

Институт философии и права СО РАН
ул. Николаева, 8, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия
E-mail: sasha_khl@mail.ru

МИНИМИЗАЦИЯ ОНТОЛОГИЧЕСКИХ ДОПУЩЕНИЙ ПРИМЕНИМОСТИ МАТЕМАТИКИ *

В работе рассматривается возможность минимизации онтологических допущений применимости математики в естествознании. На основе дефляционной интерпретации понятия истины рассмотрена номиналистическая стратегия Дж. Азуни. Показана спорность предложенной им минимизации онтологических следствий применимости математики.

Ключевые слова: применимость математики, онтологические обязательства, дефляционная теория истины.

Применимость математики в фундаментальном естественно-научном знании в последние два десятилетия становится одной из наиболее обсуждаемых проблем философии математики. Математизация естествознания, являющаяся одной из отличительных черт развития фундаментальной науки в XX в., выразившаяся в хорошо известном феномене «маргинализации явления», приводит к тому, что математика, из просто удобного языка, отличительными чертами которого являются определенность значения терминов, четкость и «прозрачность» синтаксических правил, становится фактически единственным способом представления научного знания. И, несмотря на то, что номиналистское кредо эмпирически ориентированного философа протестует против абсолютизации роли математического языка в представлении естественно-научного знания, сами ученые нередко весьма категоричны в своих заявлениях относительно роли математики в фундаментальной науке. Пожалуй, первым широко известным заявлением о специфической роли математики в естествознании, которая не может быть

полностью объяснена ссылкой на удобства использования математического языка, является выступление Е. Вигнера, основным содержанием которого явились констатация удивительной плодотворности использования математического аппарата в фундаментальных физических теориях и заявление о не постижимости этого феномена: «Математический язык удивительно хорошо приспособлен для формулировки физических законов, это чудесный дар, который мы не понимаем и которого не заслуживаем. Нам остается лишь благодарить за него судьбу и надеяться, что и в своих будущих исследованиях мы сможем по-прежнему пользоваться им. Мы думаем, что сфера его применимости (хорошо это или плохо) будет непрерывно возрастать, принося нам не только радость, но и новые головоломные проблемы» [Вигнер, 1971. С. 198]. Другим, более радикальным выражением убеждения в том, что математика в современном естествознании играет исключительно важную роль, объяснить которую можно наиболее адекватным способом, только признавая первичность реальности математических

* Работа выполнена при финансовой поддержке проекта «Онтологические и эпистемологические следствия применимости математики в фундаментальном естествознании» Лаврентьевского конкурса молодежных проектов 2010.

сущностей и оставляя за миром физических явлений только статус несовершенного воплощения идеальным математических форм, является заявление Р. Пенроуза: «Но можно ли сказать, что платоновский математический мир действительно существует (в каком бы то ни было постижимом смысле этого слова)? Многие, в том числе и философы, сочтут такой “мир” чистым вымыслом – порождением исключительно необузданного воображения. И все же точка зрения Платона обладает огромной научной ценностью. Прежде всего потому, что проводит четкое разделение между точными математическими объектами и теми приближениями, что мы наблюдаем в физическом мире вокруг нас. Кроме того, она снабдила нас шаблоном, которому с тех самых пор и по сегодняшний день следует наука вообще. <...> Если вообще можно говорить о какой-либо форме существования применительно к математической модели, то самым подходящим местом для такого существования является платоновский мир математических форм» [Пенроуз, 2007. С. 34].

Несмотря на то, что именно представитель естественной науки применимость математики в фундаментальном естествознании сподвигает на заявления сугубо философской значимости и на своеобразные упреки в адрес философской общественности в пренебрежении столь значимым феноменом современной науки, в философии математики заявленная проблема приобретает все большее значение. Философски интересным феноменом применимости математики становится именно в силу того, что предположения онтологического характера – предположение об объективном существовании математических сущностей, признать которое спешит тот же Р. Пенроуз – кажутся вполне естественной реакцией на удивительную плодотворность математики в описании фундаментальной структуры мира. Применение математики эффективно в силу того, что помимо электронов, кварков, гравитационных полей и прочих сущностей, постулируемых успешной научной теорией, существуют функции, множества, трансфинитные числа и прочие математические сущности, референция к которым производится используемыми при формулировке научных теорий математическими терминами. Наиболее радикальной форму-

