

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ *

Для объяснения ряда особенностей динамики неустойчивых возмущений большой интенсивности использована нелинейная модель взаимодействия возмущений в режиме парных комбинационных связей. Модель включает эффекты самовоздействия и парного (комбинационного) взаимодействия волн. Рассмотрены эффекты, возникающие при введении в пограничный слой при $M=2$ контролируемых возмущений достаточно большой интенсивности. Во втором случае (при $M=5,35$) рассматривается взаимовлияние двумерных возмущений разной природы – вихревых и акустических. Показана направленность влияния разных составляющих нелинейного процесса. Установлено, что в рамках рассматриваемой модели второго порядка по нелинейности можно достаточно точно описать особенности продольной динамики плоских волн.

Ключевые слова: до- и сверхзвуковой пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход.

Введение

Представление о начале естественного перехода в пограничных слоях связано с возбуждением и селективным усилением квазигармонического возмущения, развитие которого на исходном участке носит автономный характер и существенно определяет весь процесс.

Наряду с прямыми методами интегрирования уравнений Навье – Стокса развиваются методы теории возмущений, эффективные при исследовании эволюции флуктуаций малой интенсивности. Благодаря им удается построить модель начальной стадии развития неустойчивости течения (приближение слабой нелинейности), существенно упрощающую анализ и позволяющую дифференцировать управляющие процессом механизмы.

Известно, что существует несколько сценариев перехода к турбулентности. При малых уровнях внешних возмущений после

линейного усиления наступает стадия нелинейного взаимодействия волн. Одной из наиболее типичных и часто реализуемых начальных стадий нелинейности является субгармонический трехволновый резонанс, хорошо исследованный для дозвукового пограничного слоя [1; 2]. В основе резонансной модели лежит процесс трехволнового взаимодействия волн в условиях синхронизации их фаз $\theta_j = \theta_k + \theta_l$. Во втором порядке по амплитудам волн находятся возмущения более высокого порядка малости и выводятся амплитудные уравнения для резонансных триад [3].

Показано, что в сверхзвуковом пограничном слое при невысоком уровне контролируемых возмущений также реализуется субгармоническая неустойчивость, описать которую можно в рамках резонансных взаимодействий триплетов волн [4; 5]. При этом в спектре возмущений преобладают трехмерные моды, а заполнение его представляет собой каскадный процесс выделе-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-01-00767).

ния трехмерных субгармоник в параметрической области. Для сверхзвуковых потоков нелинейное развитие волн в пограничных слоях все еще недостаточно исследовано. Имеется ограниченное число теоретических работ, в которых изучался трехволновый резонанс в сверхзвуковом пограничном слое на теплоизолированной поверхности [5–8].

Известно, что в дозвуковом пограничном слое эффективность резонансных взаимодействий с ростом интенсивностей или амплитуд пульсаций ослабевает. Подобная закономерность присуща и сверхзвуковому пограничному слою. Реальные течения практически всегда сопряжены с действием внешних источников флуктуаций, которые не только перераспределяют начальный спектр, но и вызывают осцилляции поля, отличные от собственных колебаний системы. Индуцированные возмущения приводят к изменению законов развития неустойчивости и турбулизации. Важными эффектами могут быть параметрический резонанс возмущений в поле индуцированной волны и нелинейная конкуренция пары конечных флуктуаций.

Присутствие в потоке уже на начальной стадии некоторого спектра достаточно интенсивных волновых возмущений оказывает воздействие на весь процесс перехода. Наряду с резонансным взаимодействием важная роль принадлежит «нерезонансному» механизму конкуренции колебаний, описываемому кубическими по амплитуде членами модельных уравнений [9–11]. В тех случаях, когда выделенные флуктуации не удовлетворяют условиям фазового синхронизма, такой механизм становится доминирующим, по крайней мере на начальном этапе эволюции. Несинхронное взаимодействие изучается во многих разделах физики.

В теории гидродинамической устойчивости основное внимание было уделено самовоздействию квазигармонического возмущения (волны Толлмина – Шлихтинга) и, прежде всего, вопросам существования и характеру вторичных установившихся течений как в пограничных слоях, так и в слое смещения [12].

Хотя эксперименты в дозвуковом пограничном слое [1; 2] показали, что генерация пары интенсивных плоских волн Толлмина – Шлихтинга приводила к процессам, во многом обусловленным их взаимодействием,

большинство выполненных работ ограничено анализом развития уединенной двумерной синусоидальной волны. Данная ситуация соответствует случаю, когда селективно усиленное на линейном участке возмущение существенно превосходит все колебания других типов, взаимодействие с которыми оказывается пренебрежимо малым. В ходе эволюции такая волна искажает осредненное течение и генерирует гармоники, что, в свою очередь, изменяет степень передачи энергии к возмущению и скорость роста по сравнению с линейным. Это результат самовоздействия волны. Линейное нарастание может оказаться компенсированным, а в линейно устойчивой области могут существовать усиливающиеся конечные флуктуации. При выравнивании эффектов колебания стабилизируются, и в ламинарном потоке возникает периодическое вторичное течение с параметрами, соответствующими стационарному решению модельной системы. Те же характеристики могут быть непосредственно определены по характеру ветвления, по теории, развитой для гидродинамических уравнений [12].

В настоящей работе рассмотрены два случая, наблюдаемые в сверхзвуковых пограничных слоях сжимаемого газа, которые не могут быть объяснены в рамках модели трехволновых взаимодействий. Во-первых, теоретически анализируется ситуация, возникающая при введении в пограничный слой на пластине при числе Маха $M = 2$ контролируемых возмущений достаточно большой интенсивности. Авторы [13] назвали эволюцию таких возмущений вниз по потоку «аномальной», так как она значительно отличается от наблюдавшейся ранее эволюции малых колебаний. Установлено, что наиболее неустойчивы квазидвумерные возмущения, а вниз по потоку преимущественно двумерный характер волновых спектров не меняется. Это противоречит экспериментальным работам, в которых изучается динамика возмущений малой конечной интенсивности, и теоретическим расчетам, где показано, что согласно линейной теории инкременты трехмерных волн значительно превосходят инкременты плоских.

Целью данной работы является попытка объяснить перечисленные выше особенности нелинейным взаимовлиянием собственных бегущих возмущений Толлмина –

Шлихтинга без введения в рассмотрение стационарных вихрей, которые пока теоретически не описаны.

Второй интересный случай касается динамики возмущений при высоком сверхзвуковом числе Маха $M = 5,35$. В случае течения сжимаемого газа теоретические исследования осложняются необходимостью учета возмущений температуры и плотности. При высоких числах Маха помимо собственных колебаний – бегущих волн вихревой природы (синонимы: волны Толлмина – Шлихтинга, вязкие волны, возмущения первой моды) – появляются возмущения, связанные с возбуждением акустических мод, из которых в данном диапазоне чисел Маха максимально нарастающей является вторая мода [14]. Все экспериментальные работы показывают, что в спектре естественно возбужденного потока обязательно присутствуют оба типа колебаний, а наблюдаемые инкременты растущих колебаний меньше теоретических. Не исключено, что характер эволюции может зависеть от взаимовлияния возмущений разной природы.

В настоящей работе рассмотрена нелинейная эволюция возмущений большой интенсивности в рамках модели парных или комбинационных (термин еще не установлен) взаимодействий плоских двумерных волн. Условием реализации этого типа взаимодействия является достаточно большое значение амплитуды волны. При этом возможно как самовоздействие волны, так и парное (перекрестное, комбинационное) взаимодействие двух и более волн. Такой нелинейный механизм может быть и альтернативным, и дополнительным к резонансному в процессе перераспределения энергии в амплитудно-частотном спектре возбужденного потока.

Важность изучения таких взаимодействий обусловлена также возможностью реализации их в процессе выделения детерминированной частоты при эволюции пакетов волн различной природы, например бегущих и стационарных вихревых, что может оказать воздействие на весь процесс возбуждения волн с частотами, которые могут не быть кратными и не удовлетворять условиям фазового синхронизма.

В настоящей работе в рамках слабонелинейной теории устойчивости изучены особенности реализации комбинационного механизма взаимодействия двух плоских волн

[9–11]. Попытка использования данной модели для сверхзвукового пограничного слоя была предпринята ранее в [11]. Она показала, что механизм может быть применен для объяснения ряда особенностей эволюции, но из-за небольшого объема работы туда не вошли некоторые важные детали, да и автор был достаточно робок, назначая при расчете амплитуды, заведомо меньшие экспериментально реализуемых.

