть номинальной страховой премией $V = \sum_{i=t_1}^{t_2} v_i$. Будем считать, что задан закон, позволяющий определить сумму взносов по известной величине номинальной премии: $v_i = v(V,i), i \in [t_1;t_2]$. Простейшим и наиболее распространенным вариантом является равномерное распределение взносов во времени: $v_i = \dfrac{V}{t_2 - t_1 + 1} = const$.

[8] Термин «номинальный» здесь и далее означает определенный без учета фактора времени.

При наступлении страхового случая выгодоприобретатель, определенный договором страхования, получит номинальную сумму страховой выплаты $S_\tau \le U_\tau, \tau \in [t_3; T]$, где U_τ – номинальная страховая сумма, определенная договором страхования для τ-го момента времени. При этом страховая выплата, если $\delta \ne 0$, может быть распределена в течение некоторого периода времени. Номинальные периодические платежи внутри него равны $s_i = s(S_\tau, \tau, i), i \in [\tau + c; \tau + c + \delta], \sum_{i=\tau+c}^{\tau+c+\delta} s_i \equiv S_\tau$. Простейшим и наиболее распространенным вариантом является равномерное распределение номинальных периодических платежей во времени $s_i = \dfrac{S_\tau}{\delta} = const$.

Вероятность наступления страхового случая в течение срока страхования равна $q_i^c, i \in [t_3; T]$. При случайном δ должна быть определена некоторая ненулевая вероятность прерывания периода выплат $0 < q_i^n \le 1, i \in [t_3; T]$. Соответственно, $\forall i \in [t_3; T]: q_i^n = 0$ в случае детерминированного δ.

Закон распределения суммы убытка для *i*-го момента времени выражается интегральной функцией распределения $P = F_i(S)$.

Известны аквизиционные расходы страховщика в процентах от номинальной страховой премии *V*, которые распределены в течение периода $[0; T]$: $d_i, i \in [0; T]$.

Требуется найти сумму страховой премии *V*, которая с заданной вероятностью γ не превысит сумму страховых выплат и аквизиционных расходов по портфелю из *N* договоров с учетом изменения стоимости денег во времени.

Как легко видеть, если $\sum_{i=t_3}^{T} q_i^c = 1$, имеет место накопительное страхование, а если $\sum_{i=t_3}^{T} q_i^c < 1$ – рисковое страхование. Исчисление срока в годах и задание *T*=1 приводит к обычному одногодичному договору страхования. Задание *r*=0 при многолетнем договоре рискового страхования позволяет воспроизвести распространенную на практике аддитивную методику определения страховой премии на период в несколько лет.

Решение. Поставленная задача в общем случае решается средствами имитационного моделирования. Решение строится с учетом принципа эквивалентности и использует приведение потоков денежных средств к одному моменту времени, в качестве которого предлагается рассматривать момент заключения договора страхования[9].

Приведенная страховая премия:

[9] Выбор момента заключения договора страхования в качестве точки отсчета продиктован содержательными соображениями. Все существенные условия договора должны быть согласованы сторонами при заключении договора, поэтому для целей анализа условий договора как страховщиком, так и страхователем необходимы модели, представляющие условия договора страхования на момент его заключения.

$$V' = \sum_{i=t_1}^{t_2} \frac{v(V,i)}{(1+r)^i} \equiv f(V,t_1,t_2).$$

Будем полагать, что существует обратная функция, позволяющая определить V по V': $V = f^{-1}(V',t_1,t_2)$. Для практически применимых случаев линейной зависимости v_i от V такая обратная функция, очевидно, существует.

Например, при равномерном распределении взносов во времени:

$$V' = \frac{V}{t_2 - t_1 + 1} \cdot \sum_{i=t_1}^{t_2} \frac{1}{(1+r)^i}\text{, то есть}$$

$$V = \frac{V' \cdot (t_2 - t_1 + 1)}{\sum_{i=t_1}^{t_2} \frac{1}{(1+r)^i}}.$$

Приведенные страховые выплаты:

$$S' = \sum_{i=\tau+c_1}^{\tau+c_1+\delta} \frac{s(S_\tau,\tau,i)}{(1+r)^i}.$$

Приведенные аквизиционные расходы:

$$D' = V \cdot \sum_{i=0}^{T} \frac{d_i}{(1+r)^i}.$$

В качестве ставки дисконтирования принимается планируемая при заключении договора страхования ставка доходности по инвестированию средств страховых резервов и средств собственного капитала. Величина S' является случайной. Численный алгоритм нахождения закона ее распределения приводится далее.

Общая сумма расходов страховщика равна $Z' = S' + D'$. В соответствии с принципом эквивалентности:

$$V' = Z_0' \Big|_{P(Z_0')=\gamma}.$$

Так как D' - детерминированная величина, то:

$$V' - f^{-1}(V',t_1,t_2) \cdot \sum_{i=0}^{T} \frac{d_i}{(1+r)^i} = S_0' \Big|_{P(S_0')=\gamma}$$

Правая часть уравнения находится интерполяцией по известному закону распределения, определенному в табличной форме посредством численных методов.

Если распределение S' хорошо аппроксимируется нормальным законом с параметрами m и σ, то:

$$V' - f^{-1}(V',t_1,t_2) \cdot \sum_{i=0}^{T} \frac{d_i}{(1+r)^i} = m + \Phi^{-1}(\gamma) \cdot \sigma.$$

В частности, при равномерном распределении взносов:

$$V'\left[1-\frac{(t_2-t_1+1)}{\sum\limits_{i=t_1}^{t_2}\frac{1}{(1+r)^i}}\cdot\sum_{i=0}^{T}\frac{d_i}{(1+r)^i}\right]=m+\Phi^{-1}(\gamma)\cdot\sigma .$$

Отсюда находится V' и по нему – V .

Из факта существования решения обобщенной задачи следует, что принципиальной разницы между накопительным и рисковым страхованием не существует. Данная разница имеется лишь для частных решений, получаемых в аналитической форме.

Нахождение закона распределения суммы страховых выплат. Задача нахождения закона распределения случайной величины S' в общем случае имеет численное решение, получаемое при помощи следующего алгоритма.

1. Задать число повторений *E*.
2. Для каждого повторения из *E*

2.1. Установить величину дисконтированных выплат по портфелю S'_a равной нулю.

2.2. Для каждой из *N* итераций:

2.2.1. Для каждого периода из $[t_3;T]$:

2.2.1.1. По методу Монте-Карло посредством q_i^c определить, наступил ли страховой случай.

2.2.1.2. Если да, то прервать цикл

2.2.2. Если страховой случай наступил:

2.2.2.1. Если величина S_τ является детерминированной, то принять S_τ равным детерминированному значению.

2.2.2.2. Иначе по известному моменту наступления страхового случая τ на основе закона распределения $P=F_\tau(S)$ определить случайную реализацию суммы выплат S_τ по методу Монте-Карло.

2.2.2.3. Если величина δ детерминирована, то принять δ равным детерминированному значению.

2.2.2.4. Иначе для каждого периода из $[\tau+c;X]$:

2.2.2.4.1. По методу Монте-Карло посредством q_i^n определить, прерывается ли период страховой выплаты.