лировкой проблемы применимости математики, на наш взгляд, является восходящий к У. Куайну аргумент о неустранимости математики из языка естественно-научной теории. Именно неустранимость как фундаментальная характеристика способа функционирования математических предложений в составе физической теории специфицирует проблему применимости математики: математический язык не просто присутствует в составе теории как один из возможных способов описания эмпирической реальности, выбор которого обусловлен субъективными соображениями – например, удобством использования или исключительной точностью словаря. Напротив, в свете аргумента о неустранимости, само наличие математической формулировки теории характеризуется как необходимое, неизбежное условие успешности физической теории. Необходимость использования математического языка для описания эмпирической реальности при этом эксплицируется онтологически: если математика является неотъемлемой частью наших наиболее успешных естественно-научных теорий, то мы обязаны допустить существование класса математических сущностей, обращение к которым необходимо для успешного описания физической реальности.

Наиболее общая формулировка аргумента о неустранимости может быть выражена следующим образом: если непосредственное указание на класс сущностей неустранимо из нашей успешной физической теории, тогда мы обязаны верить в существование данного класса сущностей. Так, У. Куайн предлагает следующую формулировку: «Обычно понимаемый научный дискурс настолько же неизбежно обязывает нас к допущению абстрактных объектов – наций, видов, чисел, функций, множеств – насколько обязывает к признанию яблок и прочих физических тел. Все эти вещи фигурируют в качестве значений связанных переменных в нашей общей системе мира. Числа и функции вносят настолько же подлинный вклад в теорию, как и гипотетические частицы» [Quine, 1981. P. 149–150]. Х. Патнэм следующим образом формулирует проблему неустранимости: «Квантификация по математическим сущностям неустранима из науки, как формальной, так и физической, т. о., мы должны принять такую квантификацию.

Но это обязывает нас к признанию существования рассматриваемых математических сущностей» [Putnam, 1979. P. 347].

Несмотря на то, что У. Куайн не употребляет понятия «неустранимость», а использует более каноническую формулировку тезиса, говоря о квантификации успешных научных теорий, именно это понятие используется для уточнения характера применимости математики к описанию эмпирической реальности, и сама характеристика математики как неустранимой из научной теории стала уже канонической. Фактически аргумент У. Куайна настаивает на том, что использование в словаре научных теорий математических утверждений является существенным, и они не могут быть устранены: невозможно так переаксиоматизировать научные теории, содержащие математические утверждения, чтобы устранить референцию (или квантификацию) к математическим сущностям, и при этом получившаяся в результате теория сохранила бы все атрибуты успешной научной теории, такие как предсказательная возможность, простота, изящность и пр.

Традиционно именно У. Куайну и Х. Патнэму (см. [Quine, 1981; Putnam, 1979]) приписывается первенство в экспликации философской значимости отмеченной Е. Вигнером роли математики в эмпирических науках. Формулировка ими аргумента о неустранимости математики из языка естественно-научной теории самими авторами непосредственно связывается с реалистской позицией в онтологии математики. В общем виде аргумент Куайна – Патнэма может быть представлен следующим образом.

1. Мы вынуждены признать онтологические обязательства по отношению к тем и только тем сущностям, которые неустранимы из наших успешных научных теорий.

2. Математические сущности неустранимы из наших успешных научных теорий.

3. Мы обязаны признать онтологические обязательства по отношению к математическим сущностям.