Обозначим через ε масштаб пульсационного поля. Тогда рассматриваемый механизм можно описать по следующей схеме. Самовоздействие волны порядка ε^2 приводит к генерации нулевых вторичных гармоник, вызывающих искажение среднего поля потока, и индуцированию обертонов с удвоенной фазой. При парном (комбинационном) взаимодействии двух волн могут образовываться суммарные и разностные вторичные гармоники. В третьем порядке по ε взаимодействие вторичных волн с исходными возмущениями определяет нелинейную эволюцию амплитуд первичных колебаний. Терминологически в работе рассмотрены эффекты самовоздействия, парного (комбинационного) взаимодействия, а также их суммарного действия, называемого далее полным взаимодействием.

Описанная эволюция изучается на основе интегрирования амплитудных уравнений, в основе которых лежит известное уравнение Ландау [9–12]. Таким образом, механизм парного взаимодействия $O(\varepsilon^3)$ имеет более высокий порядок нелинейности по сравнению с резонансным механизмом $O(\varepsilon^2)$. Рассмотрим все составляющие такого взаимодействия.

Основные формулы и методы решения

Исходные положения нелинейной модели для сжимаемых пограничных слоев подробно изложены в [5–8]. Следуя [5], рассмотрим возмущенное поле скоростей u , v , плотности ρ_0 , давления p_0 и температуры T_0 сжимаемого газа:

$$\begin{aligned} u &= U(Y) + \varepsilon u', \\ v &= \varepsilon v', \\ \rho &= \rho_0(Y) + \varepsilon \rho', \\ p_0 &= P + \varepsilon p', \\ T_0 &= T(Y) + \varepsilon \Theta', \\ p'/P &= \rho'/\rho_0 + \Theta'/T \end{aligned} \quad (1)$$

в безразмерной системе координат $X = x/\delta$, $Y = y/\delta$, $\delta = \sqrt{\{\mu_e x / (U_e \rho_{0e})\}}$, где δ – толщина пограничного слоя; μ – динамическая вязкость; индекс e соответствует параметрам на внешней границе $y \gg \delta$; величины со штрихами и без штрихов – пульсационные и средние компоненты соответствующих величин; масштабный параметр $\varepsilon \ll 1$. Обезразмеривание проведено параметрами потока на внешней границе. Введем число Рейнольдса, полученное по этим параметрам: $Re = \sqrt{\{\chi \rho_{0e} U_e / \mu_e\}}$. Следует отметить, что безразмерные значения продольной координаты X совпадают со значением Re . Стационарные невозмущенные профили U , ρ_0 , T находятся по методике [14], причем $T = 1/\rho_0$.

Решение строится методом разложения по малому параметру ε и двухмасштабному разложению координаты x . Помимо «быстрого» масштаба X вводится «медленный» масштаб $\xi = \varepsilon X$, характеризующий разность скоростей изменения фазы и амплитуды возмущений. Необходимость введения «медленного» масштаба обусловлена большим различием указанных скоростей ($\partial / \partial x = \partial / \partial X + \varepsilon \partial / \partial \xi$). Будем искать решения для волн следующего вида:

$$u_j' = A_j(\xi) u_j(Y) \exp(i\theta_j) + A_{-j}(\xi) u_{-j}(Y) \exp(-i\theta_j), \quad (2)$$

$$j = 1, 2,$$

где u_j' – продольная компонента скорости; A_j – медленно меняющаяся по продольной координате амплитуда; $u(Y)$ – собственная амплитудная функция; второе слагаемое – комплексно-сопряженная величина; фаза $\theta = \alpha X - \omega t$; $\alpha = \alpha' + i\alpha^i$; α' – волновое число; α^i – инкремент; $\omega = 2\pi f$. Индексы $j = 1, 2$ соответствуют возмущениям с разными частотами.

Введем исходные переменные, относительно которых будем искать решения, в виде вектора $z^k = |u, u_Y, v, p, \Theta, \Theta_Y|$, $u_Y = du/dY$, $\Theta_Y = d\Theta/dY$, $k = 1, 2, \dots, 6$.

Подставляя (1), (2) в полную систему уравнений движения и сохранения для сжимаемого газа [5], в рамках слабонелинейной теории получим исходную систему для возмущений (индекс j опущен):

$$L^k(\exp(i\theta)z^k) = F^k, \quad (3)$$

где

$$L^1(\exp(i\theta)z^1) \equiv [z^2 - z^1_Y] \exp(i\theta) = 0,$$

$$L^2(\exp(i\theta)z^2) \equiv$$

$$\equiv [\rho_0((-i\omega + i\alpha U)z^1 + U_Y z^3) + i\alpha z^4 - (\mu / Re)z^2_Y] \exp(i\theta) = 0,$$

$$L^3(\exp(i\theta)z^3) \equiv$$

$$\equiv [\rho_0((-i\omega + i\alpha U)z^3 + z^4_Y) \exp(i\theta) = 0,$$

$$L^4(\exp(i\theta)z^4) \equiv$$

$$\equiv [((-i\omega + i\alpha U)\rho + \rho_{0Y}z^3) + \rho_0(i\alpha z^1 + z^3_Y)] \exp(i\theta) = 0,$$

$$L^5(\exp(i\theta)z^5) \equiv [z^6 - z^5_Y] \exp(i\theta) = 0,$$

$$L^6(\exp(i\theta)z^6) \equiv$$

$$\equiv [\rho_0((-i\omega + i\alpha U)z^5 + \Gamma_Y z^3) + (\gamma - 1)(i\alpha z^1 + z^3_Y) - \mu\gamma(\sigma Re)z^6_Y] \times$$

$$\times \exp(i\theta) = 0,$$

$$\rho = \rho_0(z^4/P - z^5/T).$$

(4)

Уравнения (4) – линеаризованная система Дана – Линя [14] для двумерных возмущений. Здесь $\gamma = C_p/C_v$ – показатель адиабаты; $\sigma = C_p\mu/K$ – число Прандтля; K – коэффициент теплопроводности. Числа Маха и Прандтля вычисляются по параметрам потока вне пограничного слоя, нелинейные члены в (3) записываются в следующем виде:

$$F^1 = 0,$$

$$F^2 = \rho_0(u'u'_X + v'u'_Y) + \rho(u'_t + Uu'_X + U_Y v'),$$

$$F^3 = \rho_0(u'v'_X + v'v'_Y) + \rho(v'_t + Uv'_X),$$

$$F^4 = \rho(u'_X + v'_Y) + u'_p_X + v'_p_Y,$$

$$F^5 = 0,$$

$$F^6 = \rho(\Theta_t + U\Theta_X + T_Y v') + \rho_0(u'\Theta_X + v'\Theta_Y) + 2\gamma(\gamma - 1)M^2 p'(u'_X + v'_Y).$$

Нелинейные эффекты определяют квадратичные по амплитуде слагаемые в нелинейных членах.

Краевые условия для возмущений имеют вид

$$z^1 = z^3 = z^5 = 0, Y = 0, Y = \infty. \quad (5)$$

Системы (3), (4) решаются методом ортогонализации [14]. В первом порядке по ε однородная система (4) является основной для нахождения собственных значений α при заданных значениях частоты ω и числа Рейнольдса Re , а также для построения амплитудных функций линейных волн вида (2) с неопределенным амплитудным параметром A при нормировке $|z^3|_{\max} = 1$. В слабонелинейной теории указанные параметры линейных волн считаются искомыми, нелинейность оказывает влияние только на амплитуду A .

Во втором порядке по ε система неоднородных дифференциальных уравнений (3) используется для построения вторичных гармоник. Исследуем характеристики вторичных волн.

При самовоздействии исходных волн вида (2) в нелинейных членах $F^k(u'_j, u'_j)$ появляются слагаемые типа $A_j A_{-j} u_j u_{-j} \exp(i\theta_j + i\theta_{-j})$ и $A_j A_j u_j u_j \exp(i\theta_j + i\theta_j)$. Первые из них учиты-

вают порождение гармоник с нулевыми фазами $\theta_{j,-j} = 0$. Назовем их вторичными нулевыми гармониками, и обозначим амплитудные функции через $z_{j,-j}^k$. Заведомо стационарные вторичные нулевые гармоники, налагаясь на средние характеристики пограничных слоев U и T , вносят вклад в их искажение.