2.2.2.4.2. Если да, то прервать цикл

2.2.2.5. Определить δ . Если прерывания цикла не было, то $\delta=X-\tau-c$

2.2.2.6. Для каждого периода из $[\tau+c;\tau+c+\delta]$:

2.2.2.6.1. Определить $s_i=s(S_\tau,\tau,i)$.

2.2.2.6.2. Добавить к дисконтированной сумме S'_a дисконтированную сумму платежа s_i .

2.3. Записать значение S'_a .

3. Провести группировку полученных значений S_a', определить интегральный закон распределения в табличной форме.

4. Определить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение по полученному ряду данных.

5. По критерию Пирсона проверить гипотезу о нормальном распределении суммы выплат по портфелю.

Модель 3. Использование модели ценообразования опционов для определения страхового тарифа

Бесспорно, существует верхняя граница страхового тарифа, определяемая рыночным спросом. Поскольку страхование есть финансовая услуга, оценка ее полезности и, как следствие, спроса на нее поддается объективной количественной оценке. Так, для определения цены спроса на страхование (верхней границы страхового тарифа) логично использовать широко известную концепцию ценообразования опционов, применимость которой в финансовой экономике достаточно подробно освещена в литературе, в частности, в [36, 61]. В самом деле, опцион как производная ценная бумага по определению предназначен для *страхования* от снижения стоимости базисного актива, а цена опциона (опционная премия) есть ни что иное, как, в некотором смысле, *страховая премия*. Но тогда сходство объектов моделирования (опцион и страховой полис) предполагает возможность использования для определения страховых тарифов моделей ценообразования опционов.

Договор страхования можно рассматривать как комбинацию двух опционов, один из которых покупается, а другой – продается в момент заключения договора, или же как барьерный опцион, приобретаемый страхователем (рис. П7.8).

Страхователь покупает у страховой компании опцион на то, что общая сумма ущерба C по окончании срока действия договора страхования составит величину, превышающую франшизу F (для простоты будем считать франшизу безусловной). Одновременно с этим он продает страховой компании опцион на то, что страховая выплата превысит страховую сумму S. По первому опциону страхователь получит доход, если сумма страховой выплаты составит величину, большую F. По второму опциону страхователь получает доход в виде опционной премии (то есть уменьшения страховой премии) и может понести убытки, если сумма ущерба составит величину, превышающую S.

Но тогда для оценки верхней границы страхового тарифа могут быть применены модели ценообразования барьерных опционов, анализ использования которых освещен в [44], в частности, могут быть применены формулы Мертона [124].

Модель 4. Методика формирования единого страхового резерва

Поставим задачу определить сумму резервов страховщика на любую отчетную дату, вытекающую из действующих на эту дату договоров страхования.

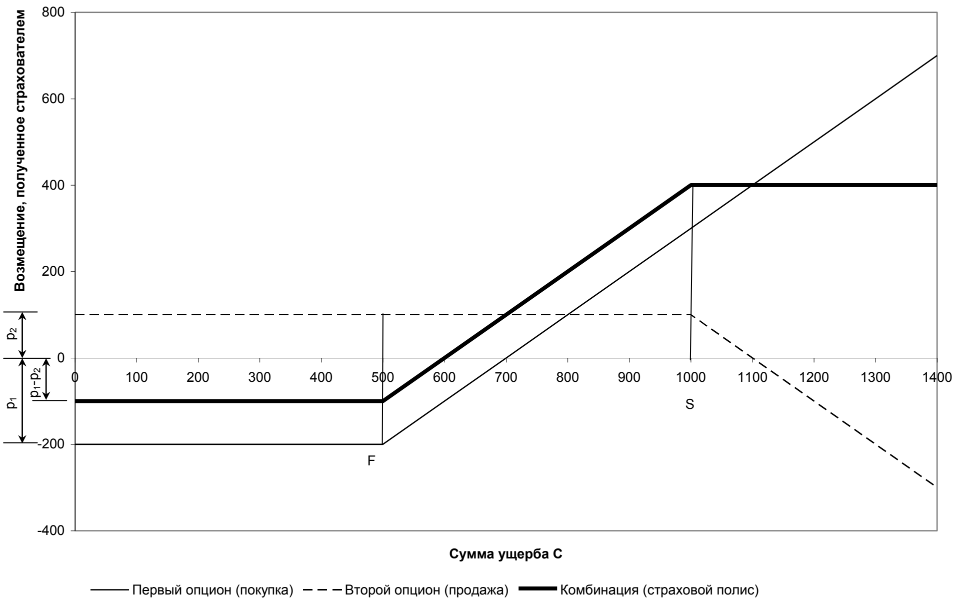

Рис. П7.8. **Страховой полис как комбинация двух опционов (числовые данные условные)**

Под страховыми резервами в соответствии с МСФО 4 и МСФО 37 следует понимать страховые обязательства с неопределенным временем и суммой. По своему экономическому содержанию страховые резервы, как известно, представляют собой оценку ожидаемых расходов по неистекшим страховым обязательствам (страховым выплатам и расходам на ведение дела). Поэтому представляется целесообразным искать страховые резервы как разность между ожидаемыми расходами по всем договорам страхования и расходами, фактически произведенными на момент расчета.

В этом заключается идея построения резерва, реализованная в рамках динамического подхода. Эта идея принята автором в качестве основы для настоящей методики. Автором проведена адаптация динамической модели для получения не вероятностных, а детерминированных результатов с учетом введенных предпосылок.

Будем предполагать, что убыточность по завершившимся договорам страхования равна γ, доля нагрузки в структуре тарифной ставки равна f, средний срок действия договора страхования равен τ месяцев.

Тогда ожидаемые расходы по всем неистекшим к моменту времени i=0 договорам страхования составят:

$$R_0' = \max\left\{\sum_{i=-\infty}^{0} \gamma P_i - \sum_{i=-\infty}^{0} V_i ;0\right\} + \max\left\{\sum_{i=-\infty}^{0} f P_i - \sum_{i=-\infty}^{0} C_i ;0\right\} \qquad (\text{П}7.2)$$

Первое слагаемое представляет собой неотрицательную разность между предполагаемыми и фактически произведенными страховыми выплатами, а второе – неотрицательную разность между предполагаемыми и фактически понесенными РВД по страховым операциям.

Важным оценочным значением, влияющим на точность определения R_0', является убыточность по завершившимся договорам γ. Данная величина может быть получена на основе статистики завершившихся договоров страховщика или внешних данных, а при недостаточности информации – методом экспертных оценок. Ориентиром для оценивания при этом служит доля нетто-тарифа в структуре тарифной ставки: $\gamma \sim 1-f$. В отсутствие другой информации следует принимать убыточность по завершившимся договорам равной доле нетто-тарифа в структуре тарифной ставки. В соответствии с принципом осмотрительности, выбирая значение γ, необходимо задавать наибольшее из реально возможных значений, но, как правило, не выше $1-f$. Исключением могут быть виды страхования, про которые известно, что страховой тариф по ним существенно искажен, например, ОСАГО, где при доле нетто-ставки, равной 70%, убыточность может превышать 100%.