Фактически аргумент говорит о том, что поскольку математические утверждения в составе фундаментальных научных теорий позволяют предсказывать и точно описывать такие феномены, предсказание которых было бы невозможным без использования языка математики, мы обязаны признать существование математических сущностей,

указываемых используемыми математическими понятиями. Поясняя свою позицию по отношению к реалистской интерпретации онтологии математики в связи с ее эффективностью при описании эмпирической реальности, сами авторы поясняют, какая именно часть математики влечет онтологические обязательства. Так, Х. Патнэм говорит о «теоретико-множественных “нуждах” физики» [Putnam, 1979. P. 346], признавая онтологические обязательства по отношению ко всем сущностям, постулируемым аксиоматизируемой теорией множеств. У. Куайн фактически соглашается с ним, заявляя о том, что большая часть других математических теорий не отягощает нас никакими онтологическими обязательствами, выходя за пределы канонического языка науки [Quine, 1981]. Вместе с тем все те области математики, которые непосредственно не используются при описании эмпирической реальности, сами, тем не менее, приложимы к тем областям математики, которые, в свою очередь, входят в состав естественно-научного знания. Открытым остается вопрос о том, достаточно ли такого «опосредованного» участия в описании реальности для возникновения онтологическим обязательствам.

Возможность ответить на вопрос о «масштабах» распространения онтологических обязательств без ссылки на философские положения, непосредственно не связанные с самим аргументом о неустранимости, например упомянутое убеждение У. Куайна в том, что первопорядковая логика является каноническим языком науки, на наш взгляд, предоставляет анализ приписывания значения истинности математическим предложениям в составе естественно-научной теории. В конечном итоге, онтологические обязательства проистекают именно из того, что семантический холизм У. Куайна предполагает приписывание истинности теории в целом и каждому предложению, входящему в ее состав. При этом имеется в виду корреспондентное понимание истины, согласно которому предложение истинно в силу соответствия положению дел, описываемому им. Вместе с тем именно У. Куайн традиционно считается одним из сторонников дефляционной интерпретации понятия истины, которая настаивает на необоснованности и даже бессмысленности апелляции к понятию соответствия при объяснении ис-

тинности предложения. Согласно дефляционистской интерпретации, утверждать истинность какого-либо предложения – значит просто утверждать само это предложение. В качестве подлинной экспликации понятия истины выступает используемая А. Тарским процедура раскавычивания. Причем она, являясь, по сути, простым техническим инструментом, играет настолько существенную роль, что У. Куайн без сомнений называет «раскавычивание сущностью истины» [Куайн, 2008. С. 24]. Начиная создание семантической теории истины с построения частичного определения истинного высказывания,

х является истинным высказыванием тогда и только тогда, когда p ,

А. Тарский указывает, что эта общая схема превращается в конкретное объяснение любого высказывания путем замены символа « p » на соответствующее высказывание, а « x » – на имя этого высказывания. Для замены переменной « x » чаще всего используются кавычечные имена, которые «состоят из кавычек, левых и правых, а также выражения, заключенного в кавычки, и, собственно, представляющего собой десигнат имени» [Тарский, 1999. С. 23]. Так, для ставшего уже классическим примера с предложением «Снег бел» мы получаем следующее определение истины:

«Снег бел» истинно, если, и только если, снег бел.

В семантической теории А. Тарского истина является предикатом, призванным что-то сказать о предложении, чего в самом этом предложении нет. Согласно заявлениям самого А. Тарского, его теория создавалась с целью прояснения обыденного понимания истины как «всего лишь соответствия реальности», а следовательно, именно это отношение и заключено в предикате истинности. Тем не менее, У. Куайн исправляет такую корреспондентную интерпретацию участия предиката истины в прояснении отношений между предложением и высказыванием. Он согласен с тем, что «предложение “Снег бел” является истинным, как учил нас Тарский, если и только если реальный снег действительно является белым» [Куайн, 2008. С. 24]. Но суть предиката истины заключена в том, что представляет собой техническое, по своей сути, средство,

«окольным путем» рассуждая о предложении, тем не менее, говорить о реальности, от которой и зависит истинность предложения: «предикат истины обнаруживает свою полезность как раз в тех местах, где мы, несмотря на то, что все еще связаны с реальностью, принуждены определенными техническими осложнениями упоминать предложения. Здесь предикат истины служит для указания посредством предложений на реальность» [Там же]. Предикат истины нужен для того, чтобы, совершая семантическое восхождение, тем не менее, говорить о реальности, а не о предложениях все более высокого уровня. По выражению У. Куайна, имена эта «аннулирующая» сила предиката истины явно демонстрируется излюбленным примером А. Тарского

«Снег бел» истинно, если, и только если, снег бел.