Из-за силового поля, создаваемого вторыми слагаемыми в F^k , генерируются гармоники с удвоенными фазами $\theta_{jj} = 2\theta_j$. Назовем их обертонами, и обозначим амплитудные функции через z_{jj}^k . Таким образом, в режиме самовоздействия две первичные волны порядка $O(\epsilon)$ порождают четыре вторичные волны, имеющие порядок $O(\epsilon^2)$.

При парном взаимодействии двух исходных волн u'_1 и u'_2 возникают вторичная суммарная волна с амплитудной функцией $z_{1,2}^k$ и суммарной фазой $\theta_{1,2} = \theta_1 + \theta_2$, а также вторичная разностная волна с амплитудной функцией $z_{1,-2}^k$ и фазой $\theta_{1,-2} = \theta_1 + \theta_{-2}$. Эти вторичные гармоники также имеют порядок $O(\epsilon^2)$. Таким образом, для двух волн необходимо рассмотреть шесть вторичных гармоник.

Общее решение для вторичных волн находится по общей схеме $z^k = C z_{\text{од}}^k + z_{\text{н}}^k$, где $z_{\text{од}}^k$ – решения однородной системы (4); $z_{\text{н}}^k$ – частные решения неоднородной системы (3). Естественно предположить, что и собственные функции вторичных волн удовлетворяют крайевым условиям (5). Систему амплитудных уравнений при таком типе нелинейной связи можно получить, используя стандартную процедуру осреднения и условия разрешимости [9; 12]:

$$\begin{aligned} dA_1/d\xi &= \{-\alpha_1^i + [E_{1,1,-1}|A_1|^2 + E_{1,2,-2}|A_2|^2]Z_1^{-1}\}A_1, \\ dA_2/d\xi &= \{-\alpha_2^i + [E_{2,2,-2}|A_2|^2 + E_{2,1,-1}|A_1|^2]Z_2^{-1}\}A_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $Z_j = \{\Sigma(z_j^k) + \partial L^k(z_j^k)/\partial \alpha_j\}$; индексом «+» отмечены решения сопряженной к (4) системы. Коэффициенты E характеризуют нелинейную связь первичных волн и вторичных гармоник:

$$\begin{aligned} E_{1,1,-1} &= \int_Y \{\Sigma(z_j^k) + [F^k(z_{1,1}^k, z_{1,-1}^k) + F^k(z_{-1}^k, z_{1,1}^k)] / \\ & \quad / [\partial L^k(z_{1,1}^k) / \partial \omega_1]\} dY, \\ E_{1,2,-2} &= \int_Y \{\Sigma(z_j^k) + [F^k(z_{1,2}^k, z_{2,-2}^k) + F^k(z_{-2}^k, z_{1,2}^k) + F^k(z_{2,2}^k, z_{1,-2}^k)] / \\ & \quad / [\partial L^k(z_{1,1}^k) / \partial \omega_1]\} dY, \end{aligned}$$

Член $E_{1,1,-1}$ учитывает самовоздействие волны: влияние искажения среднего поля $z_{1,-1}^k$ и обертона $z_{1,1}^k$ на амплитуду первой волны. Второй член $E_{1,2,-2}$ учитывает дополнительное влияние искажения среднего поля, создаваемого второй волной, а также вторичных суммарной и разностной волн на амплитуду A_1 первой волны. Такую же структуру имеет амплитудное уравнение для второй волны.

Запишем комплексные амплитуды A_j в тригонометрическом виде $A_j = a_j \exp(i\psi_j)$, $a = |A|$, $\psi = \arg A$ и будем решать (6) относительно a и ψ . Начальные значения $a_j(\xi_0)$ для уравнений (6) задавались через начальные интенсивности волн I_j . При этом $\xi_0 = X_0$, а X_0 определяется начальным значением Re_0 .

Связь между амплитудами колебаний и интенсивностью выражается через максимальное по поперечной координате Y расчетное значение пульсаций массовой скорости $m' = \rho_0 u + \rho U$ какой-либо рассмотренной волны ($j = 1$):

$$I_j(\xi_0) = a_j(\xi_0) m'_{1\text{max}} \exp(-\alpha_j^i \xi_0),$$

начальные фазы выбраны произвольными ($\psi_j(\xi_0) = 0$).

Результаты и обсуждение

Режим умеренных сверхзвуковых чисел Маха $M = 2$. В экспериментах [13] рассматривались возмущения на кратных частотах, соответствующих безразмерным частотным параметрам $F_1 = ,19 \cdot 10^{-4}$ (частота субгармоники) и $F_2 = ,38 \cdot 10^{-4}$ (частота гармоники); измерения проводились в диапазоне $\text{Re}_0 < \text{Re} < 846$, $\text{Re}_0 = 624$. В опытах температура торможения была постоянной и составляла 310 К, $\gamma = 1,4$, $\sigma = 0,72$. Для тех же параметров проведены расчеты.

Начальное положение субгармоники на F_1 – область вблизи нижней ветви нейтральной кривой, линейный инкремент увеличивается с увеличением значений Re , не достигая максимума в конечном сечении измерений. При $\text{Re} = \text{Re}_0$ вторая волна на F_2 находится вблизи максимума линейного инкремента, который уменьшается вниз по течению. На рис. 1 показаны инкременты $-\alpha^i$ линейных волн рассмотренных частот.

Среди вторичных гармоник наибольший интерес представляют нулевые ($u_{1,-1}$ и $u_{2,-2}$) и ($\Theta_{1,-1}$ и $\Theta_{2,-2}$), определяющие деформацию эпюр осредненной продольной скорости U и средней температуры T . На рис. 2 показаны

их поперечные распределения (кривые 1, 2) при $Re = Re_0$, а также средние невозмущенные профили U и T (штриховые линия). Полная деформация средних значений записывается как $\Delta U = a_1^2 u_{1,-1} + a_2^2 u_{2,-2}$ и $\Delta T = a_1^2 \Theta_{1,-1} + a_2^2 \Theta_{2,-2}$, она определяется квадратами амплитуд исходных волн. Таким образом, учет нелинейности обуславливает большую заполненность профиля U в пристенной области и появление дефекта скорости вблизи внешней границы, что приводит к увеличению толщины пограничного слоя. Этот результат хорошо согласуется с экспериментальными данными, а по виду совпадает с тенденцией, присущей турбулентным распределениям. Необходимо напомнить, что для теплоизолированной пластины при $M = 2$ на стенке безразмерное $T_w(0) = 1,687$.

Влияние нелинейных процессов на амплитуды первичных волн можно проанализировать, рассматривая нелинейные коэффициенты. Из (6) следует, что амплитуды a_j определяются вещественными значениями

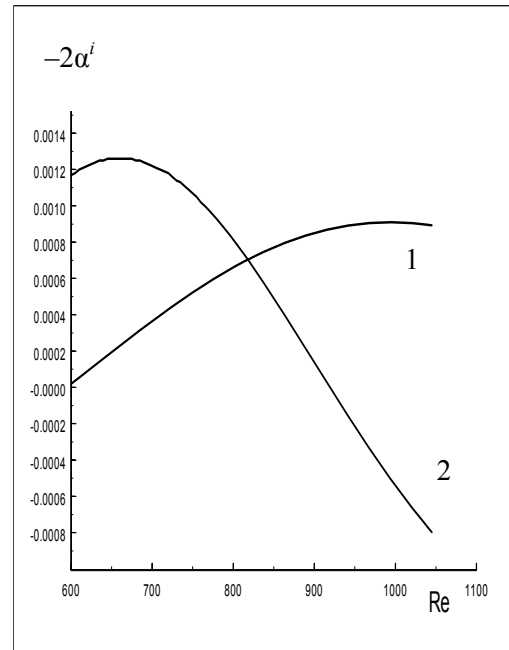


Рис. 1. Инкременты линейных волн при $M = 2$ с частотами F_1 и F_2 (линии 1, 2)