Нижняя граница суммирования ($-\infty$) означает, что суммирование производится с самого начала деятельности страховщика. Однако если информация за период с самого начала деятельности компании недоступна, а доступна лишь с некоторого момента времени $-T+1$, то можно воспользоваться *приближенной* методикой, предполагая, что фактически известная на конец периода T сумма резервов R_{-T} достоверно характеризует ожидаемые расходы по портфелю страховщика, имевшемуся на момент расчета резервов. Тогда формула расчета примет вид:

$$R_0' \approx \max\left\{\sum_{i=-T+1}^{0}\gamma P_i - \sum_{i=-T+1}^{0}V_i;0\right\} + \max\left\{\sum_{i=-T}^{0} fP_i - \sum_{i=-T}^{0}C_i;0\right\} + R_{-T} \qquad (П7.3)$$

Все величины в формулах (П7.2) и (П7.3) известны по данным отчетности страховщика, за исключением, быть может, C_i. Оценивание величины C_i может быть затруднено в связи с отсутствием у страховщика раздельного учета косвенных расходов на ведение дела по страхованию от прочих косвенных расходов. В этом случае, опираясь на принцип осмотрительности, можно *приближенно* считать, что по завершившимся договорам $C_i = fP_i$, то есть заложенная в тариф нагрузка израсходована полностью, а по незавершившимся договорам исчерпана только сумма пропорционально сроку действия договора. Тогда, например, формула (П7.3) примет вид:

$$R_0' \approx \max\left\{\sum_{i=-T+1}^{0}\gamma P_i - \sum_{i=-T+1}^{0}V_i;0\right\} + \sum_{i=-\tau+1}^{0} fP_i \frac{-i+1}{\tau} + R_{-T} \qquad (П7.4)$$

Формулы (П7.2)—(П7.4) обладают следующими важными преимуществами:

1) резерв рассчитывается на основе строгого следования сделанным предположениям и является, по существу, математическим резервом;

2) резерв может быть рассчитан на любую дату по каждому страхуемому риску в отдельности;

3) резервирование осуществляется более гибко, чем при существующих методиках: точно определяется будущий фонд страховых выплат, и этот фонд сохраняется до тех пор, пока все запланированные выплаты не будут произведены; если же текущие выплаты превышают запланированные, то резерв автоматически высвобождается на максимально оправданную величину, чтобы сгладить возникающие колебания прибыли;

4) поскольку формулы учитывают резервы нарастающим итогом с начала деятельности, то в них легко отражается временная раскладка ущерба; то есть средства, сэкономленные в благоприятные годы, *автоматически* резервируются для совершения повышенных страховых выплат в неблагоприятные годы, а в неблагоприятные годы созданный дополнительный резерв расходуется;

5) формулы позволяют *учесть неравномерность* выплат во времени, например, по РВЛ (когда большая часть выплат происходит в первые же месяцы после заключения договора) или по страхованию от клеща, гриппа и т.д. В этих случаях, независимо от метода «pro rata temporis», если запланированные выплаты уже произведены, то резерв под них создавать не требуется; если же запланированные выплаты еще не произведены, то под них *автоматически* держится необходимый резерв.

Как легко видеть, полученный резерв интегрирует в себе все известные виды страховых резервов по рисковому страхованию: резерв незаработанной премии, резерв произошедших, но незаявленных убытков, резерв заявленных, но неурегулированных убытков, стабилизационный резерв.

Разумеется, применение резерва даст адекватные результаты лишь в условиях строгого выполнения предпосылок 6 и 8.

Прежде всего, по формулам (П7.2)-(П7.4) **может быть рассчитана сумма страховых резервов**, необходимых страховщику для обеспечения его финансовой устойчивости. Однако действующие нормативные акты в области организации страхового дела в Российской Федерации предписывают совершенно иные методики расчета страховых резервов.

В данных условиях применение рассмотренной методики возможно для **формирования управленческой отчетности и составления отчетности по МСФО**. Согласно МСФО 4 и МСФО 37, резервы отражаются в отчетности по МСФО в размере наилучшей оценки затрат, необходимых для погашения обязательства по состоянию на отчетную дату, определяемой как оценка будущих денежных оттоков по договорам страхования. Величина R_0' полностью отвечает требованиям, содержащимся в МСФО. В соответствии с МСФО величина разности между оценками страховых резервов по МСФО и РСБУ должна быть отражена в отчете о прибылях и убытках как доход (расход) страховщика.

Методика может использоваться в качестве эталонной **для согласования с ФССН РФ новых страховых резервов и (или) новых методов их расчета.** В соответствии с абзацем третьим пункта 3 Правил формирования страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни (приказ Минфина РФ № 51н), страховщик по согласованию с Федеральной службой страхового надзора в случаях, предусмотренных Правилами, может рассчитывать иные страховые резервы и (или) использовать иные методы расчета страховых резервов. На сегодняшний день этот пункт не работает, так как отсутствуют методики, позволяющие оценить правильность определения страховых резервов и обосновать, что предлагаемые страховщиком страховые резервы и (или) методы их расчета позволяют более точно оценить будущие обязательства страховщика.

Формулы (П7.2)—(П7.4) дают объективную оценку ожидаемых будущих расходов, независимую от действующих методик расчета страховых резервов, и потому могут применяться **для оценки качества резервирования**.

В частности, можно проводить сравнение полученного резерва с резервом по другим методикам, в том числе официально предписанными приказами Минфина РФ. Пусть сумма страховых резервов, рассчитанная каким-либо методом, составляет R_0.

Получив значение величины R_0' по формулам (П7.2)-(П7.4), можно проанализировать обеспеченность сформированными страховыми резервами расходов по неистекшим страховым обязательствам.

Во-первых, может быть рассчитан коэффициент обеспеченности расходов резервами, показывающий, на сколько процентов резервы покрывают расходы по неистекшим обязательствам:

$$k = \frac{R_0}{R_0'} \cdot 100\% . \qquad (П7.5)$$

Во-вторых, в денежном выражении может быть определен недостаток (-) или избыток (+) резервов.

$$\Delta R = R_0' - R_0 . \qquad (П7.6)$$

С точки зрения управленческой отчетности, резервы должны быть показаны в балансе в сумме R_0', а избыток или недостаток резервов – соответственно увеличить или уменьшить финансовый результат.

В-третьих, на основе R_0 можно рассчитать максимальное (пороговое) значение убыточности $\gamma_{порог}$, которую может выдержать страховщик при имеющейся у него сумме резервов R_0. Данная величина может быть рассчитана на основе, например, (П7.7):

$$\gamma_{порог} = \frac{R_0 - R_{-T} + \sum\limits_{i=-T+1}^{0} V_i - \sum\limits_{i=-\tau+1}^{0} f P_i \frac{-i+1}{\tau}}{\sum\limits_{i=-T+1}^{0} P_i} \qquad (П7.7)$$

Нормальной финансовой устойчивости соответствует ситуация, когда

$$\gamma_{порог} \geq \gamma . \qquad (П7.8)$$

Анализ по формулам (П7.5)-(П7.8) может быть выполнен как по отдельным видам страхования (учетным группам), так и по всей компании в целом. Разумеется, в последнем случае точность полученных результатов может быть заметно ниже, зато ниже трудоемкость анализа и выше оперативность.