Именно кавычки устанавливают различие между разговором о предложении и разговором о реальности: «Выражение в кавычках является именем предложения, которое содержит имя снега, а именно “снег”. Называя предложение истинным, мы называем снег белым. Предикат истины есть приспособление для раскавычивания». Предикат истины требуется только в том случае, если нам необходимо утверждать бесконечную серию предложений. В случае же единичного предложения: «Мы можем утверждать отдельное предложение одним его произнесением» [Куайн, 2008. С. 25].

Сторонники дефляционного подхода к трактовке понятия истины абсолютизируют указанное утверждение У. Куайна. Фактически общим местом для всех сторонников дефляционной теории является признание того, что схема эквивалентности А. Тарского – « p » истинно, если, и только если p – полностью раскрывает природу и значение понятия истины. Схема эквивалентности, согласно дефляционизму, полностью исчерпывает природу истины, и все рассуждения об истине, претендующие на «расширение» понятия истины за пределы этой схемы, представляют собой напрасные метафизические чаяния. Понятие истины объявляется избыточным, не несущим в себе никакого смысла, помимо сугубо технической функции, что убедительно демонстрируется дисквотационной природой истины. Подобного рода рассуждения соединяют в неразрывное

целое процедуру раскавычивания и дефляционную трактовку истины: если понятие истины исчерпывается процедурой раскавычивания, то оно является избыточным и ничего не добавляет к предложению, чего бы не содержалось в самом исходном предложении. Сторонник дефляционной интерпретации, настаивая на избыточности понятия истины и указывая на то, что приписывание предиката истины предложению фактически ничего не добавляет к утверждению исходного предложения, фактически отождествляет левую и правую стороны схемы эквивалентности. Таким образом, мы получаем идею, согласно которой применять понятие истины к предложению – значит просто утверждать само предложение, что «истина» избыточна, что оно не выражает подлинного свойства и исчезает в ходе анализа.

В таком случае, утверждать о реальности указываемых терминами предложения сущностей становится проблематично: понятие истины ничего не говорит о соответствии предложения реальности. Более того, если само понятие истины является метафизически избыточным, мы можем обойтись без него, закрепив за ним исключительно исполнение сугубо формально-логических функций. В этой связи важным является вопрос о том, в каких случаях использование понятия истины неустранимо и влечет ли такая неустранимость какие-либо онтологические обязательства. В данном случае нам кажется весьма продуктивным вводимое Дж. Азуни [Azzouni, 2004] различие способов приписывания истинности: эксплицитное и «слепое». Эксплицитным приписыванием истинности является любое предложение формы ««Снег бел» истинно»; «слепым» приписыванием истинности является любое предложение, в котором сингулярный или общий термин предшествует фразе «является истинным», например, «Теория тяготения Ньютона истинна». Именно в случае слепого приписывания истинности предикат истины неустраним, если невозможно заменить его эксплицитным приписыванием истины, заменяя термин, предшествующий фразе «является истинным» в «слепом» приписывании, соответствующими предложениями. Азуни подчеркивает: «широко известно, что никакое эксплицитное использование истины не является неустранимым» [Ibid. P. 16], в силу того, что

схема эквивалентности А. Тарского позволяет заменить эксплицитное приписывание истины самим предложением, которому приписывается истинность. Из этого следует, что только слепое приписывание истины может претендовать на статус неустранимого. Типичным примером неустранимости понятия истины является тот случай «слепого» приписывания, когда мы просто имеем дело с (потенциально) бесконечной последовательностью предложений: «Все теоремы, выводимые из PA, истинны». Другим простым примером является случай, когда мы попросту не знакомы с содержанием предложения, истинность которого утверждаем: допустим, мой сосед по комнате является математиком с безупречной репутацией, и он мне сообщает, что только что доказал теорему, содержание которой мне не известно; доверяя его репутации, я могу сказать: «Теорема, которую он доказал, истинна». В принципе вводимое Дж. Азуни различие способов приписывания истинности и признание неустранимости предиката истины в случае «слепого» приписывания согласуется с позицией дефляционизма, согласно которой понятие истины вполне полезно в качестве средства произнесения бесконечной конъюнкции предложений.