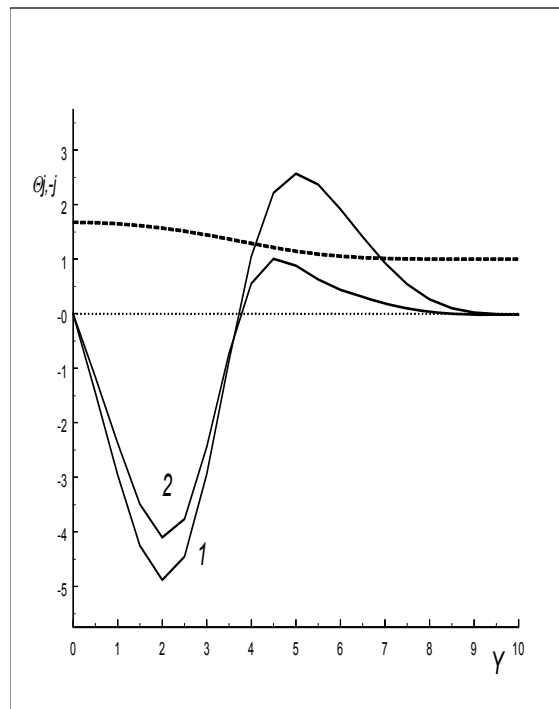
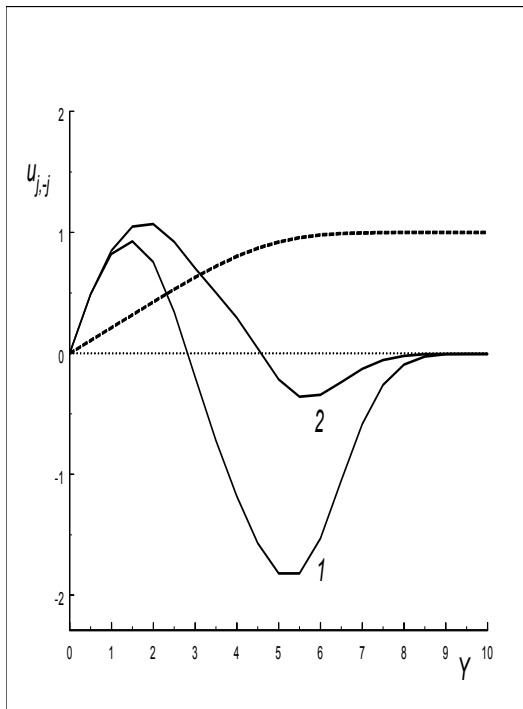


Рис. 2. Амплитудные функции вторичных нулевых гармоник при $Re = Re_0$:
 $a - u_{1,-1}$ (линия 1); $u_{2,-2}$ (линия 2); штриховая линия – средний невозмущенный профиль продольной скорости U ;
 $b - \Theta_{1,-1}$ (линия 1) $\Theta_{2,-2}$ (линия 2), штриховая линия – средний невозмущенный профиль температуры T

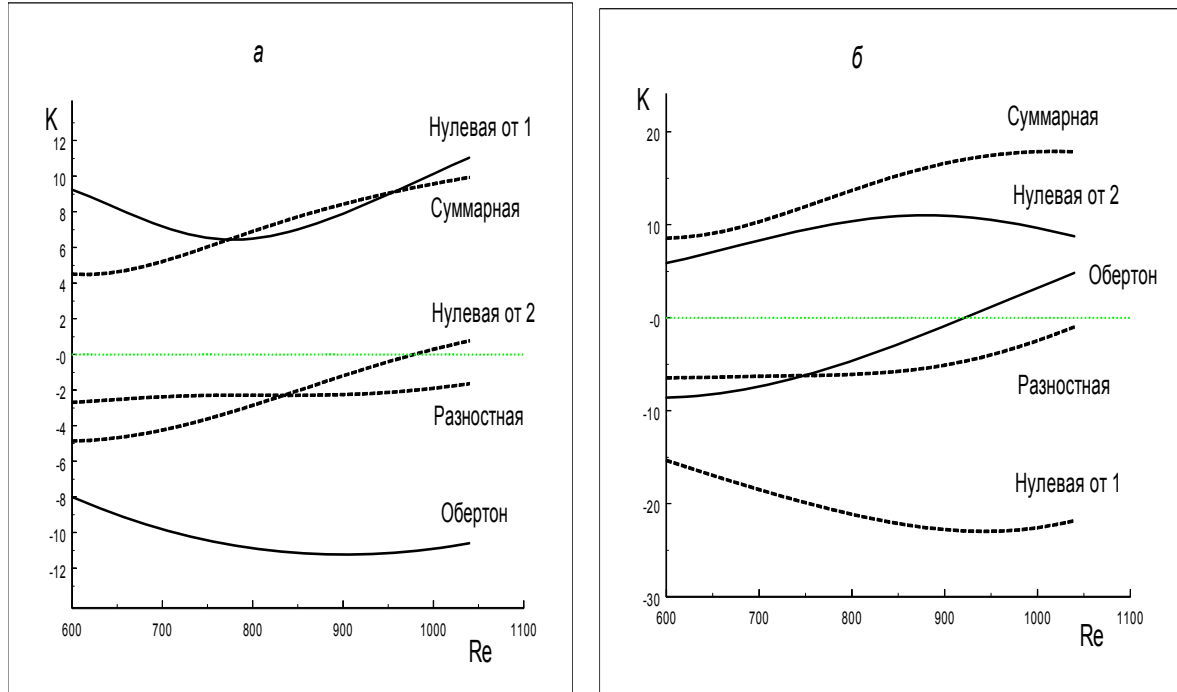


Рис. 3. Зависимость нелинейных коэффициентов $K(Re)$ для первичных волн с частотами F_1 (а) и F_2 (б). Сплошные кривые – режим самовоздействия; штриховые – комбинационное взаимодействие

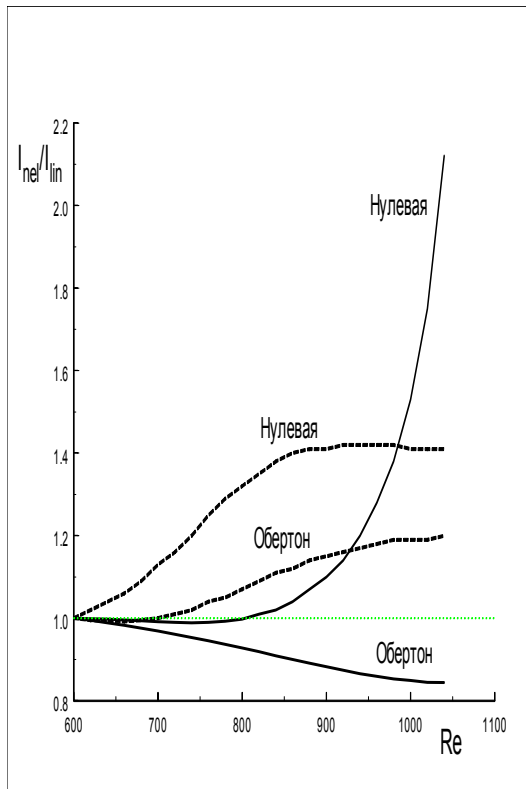


Рис. 4. Соотношение нелинейных и линейных амплитуд a_{nel}/a_{lin} в режиме самовоздействия, влияние нулевых вторичных гармоник и обертонов. Волна на F_1 (сплошные) и на F_2 (штриховые линии)

коэффициентов $K = \text{Real}(E_{j-jj})$. Последовательно рассмотрим K для разных частот. На рис. 3. коэффициенты, учитывающие самовоздействие, показаны сплошными кривыми, а парное (комбинационное) взаимодействие – штриховыми. Положительные значения нелинейных членов вызывают дополнительное (по сравнению с линейным значением $a(\xi_0)\exp(-\alpha^i X)$) увеличение амплитуд, а отрицательные приводят к их уменьшению.

Из рис. 3, а следует, что в режиме самовоздействия субгармоники на F_1 нулевые вторичные гармоники (искажения средних полей) приведут к росту амплитуды a_1 , а генерация обертона – к ее стабилизации (уменьшению). Наличие в спектре второй волны дает вклад в амплитуду a_1 только в виде суммарной вторичной компоненты, которая приведет к росту a_1 , две другие вторичные компоненты слабо будут влиять на эту амплитуду, хотя их общий стабилизирующий эффект сравним с действием суммарной гармоники.