Приложение 8

Интерфейсные объекты разработанного автором программного продукта

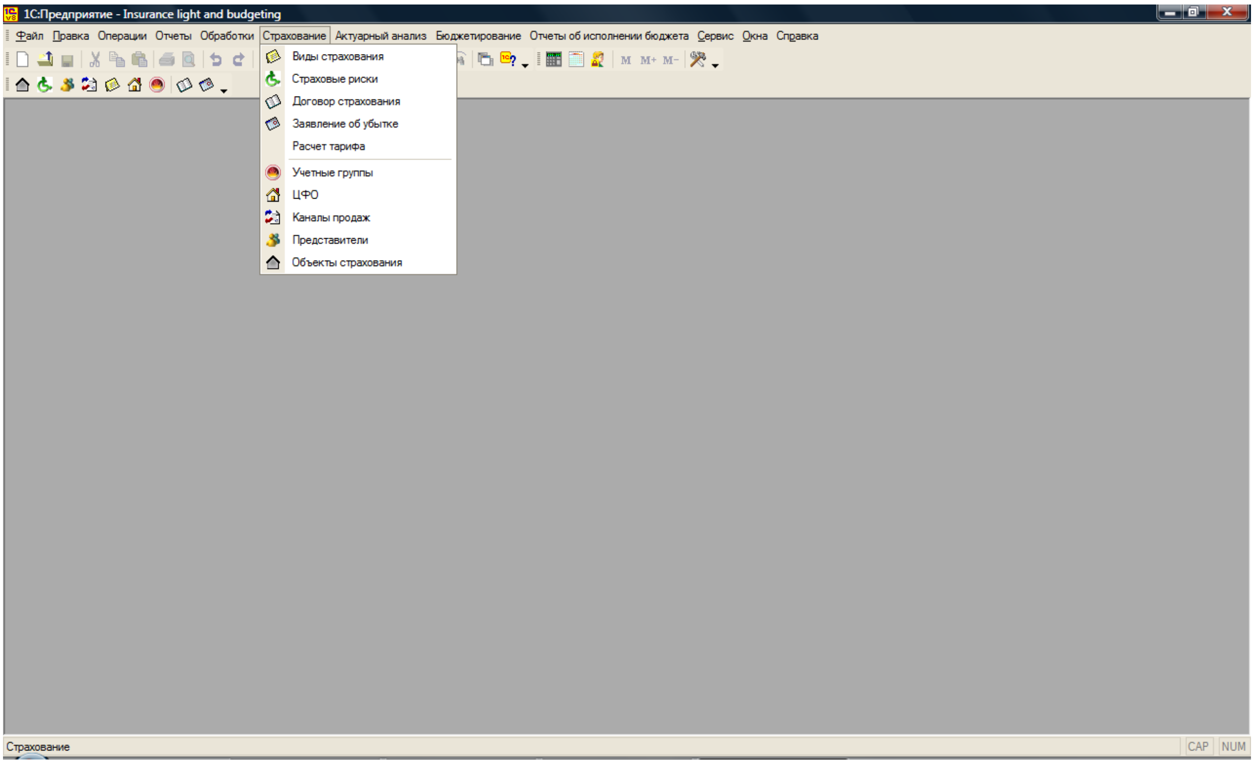

Рис. П8.1. **Общий вид учетной системы**

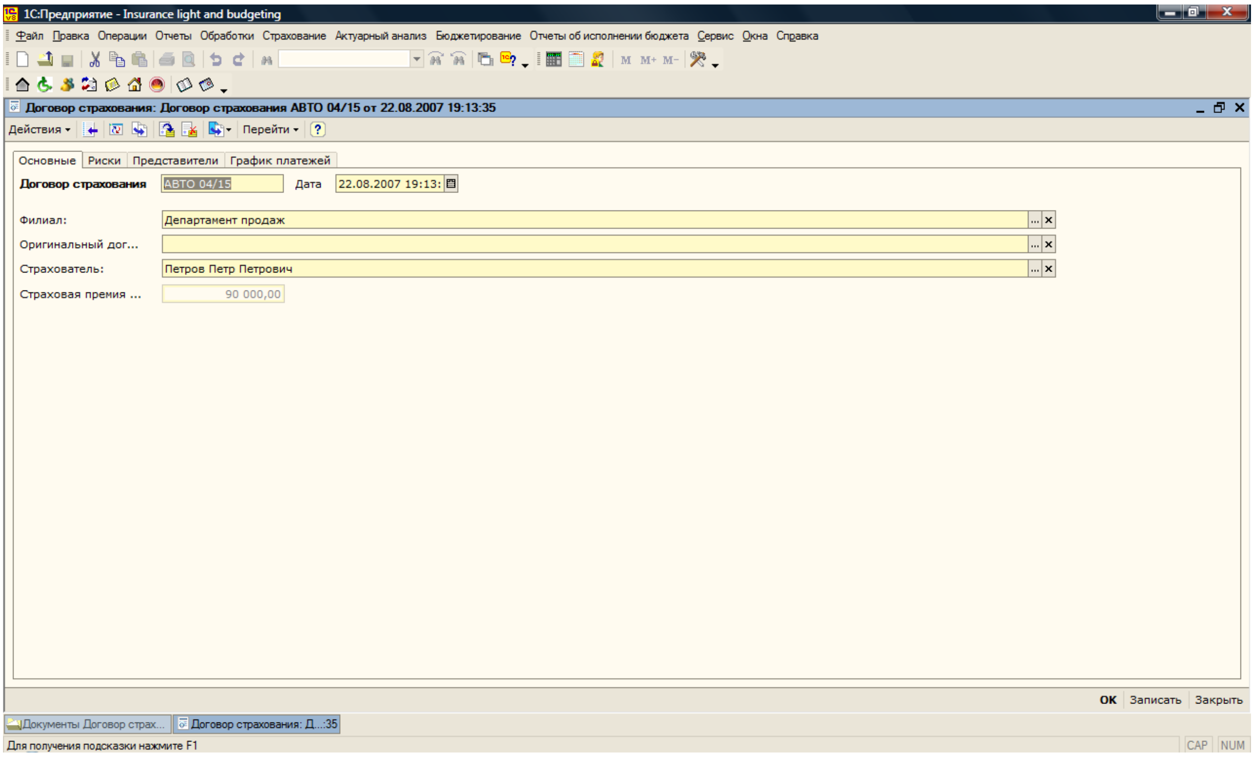

Рис. П8.2. **Договор страхования. Закладка «Основные»**

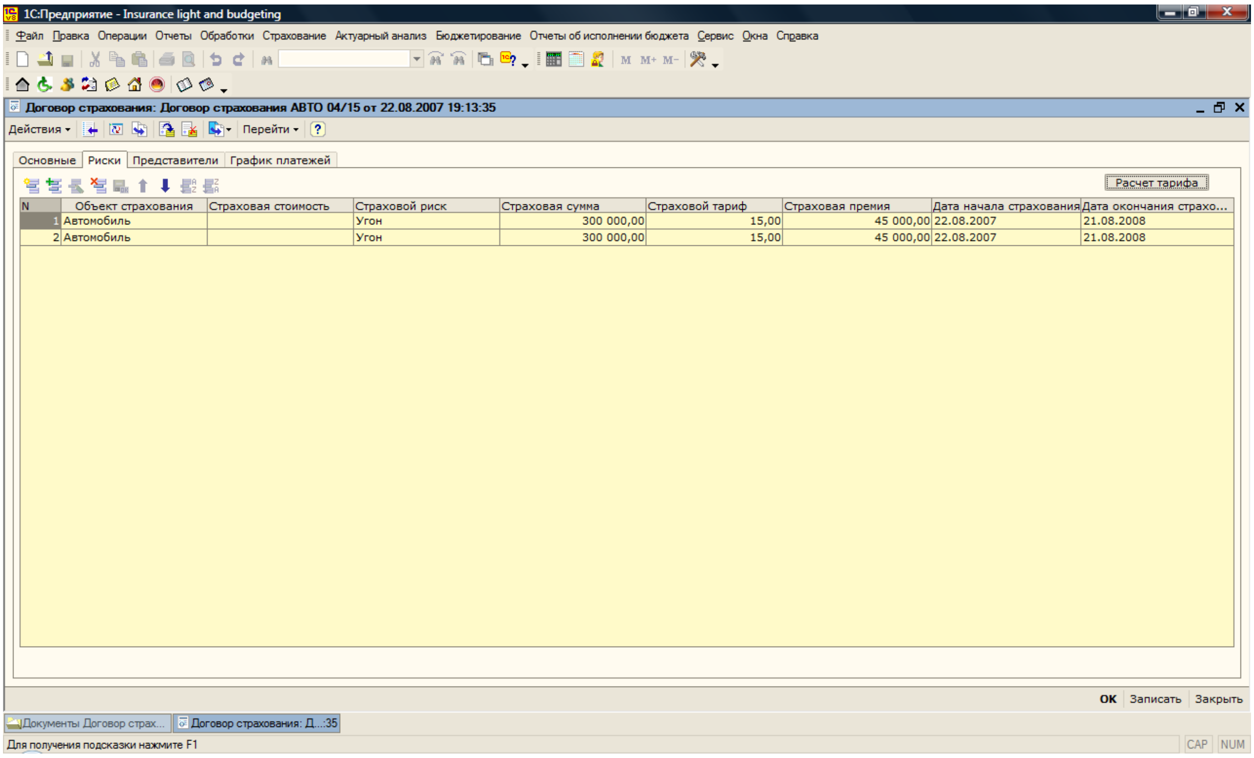

Рис. П8.3. **Договор страхования. Закладка «Риски»**

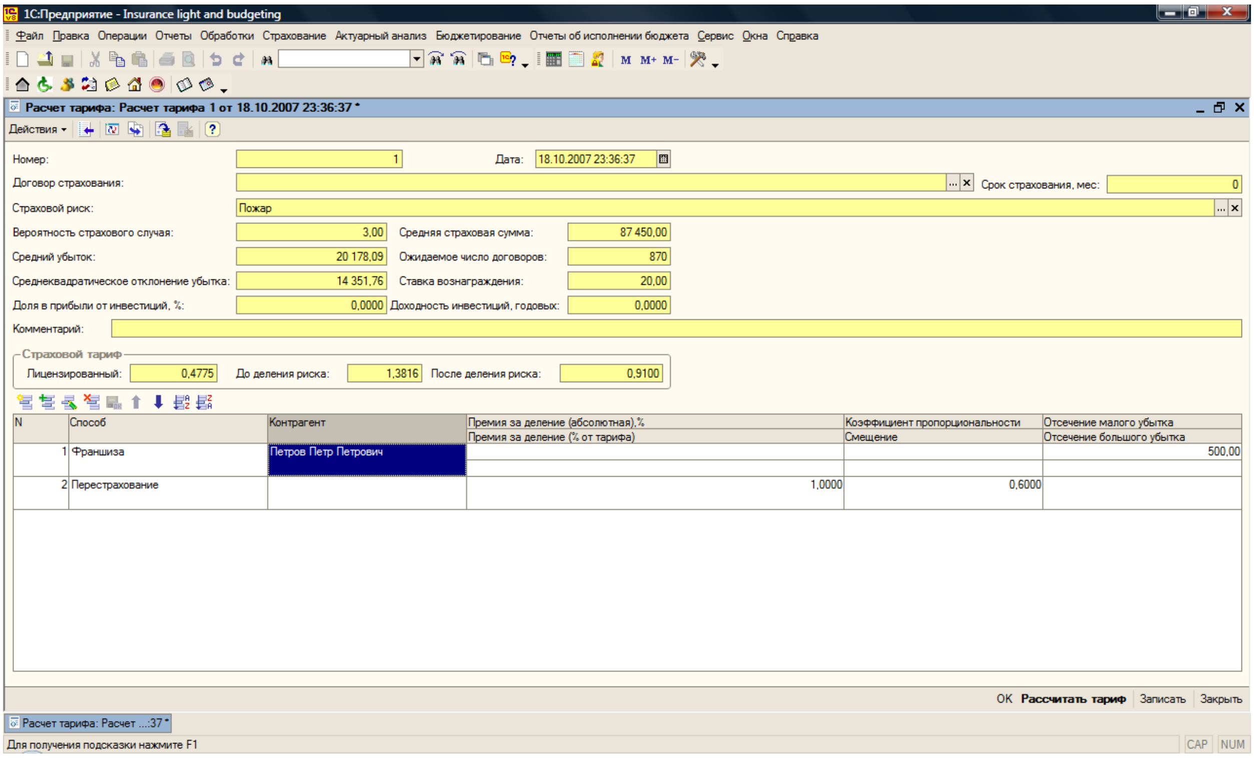

Рис. П8.4. **Вид документа «Расчет страхового тарифа»**

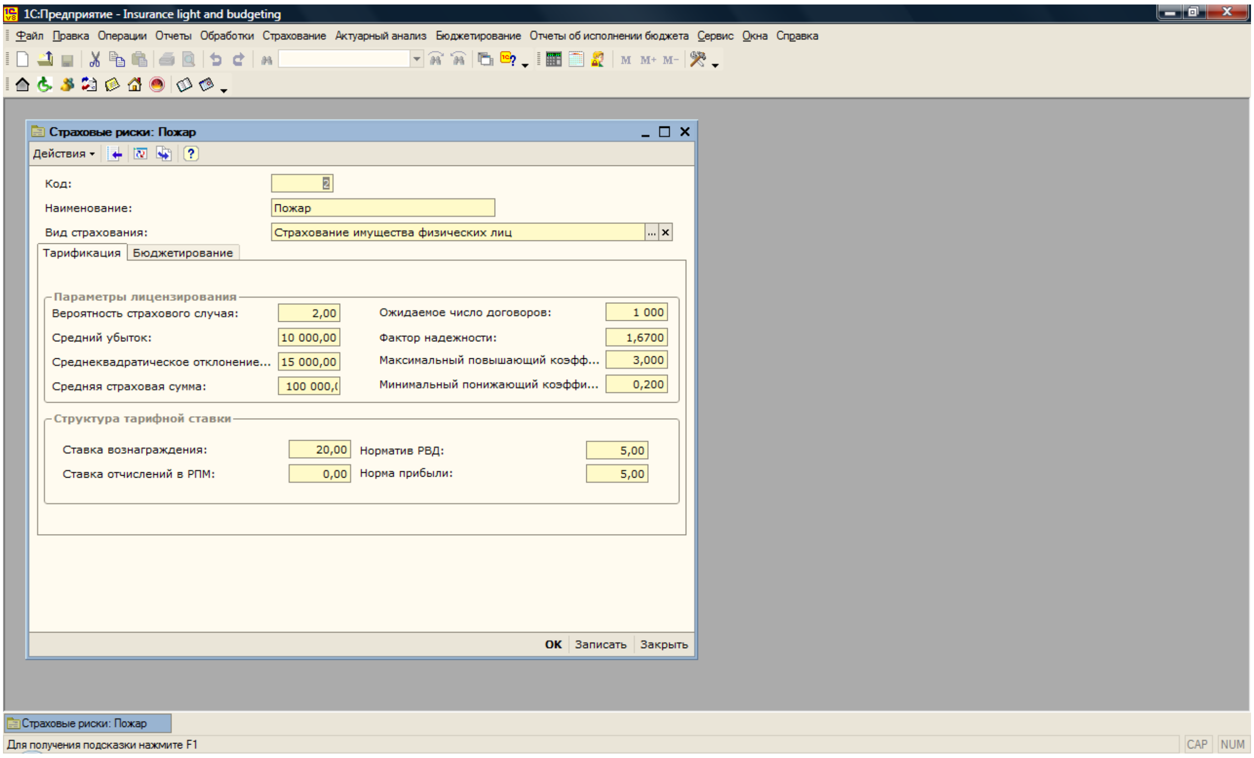

Рис. П8.5. **Элемент справочника «Страховые риски»**

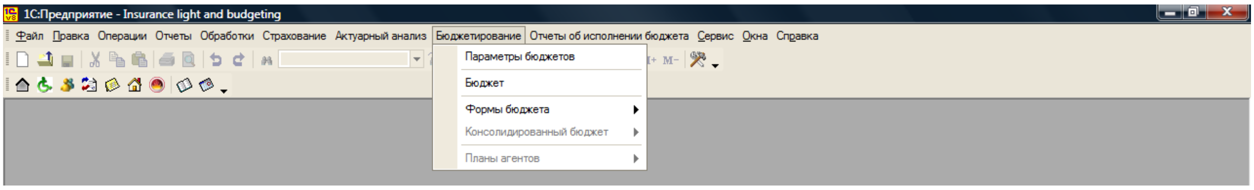

Рис. П8.6. **Элемент главного меню «Бюджетирование»**

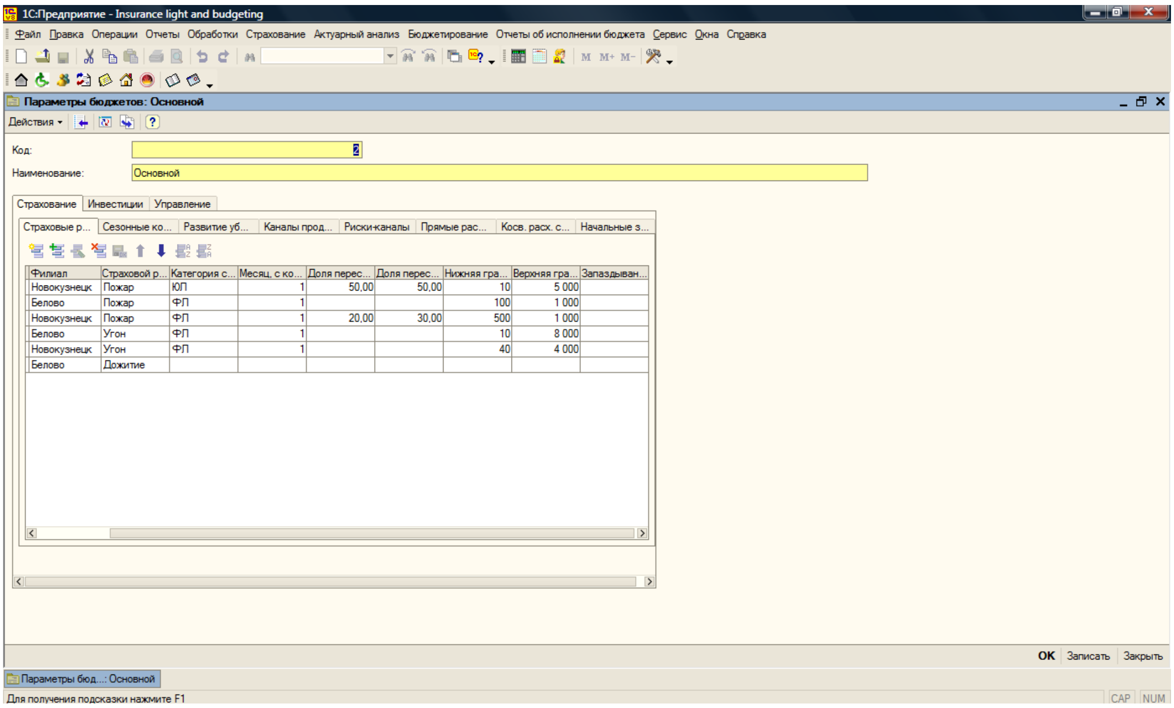

Рис. П8.7. **Элемент справочника «Параметры бюджетов»**

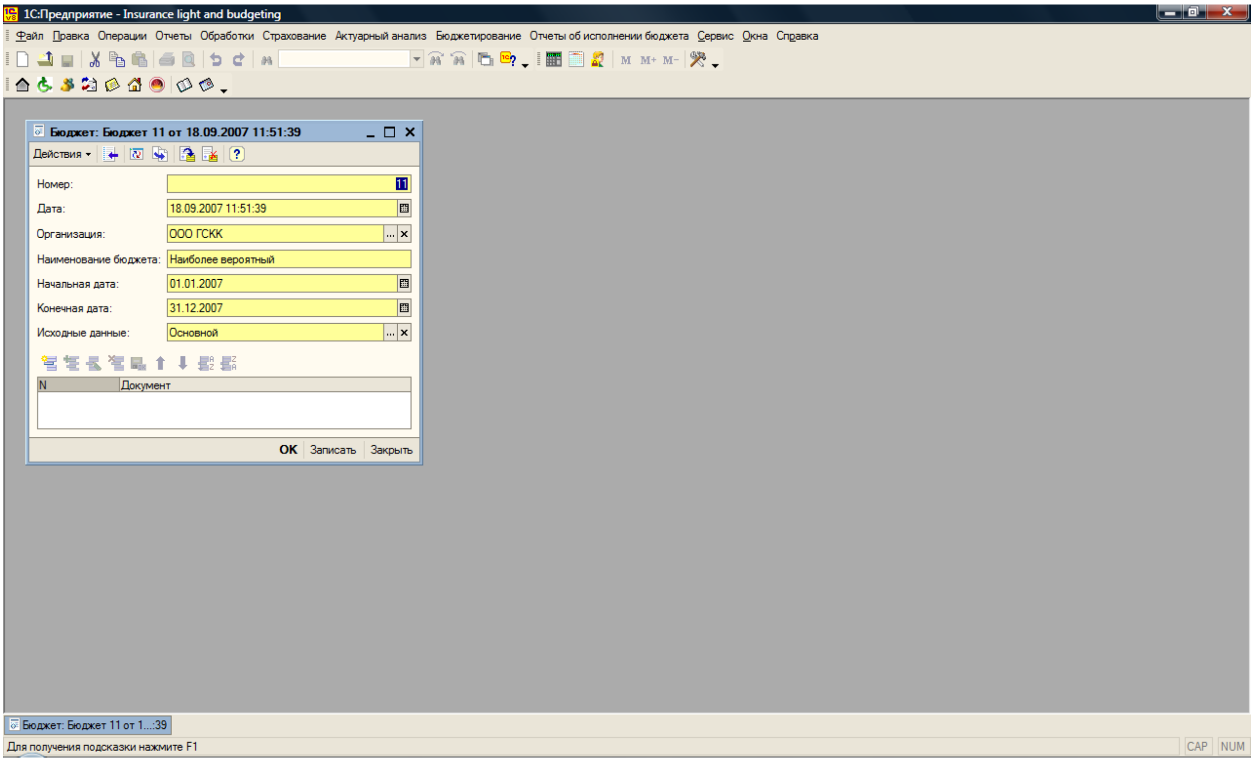