В науке может иметь место только первый случай «слепого» приписывания истинности – когда мы имеем дело с бесконечной конъюнкцией. При этом не во всяком случае «слепого» приписывания истина является неустранимой. Подлинно неустранимым выступают только те случаи, где истинность приписывается тем теориям, которые не являются конечно аксиоматизируемыми, например в случае арифметики Пеано. Здесь мы, видимо, обязаны признать истинность каждого предложения, выводимого из не конечно аксиоматизируемой теории, в отношении которой совершается «слепое» приписывание истины. Тем не менее, согласно Дж. Азуни, это не всегда верно: избежать тотального приписывания истинности всем членам бесконечной последовательности предложений можно в том случае, если мы можем «дескриптивно разделить соответствующим образом множество предложений, мы не обязаны к признанию истинности их всех, несмотря на необходимость слепого приписывания истинности. Т. о., мы не должны быть обязаны к признанию истинности всех предложений

(схематически представленной) теории, если мы можем указать подкласс тех предложений, к признанию истинности которых мы предпочитаем быть обязаны» [Azzouni, 2004. P. 28].

Предложенная Дж. Азуни стратегия избегания признания онтологических обязательств на основе тотального приписывания истинности всем предложениям конечно неаксиоматизируемой теории, безусловно, связана с необходимостью наложения ограничений на безмерно раздуваемую онтологию, возникающую в результате признания неустранимости математики. Тем не менее, нам кажется, что спешность предложенной стратегии непосредственно связана с обоснованностью процедуры разделения множества на подмножества предложений, члены только одного из которых отягощены онтологическими обязательствами. Во-первых, сама возможность дифференциации исходного множества предложений противоречит духу куайновского холизма, выступающего одной из предпосылок аргумента о неустранимости математики. Во-вторых, совершенно не проясненным остается сам способ проведения указанного разделения: какие резоны должны лежать в его основании? Будет ли он покоиться исключительно на прагматических основаниях, одним из которых может являться симпатия номинализму, или же возможно нахождение более прочного формального критерия разделения? В случае решения этой проблемы, нам кажется, стратегия Дж. Азуни является

весьма плодотворным способом минимизации онтологических обязательств применимости математики в естествознании.

Список литературы

Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Вигнер Е. Этюды о симметрии. М.: Мир. 1971. С. 182–199.

Куайн У. Философия логики / Пер. В. А. Суровцева. М.: «Канон+»; РООИ «Реабилитация», 2008. 192 с.

Пенроуз Р. Путь к реальности, или законы, управляющие Вселенной. Полный путеводитель. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед. – R&G Dynamics, 2007. 911 с.

Тарский А. Понятие истины в языках дедуктивных наук // Философия и логика Львовско-Варшавской школы. М.: РОСПЭН, 1999. С. 19–177.

Azzouni J. Deflating Existential Consequence. A Case for Nominalism. Oxford Univ. Press, 2004. 241 p.

Putnam H. Philosophy of Logic // Putnam H. Mathematics Matter and Method: Philosophical Papers. Cambridge: Cambridge Univ. Press. 1979. Vol. 1. P. 323–359.

Quine W. V. O. Success and Limits of Mathematization // Quine W. V. O. Theories and Thing. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press. 1981. P. 135–159.

Материал поступил в редколлегию 11.01.2011

A. V. Khlebalin

THE MINIMIZATION OF ONTOLOGICAL COMMITMENTS OF MATHEMATICAL APPLICABILITY

The paper explores the possibility of minimization for ontological commitments of applicability of mathematics in natural sciences. On the basis of deflationary interpretation of the concept of truth, the nominalistic strategy of J. Azzouni is examined. The author shows the debatable nature of J. Azzouni's minimization of ontological consequences of applicability of mathematics.

Keywords: applicability of mathematics, ontological commitments, the deflationary theory of truth.