Для второй волны на F_2 наиболее представительно в режиме самовоздействия влияние нулевой гармоники, а в режиме парных связей – наличие суммарной компо-

ненты, которые дестабилизируют амплитуду этой первичной волны a_2 . Напротив, на динамику этой волны очень влияет нулевая гармоника от первой волны на F_1 , которая стабилизирует и уменьшает линейный рост a_2 . Влияние обертона и разностной компоненты достаточно слабое, но это малое влияние может усиливаться при рассмотрении полного взаимовлияния. Таким образом, влияние нелинейности в рассматриваемом процессе неоднозначно, оно в целом зависит от значений исследуемых амплитуд.

В рамках исследуемой модели рассмотрим на рис. 4 влияние на динамику амплитуд нелинейности в режиме самовоздействия. В качестве представительной выбрана величина I_{nel}/I_{lin} , показывающая соотношение нелинейных и линейных значений интенсивностей (или амплитуд). В расчетах начальные значения a_1, a_2 соответствовали интенсивностям волн в 5% от средних величин. Совершенно отчетливо видно, что большинство составляющих приводят к усиленному росту амплитуд, и только порождение обертона первой волной будет стабилизировать a_1 по сравнению с динамикой по линейным инкрементам.

Рис. 5 иллюстрирует направленность влияния во всех рассмотренных режимах динамики амплитуд на двух частотах. Для первой волны на F_1 указанное выше порождение обертона приводит к тому, что самовоздействие на большей части рассмотренного интервала чисел Re действует стабилизирующе, погашая влияние нулевой гармоники, которая преодолевает эту стабилизацию при больших Re . Влияние второй волны в режиме парного (комбинационного) взаимодействия всегда вызывает повышенный рост амплитуды первой волны, из-за чего и полное взаимовлияние приводит к дестабилизации a_1 .

Для второй волны напротив, само- и парное взаимодействие противоположны рассмотренным выше, но в целом полное взаимодействие также дестабилизирует амплитуду a_2 . Рассматривая рисунки нетрудно установить, что интенсивность нелинейного процесса для второй волны значительно выше, из-за чего можно сделать ложный вывод, что это приведет к большему росту амплитуды a_2 . То, что это не так, ясно видно из рис. 6, где представлены нелинейные и линейные значения соответствующих амплитуд волн. Повышенный вклад нелиней-

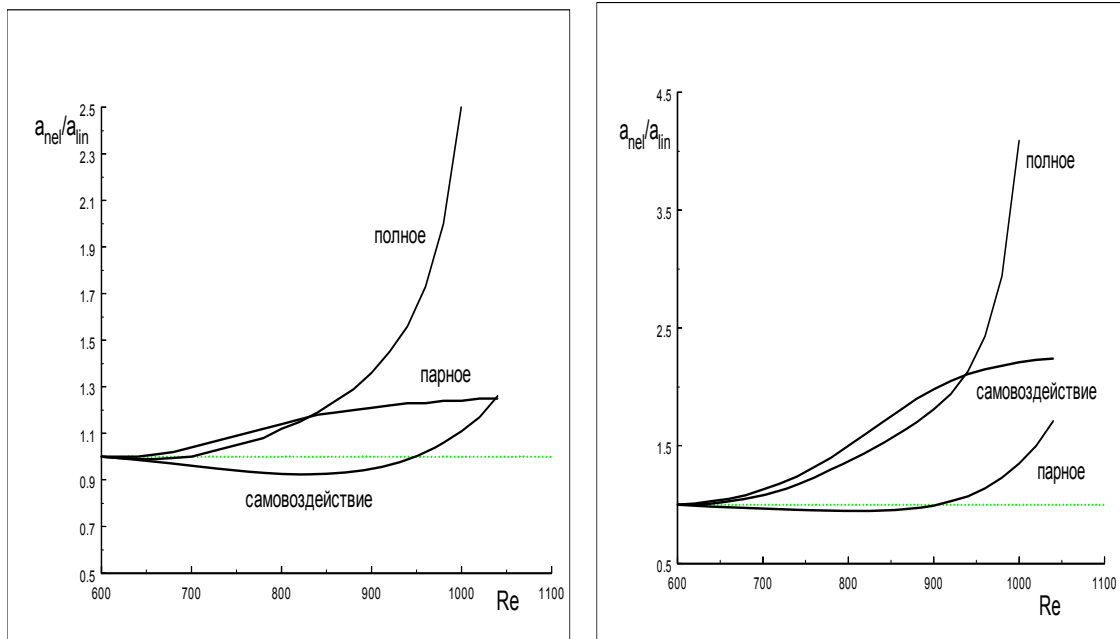


Рис. 5. Соотношение нелинейных и линейных амплитуд a_{nel}/a_{lin} в режиме самовоздействия, для парных комбинационных связей и полного взаимодействия: a – волна на F_1 ; b – волна на F_2

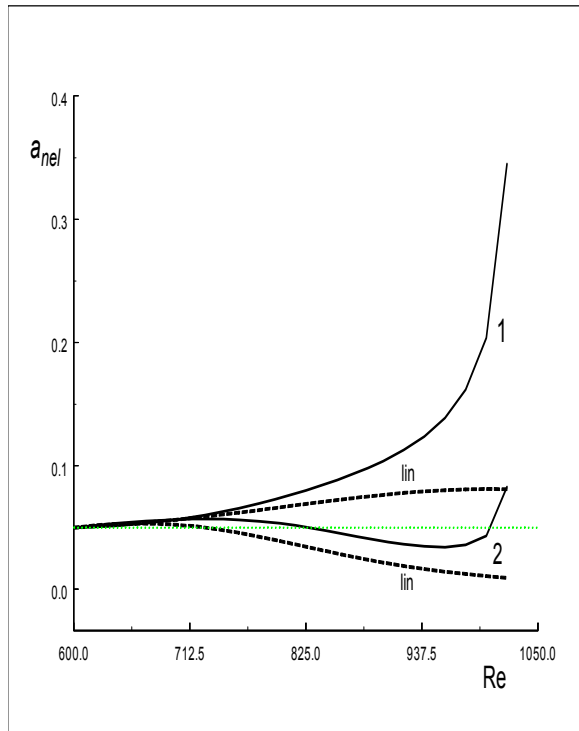


Рис. 6. Динамика нелинейных амплитуд (сплошные кривые) и сравнение их с линейными значениями (штриховые линии) для частот F_1 (1) и F_2 (2). Начальные интенсивности – 5 %

ности для a_2 полностью компенсируется понижением ее линейного уровня на рассмотренном интервале чисел Re , так что в целом по сравнению с начальным уровнем рост a_2 невелик. Напротив, очень значительно увеличивается амплитуда a_1 , начальные интенсивности 5 % превращаются в 40 %. Таким образом, кажется, что рассматриваемая модель может описать особенности взаимодействия, наблюдаемые экспериментально.

Очень важен вопрос об уровне амплитуд взаимодействующих волн, при которых начинает действовать рассматриваемая модель, т. е. о рамках пригодности модели второго порядка по нелинейности. На рис. 7 представлены результаты расчета. Методика исследования была следующей. Выбиралась начальная интенсивность первой волны на F_1 , на рис. 7, а, б она была 5 %. Начальная интенсивность второй волны на F_2 менялась от 0 (это соответствует режиму самовоздействия для первой волны) до 5 % с шагом 1 %. На рис. 7, а видно, что при $I_2(Re_0) = 1$ % режим полного взаимодействия полностью совпадает с режимом самовоздействия. Также мало влияют на нелинейный ход

процесса начальные интенсивности $I_2(Re_0) = 2$ и 3 % и только для достаточно больших амплитуд второй волны в 4 и 5 % наблюдается значительное увеличение взаимодействия. На рис. 7, б можно видеть обратное влияние интенсивности $I_1(Re_0) = 5$ % на ход нелинейного взаимодействия второй волны разной начальной интенсивности $I_2(Re_0) = 1-5$ %.

На рис. 7 в, г показано обратное моделирование – начальная интенсивность первой волны на F_1 менялась от 0 (режим самовоздействия для второй волны) до тех же 5 %. Из рисунков видно, на большей части интервала чисел Re нелинейное взаимодействие довольно слабое, усиливающееся в конце рассмотренных Re , а при $I_2(Re_0) = 1; 2; 3$ % режим полного взаимодействия близок к режиму самовоздействия. Таким образом, можно констатировать, что для вихревых волн при умеренном числе Маха ($M = 2$) волны оказывают влияние друг на друга и это влияние двустороннее.