Рис. П8.8. **Документ «Бюджет»**

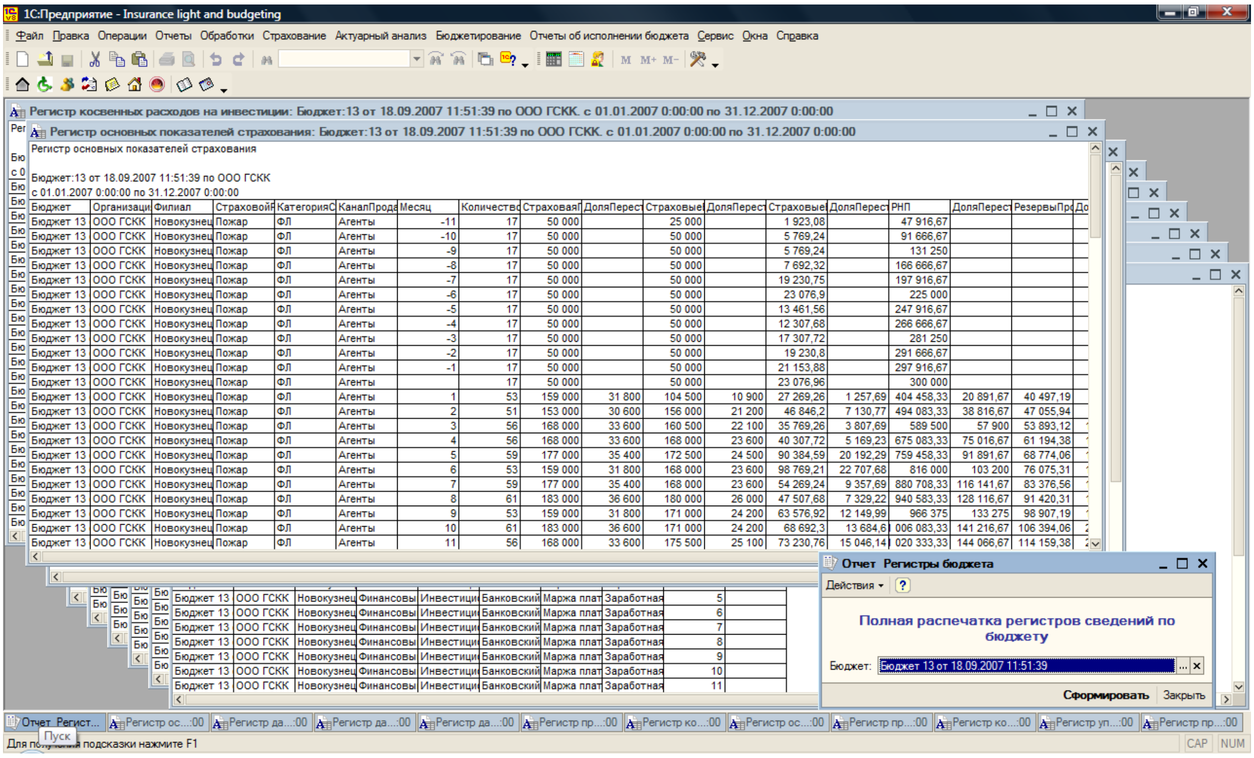

Рис. П8.9. **Регистры бюджета**

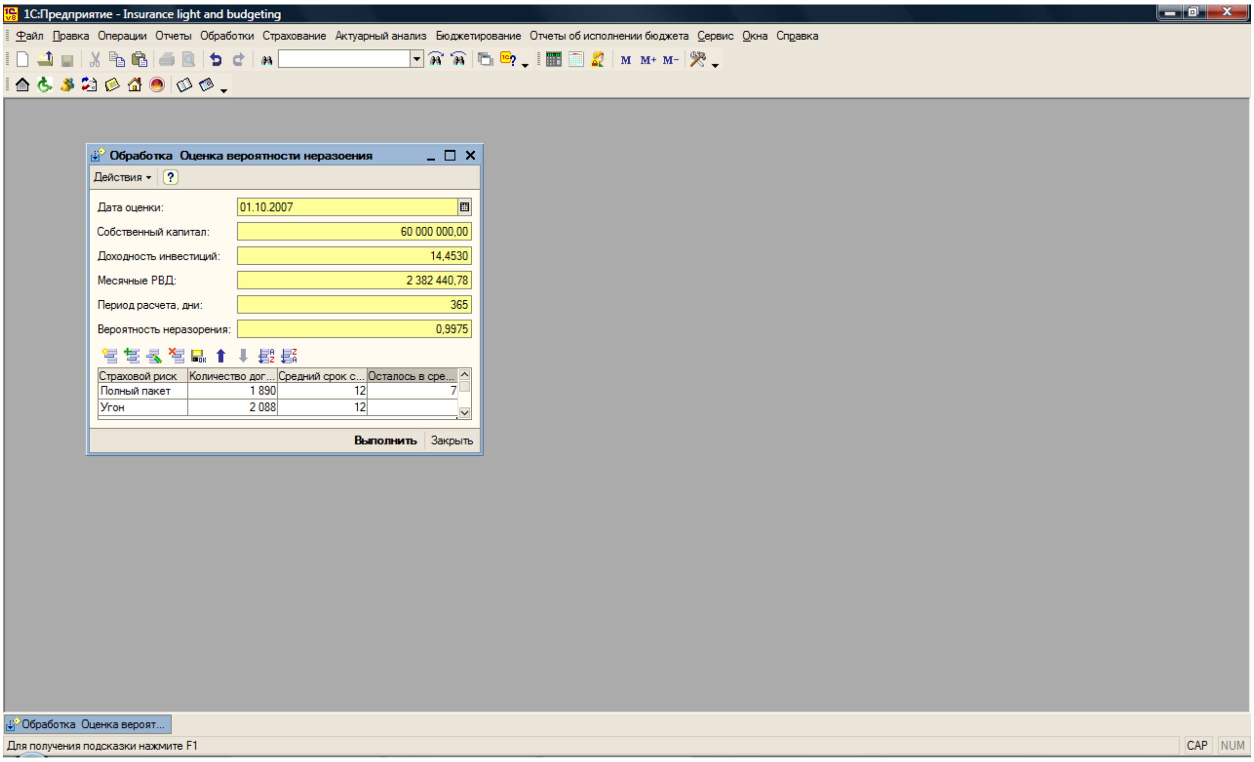

Рис. П8.10. **Обработка «Оценка вероятности неразорения»**

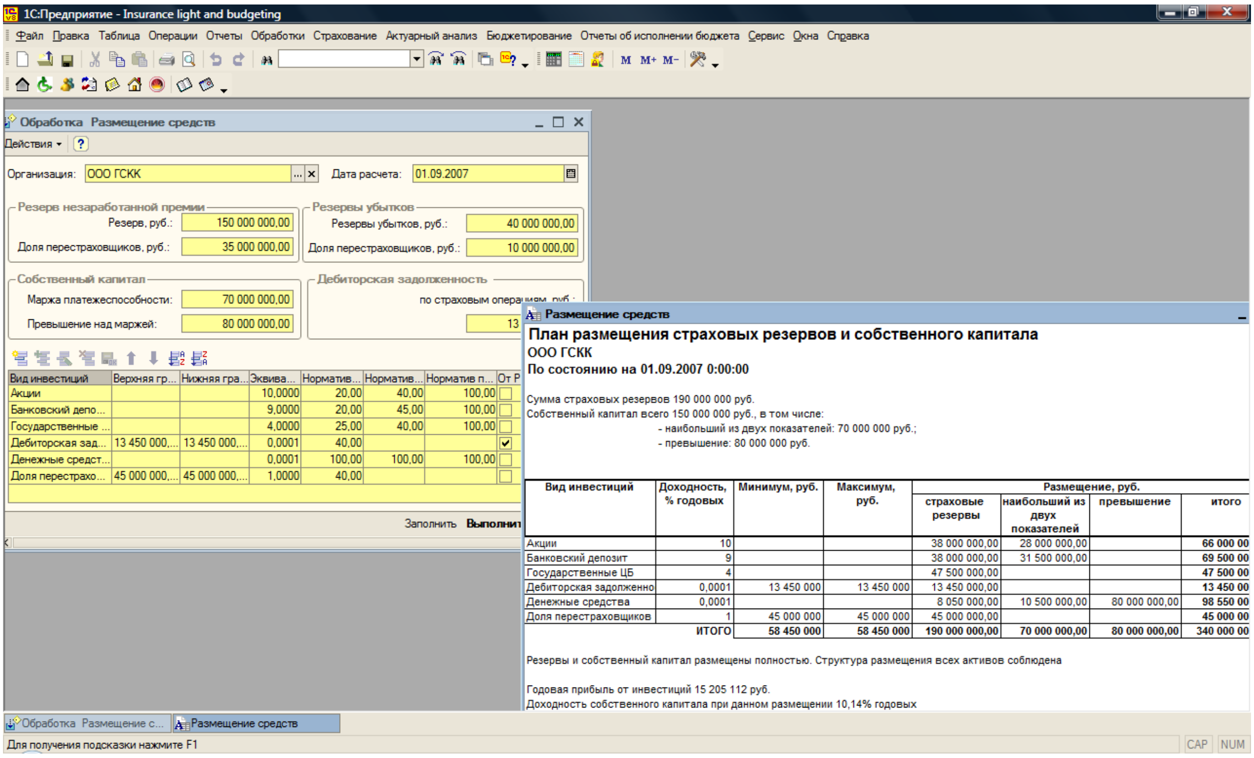

Рис. П8.11. **Обработка для оперативной оптимизации размещения средств страховых резервов и собственного капитала**

Приложение 9

Расчет резерва произошедших, но незаявленных убытков

Отчетная дата: 01.01.2008. Учетная группа: 5. Страхование средств наземного транспорта. Валюта: рубль.

КНУ*	Период оплаты (развития) убытков														ЗПР
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2.04	697341	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	840170	636480