Режим высоких сверхзвуковых чисел Маха $M = 5,35$. При высоких сверхзвуковых (гиперзвуковых) режимах в пограничных слоях спектр возмущений обогащается, и в потоке могут существовать по крайней мере два типа растущих колебаний – это вихревые волны, аналогичные разобранным выше для $M = 2$, и инерционные (акустические) возмущения, из которых при данном числе Маха наиболее растущей является вторая (II) мода. Эти возмущения имеют более высокие степени продольного нарастания по сравнению с вихревыми (первой модой I), но реализуются в относительно узкой полосе на высоких частотах. У них наиболее растущими являются плоские двумерные волны, фазовые скорости c которых больше, чем у вихревых волн ($c_{II} \sim ,92$ против $c_I \sim ,8$). Максимум пульсаций полного давления их располагается близ внешней границы, а сами волны более медленно затухают во внешнем поле потока.

Несомненно, интересным и важным является вопрос о возможном взаимовлиянии и взаимодействии возмущений разной природы. В рамках изучаемой модели рассмотрены монохроматические двумерные волны на кратных частотах: вихревая – на $F_I = ,6 \cdot 10^{-4}$, а акустическая – на $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$. Выбор кратных частот обусловлен тем, что далее предполагается детально рассмотреть компоненты напряжений Рейнольдса,

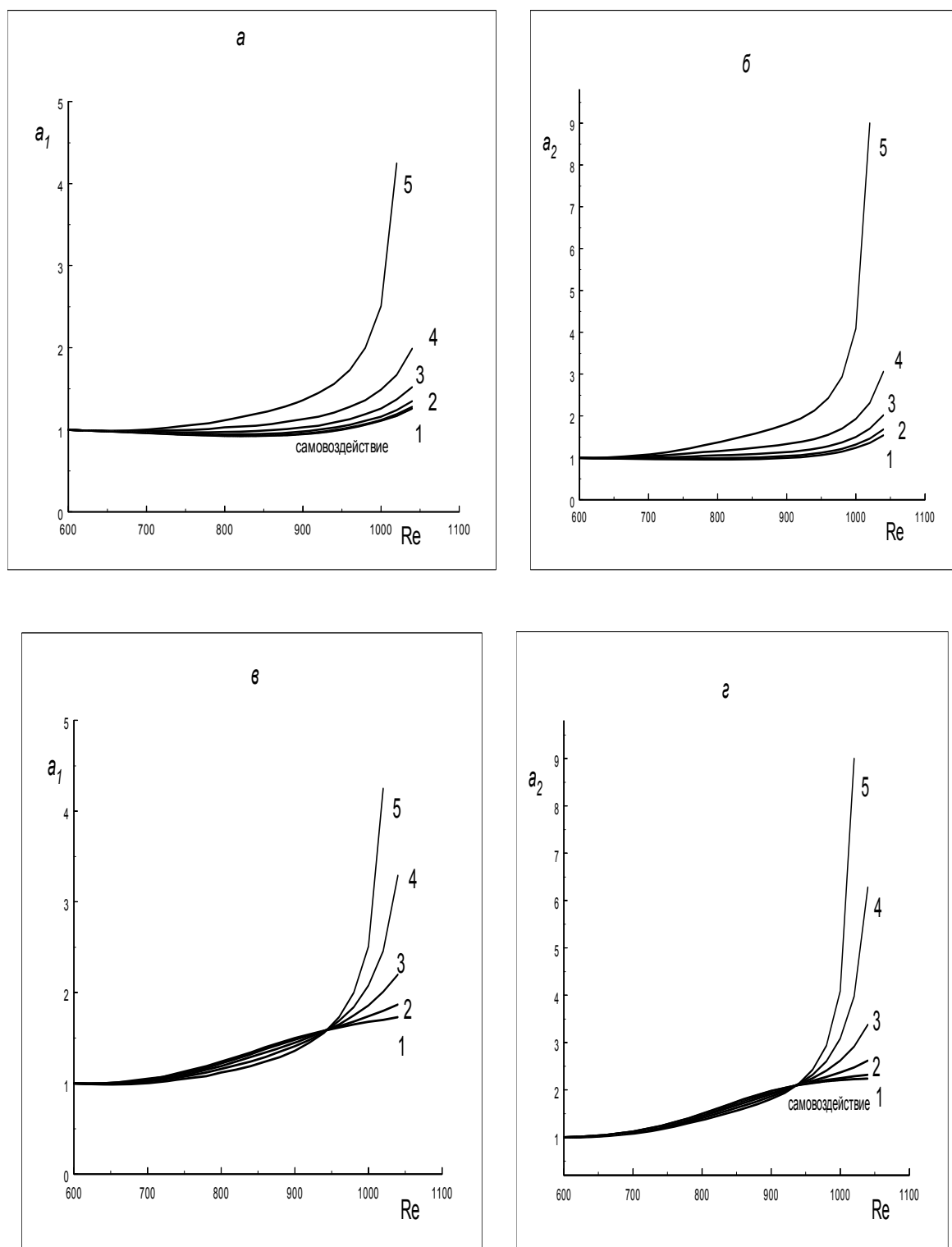


Рис. 7. Влияние начальных интенсивностей на значения амплитуд волн для частот F_1 (a_1) и F_2 (a_2): а, б – начальная интенсивность первой волны неизменна (5%), начальная интенсивность второй волны изменялась от 1 до 5% (кривые 1–5); в, г – начальная интенсивность первой волны изменялась от 1 до 5% (кривые 1–5), начальная интенсивность второй волны 5%

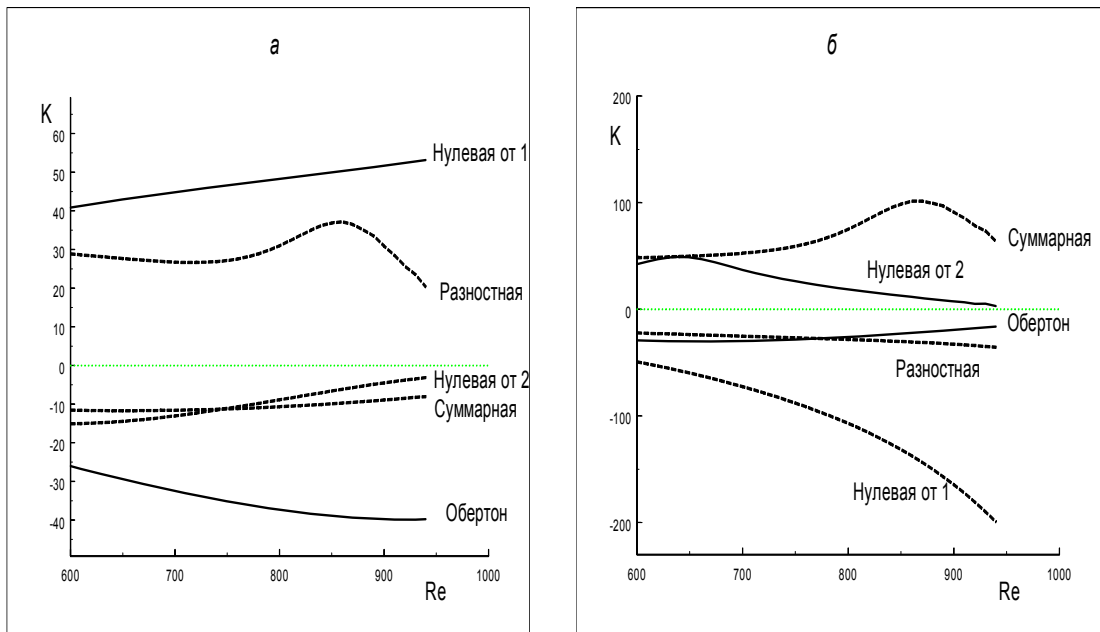


Рис. 8. Зависимость нелинейных коэффициентов $K(Re)$ для первичных волн: a – вихревой на $F_1 = ,6 \cdot 10^{-4}$; b – акустической – на $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$. Сплошные кривые – режим самовоздействия, штриховые – парное (комбинационное) взаимодействие

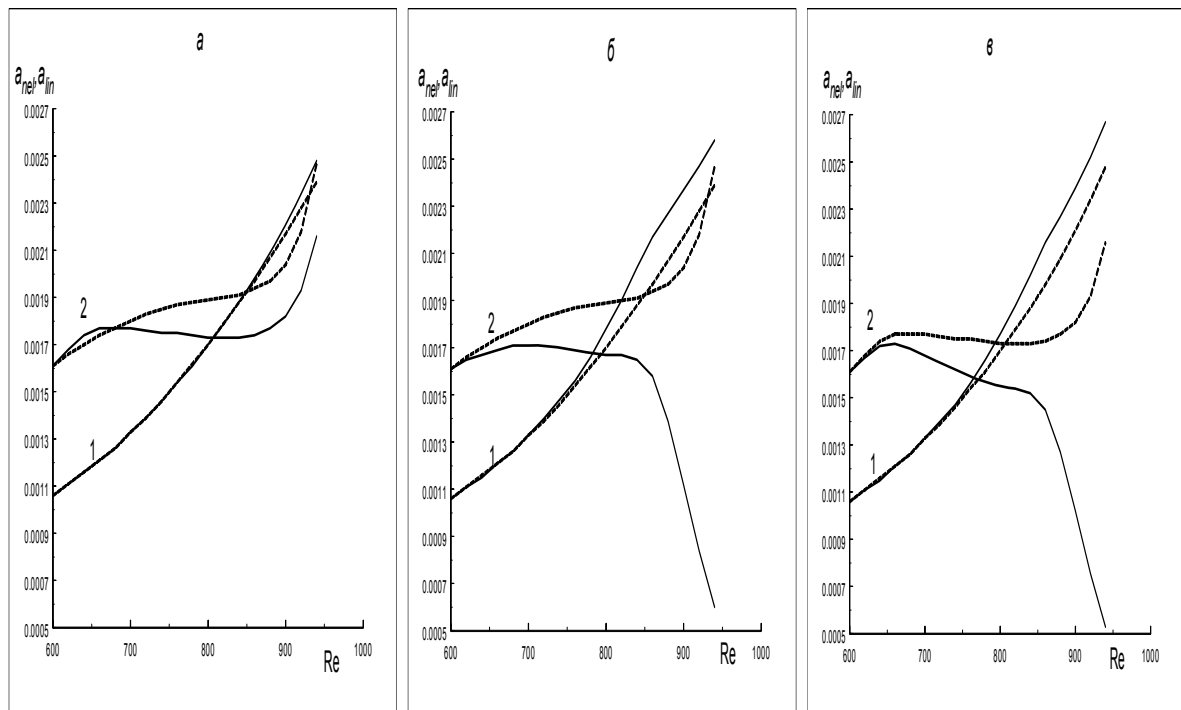


Рис. 9. Динамика вниз по потоку нелинейных a_{nel} (сплошные) и линейных a_{lin} (штриховые линии) амплитуд вихревой (1) и акустической (2) первичных волн при начальной интенсивности 4 %. Здесь a – режим самовоздействия; b – режим парных связей; v – режим полного взаимодействия

осуществляющих нелинейную эволюцию амплитуд волн в двух моделях – резонансной и парного взаимодействия, а это реальнее всего осуществить на таких частотах.

Анализ проведем аналогично. Рассмотрим нелинейные коэффициенты K для вихревой волны I моды (рис. 8, а) и акустической волны II моды (рис. 8, б) для всех этапов взаимодействия.

В режиме самовоздействия для вихревой волны порождение нулевой гармоники и обертона оказывают противоположное действие на нелинейную динамику амплитуды – искажение средних полей дестабилизирует ее, а затрата части энергии на обертон, напротив, должна замедлить линейный рост, причем дестабилизация превосходит стабилизацию. По направленности и интенсивности самовоздействие похоже на наблюдаемое при $M = 2$ для волны на меньшей частоте (см. рис. 3, а). В режиме парного взаимодействия дестабилизирующее действие от разностной вторичной гармоники чуть превышает добавочное стабилизационное от суммарной вторичной волны и искажения полей от второй волны. В сравнении с $M = 2$ здесь превалирует влияние от вторичной разностной компоненты.

Для акустической волны II моды самовоздействие достаточно слабое по сравнению с эффектами парного влияния, в целом видно, что дестабилизационные эффекты здесь более значимы (рис. 8, б).

На рис. 9 показана динамика вниз по потоку линейных a_{lin} и нелинейных a_{nel} амплитуд вихревой (1) и акустической (2) первичных волн, имеющих начальную интенсивность 4 % в трех режимах – самовоздействия (а), режима парных (комбинационных) связей (б) и полного взаимодействия (в). Из рисунка ясно видно, что влияние нелинейности на первичную вихревую волну во всех трех режимах невелико, амплитуда в нелинейной области растет, но крайне незначительно. Меньше всего это влияние обнаруживается в режиме самовоздействия, более заметно – в режиме парных связей, и оно уменьшается в режиме полного взаимодействия. Удивляться этому не приходится, поскольку такое влияние определяется и значением амплитуды второй волны, которая в рассматриваемом диапазоне изменяется значительно.

Уже в режиме самовоздействия видно, что амплитуда акустической волны в нели-

нейной области становится меньше по сравнению с линейными значениями. В режиме парных взаимодействий нелинейная амплитуда a_2 меняется очень значительно, при значениях $Re > 800$ она катастрофически уменьшается. Судя по значениям коэффициентов K , ее стабилизируют силовые поля от вторичных разностных и нулевых гармоник. Суммарное действие от самовоздействия и парного влияния этот эффект углубляет, так что вниз по потоку амплитуда акустической компоненты стабилизируется значительно. Это примечательный факт, так как его влиянием можно объяснить наблюдаемую разницу экспериментальных и расчетных инкрементов такой волны.

На рис. 10 явно показано соотношение амплитуд a_2 акустической волны во всех изученных режимах – линейном, самовоздействия, парном и полного взаимодействия. При конечном Re в двух последних режимах амплитуда падает в три раза. Это достаточно сильный эффект.

И, наконец, было проведено исследование влияния уровня амплитуд взаимодействующих волн на интенсивность взаимодействия. На рис. 11 представлены результаты расчета. Методика исследования была аналогична разобранный выше. На рис. 11, а показана интенсивность нелинейного процесса a_{nel}/a_{lin} для акустической волны на $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$. Ее начальное значение было выбрано так: $I_{II}(Re_0) = 4\%$. Начальное значение вихревой волны на F_I менялось от 0 (это режим самовоздействия для акустической волны) до 4 % с шагом 1 %. Из рисунков видно, что влияние на акустическую волну наличия в спектре вихревой компоненты очень велико. В режиме самовоздействия амплитуда акустической волны стабилизируется на 10 %, а увеличение амплитуды вихревой волны приводит к уменьшению нелинейной акустической компоненты почти на порядок. Таким образом, можно сделать вывод, что вихревая волна является хорошим катализатором замедления роста акустической волны. При этом нелинейного процесса для вихревой волны почти нет, отличия от линейных значений менее 10 % и здесь не показаны.

Противоположный результат получен по влиянию на интенсивность нелинейного процесса a_{nel}/a_{lin} для акустической волны на $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$ изменения ее амплитуды при неизменном уровне вихревой волны. На-

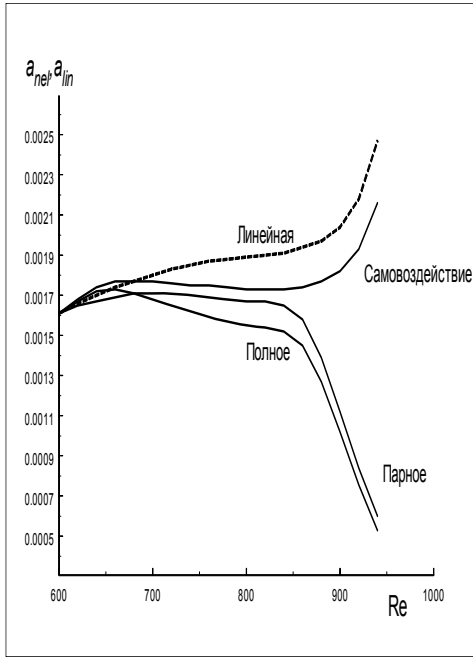


Рис. 10. Динамика вниз по потоку нелинейных a_{nel} (сплошные) и линейной a_{lin} (штриховая линия) амплитуд акустической волны в режимах самовоздействия, парных связей и полного взаимодействия ($I(Re_0) = 4\%$)