3.04	784509	945192	945192	945192	945192	945192	945192	945192	945192	945192	945192	945192	945192	945192		754573
4.04	1046012	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256	1260256			1551017
1.05	1198556	1444043	1444043	1444043	1444043	1444043	1444043	1444043	1444043	1444043	1444043	1444043				1875460
2.05	871677	1050213	1050213	1050213	1050213	1050213	1050213	1050213	1050213	1050213	1050213					1999967
3.05	980636	1181490	1181490	1181490	1181490	1181490	1181490	1181490	1181490	1181490						1927659
4.05	1307515	1575320	1575320	1575320	1575320	1575320	1575320	1575320	1575320							2362649
1.06	1101083	1805054	1805054	1805054	1805054	1805054	1805054	1805054								2344325
2.06	1023958	1312766	1312766	1312766	1312766	1312766	1312766									2499959
3.06	1358713	1476862	1476862	1476862	1476862	1476862										2409573
4.06	1319330	1969149	1969149	1969149	1969149											2953311
1.07	1583038	2198663	2198663	2198663												3123291
2.07	1391154	1599028	1599028													3452208
3.07	1762928	1798906														3378990
4.07	2038761															4328083
СВУ	18465211	20457112	18658205	17059178	14860514	12891365	11414503	10101736	8296683	6721363	5539874	4489661	3045618	1785362	840170	
СВУП	16426450	18658205	17059178	14860514	12891365	11414503	10101736	8296683	6721363	5539874	4489661	3045618	1785362	840170	0	
КРУ	1,2454	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
ФРУ	1,2454	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
ФЗ	0,8030	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	

* *Обозначения в таблице:* КНУ — квартал наступления убытков; ЗПР — заработанная премия; КОУ — коэффициент оплаченных убытков; ОВПУ — ожидаемая величина произошедших убытков; СВУ — совокупная величина убытков; СВУП — совокупная величина убытков предыдущего периода; КРУ — коэффициент развития убытков; ФРУ — факторы развития убытков; ФЗ — фактор запаздывания.

Ожидаемый коэффициент произошедших убытков — 0,72.

Суммарная величина произошедших, но не оплаченных убытков: 615174 руб. в 4 квартале 2007 г., остальные кварталы — 0.

То же для суммарной величины произошедших, но не заявленных убытков. РПНУ = 633629 руб.

КОУ по кварталам: 1,32; 1,25; 0,81; 0,77; 0,53; 0,61; 0,67; 0,77; 0,53; 0,61; 0,67; 0,70; 0,46; 0,53; 0,59.

ОВПУ по кварталам, руб.: 459151; 544342; 1118889; 1352939; 1442758; 1390595; 1704393; 1691174; 1803447; 1738244; 2130491; 2253113; 2490390; 2437572; 3122238.