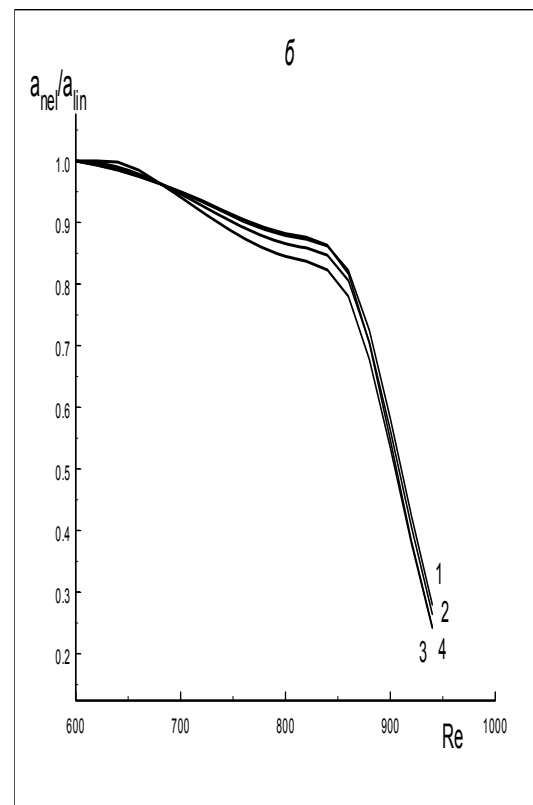
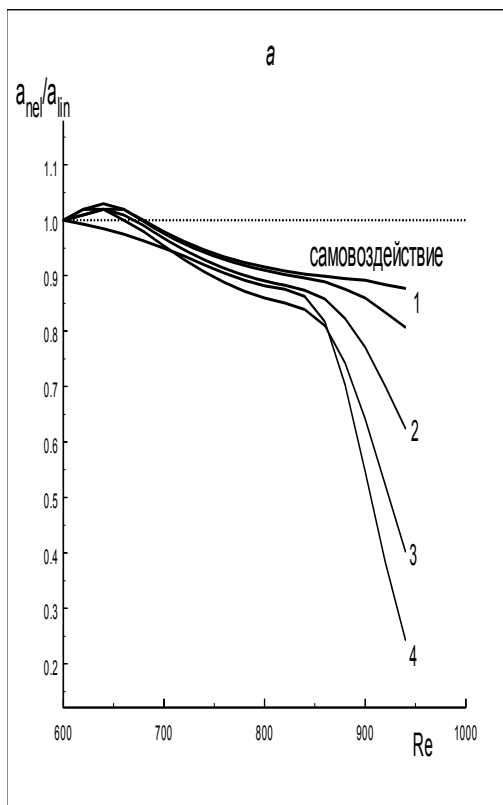


Рис. 11. Интенсивность нелинейного процесса a_{nel}/a_{lin} для акустической волны на $F_{II} = 1,2 \cdot 10^{-4}$. Влияние начальных значений первичных волн: *а* – начальная интенсивность акустической волны на F_{II} неизменна ($I_{II}(Re_0) = 4\%$), а вихревой волны на F_I изменялась ($I_I(Re_0) = 1-4\%$, кривые 1–4) (в режиме самовоздействия $I_I(Re_0) = 0\%$); *б* – начальная интенсивность вихревой волны на F_I неизменна ($I_I(Re_0) = 4\%$), акустической волны на F_{II} изменялась ($I_{II}(Re_0) = (1-4)\%$, кривые 1–4)

чальное значение этой волны тоже было выбрано равным 4 % ($I_1(\text{Re}_0) = 4\%$). Начальное значение акустической волны на F_{II} менялось в пределах 1–4 % с шагом 1 %.

Оказалось, что при любой начальной амплитуде акустической волны интенсивность нелинейного процесса практически одинакова – это так называемый параметрический режим усиления. И по-прежнему нелинейность для вихревой волны крайне незначительна – в пределах нескольких процентов.

Таким образом, можно констатировать, что для вихревых волн при высоких числах Маха нелинейность в рамках модели второго порядка по нелинейности не приводит к заметному влиянию на динамику амплитуды во всех рассмотренных режимах взаимодействия. И, напротив, для акустической компоненты наличие в амплитудно-частотном спектре вихревой волны является мощным катализатором, подавляющим сильное нарастание этой волны.

Выводы

Представленные результаты свидетельствуют о том, что рассматриваемая модель второго порядка по нелинейности (или третьего порядка по амплитуде возмущений) может иметь место в пограничном слое при умеренных и высоких числах Маха. Если амплитуды возмущений не малы, развитие нелинейности может пойти по схеме порождения вторичных гармоник, а создаваемое ими силовое поле будет воздействовать на нелинейную динамику первичных волн. При этом происходит заполнение амплитудно-частотного спектра обертонами, суммарными и разностными частотами. Расширение модели возможно при рассмотрении трехмерных бегущих и стационарных возмущений сверхзвукового пограничного слоя.

Список литературы

1. Бойко А. В., Грек Г. Г., Довгаль А. В., Козлов В. В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука, 1999. 328 с.
2. Kachanov Yu. S. Physical Mechanisms of Laminar-Boundary-Layer Transition // *Annu. Rv. Fluid Mech.* 1994. Vol. 26. P. 411–482.
3. Зельман М. Б. О нелинейном развитии возмущений в плоскопараллельных течениях

типа пограничного слоя // *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.* 1974. Вып. 3. С. 16–21.

4. Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Семенов Н. В. Экспериментальное исследование нелинейного развития волн неустойчивости на плоской пластине при числе Маха $M = 3$ // *ПМТФ.* 1997. Т. 38, № 2. С. 107–114.

5. Гапонов С. А., Масленникова И. И. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // *Теплофизика и аэромеханика.* 1997. Т. 4, № 1. С. 3–12.

6. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Устойчивость и трехволновое взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое с охлаждением // *Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика.* 2010. Т. 5, вып. 3. С. 52–62.

7. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Линейная эволюция и взаимодействие возмущений в пограничных слоях сжимаемого газа на непроницаемых и пористых поверхностях с теплообменом // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2011. № 3. С. 69–83.

8. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2009. № 3. С. 36–46.

9. Володин А. Г., Зельман М. Б. Парные нелинейные взаимодействия волн Толлмина – Шлихтинга в течениях типа пограничного слоя // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1978. № 5. С. 78–84.

10. Терехова Н. М. Комбинационное взаимодействие неустойчивых возмущений в сверхзвуковой струе // *Изв. СО РАН. Сиб. физ.-техн. журн.* 1993. № 5. С. 82–93.

11. Терехова Н. М. Комбинационное взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое в струе // *ПМТФ.* 2002. Т. 43, № 5. С. 41–48.

12. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1989.

13. Косинов А. Д., Ермолаев Ю. Г., Семенов Н. В. Об «аномальных» нелинейных волновых явлениях в сверхзвуковом пограничном слое // *ПМТФ.* 1999. Т. 40, № 5. С. 91–98.

14. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980.

15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.

16. Гапонов С. А., Терехова Н. М., Смородский Б. В. Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 39–45.

17. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Эволюция возмущений повышенной интенсивности в сверхзвуковом пограничном слое // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 1. С. 28–38.

Материал поступил в редколлегию 11.07.2011

N. M. Terekhova

NONLINEAR INTERACTION OF HIGH-INTENSITY DISTURBANCES INTO THE SUPERSONIC BOUNDARY LAYER

A nonlinear model of interaction of disturbances in the regime of coupled combinatorial relations is used to explain the dynamics of unstable waves. The model includes effects of self-action and combinatorial interaction of unstable waves. Considered effects in the boundary layer with $M = 2$ controlled disturbance large enough intensity. In the second case when $M = 5,35$ examines the interrelationship of two-dimensional perturbations of various nature – vortex and acoustic. Shows the direction of impact of the different components of the nonlinear process. Found that this model of the second order nonlinearity can accurately describe the features of longitudinal dynamics of plane waves.

Keywords: under-and supersonic boundary layer, hydrodynamic stability, laminar-turbulent transition.