

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Кафедра систем информатики

Николай Юрьевич Зятков

Разработка высокооптимизированного пакета программ дифракционного моделирования
сейсмических волновых полей в слоисто-блоковых средах

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
по направлению высшего профессионального образования

230100.68 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Тема диссертации утверждена распоряжением по НГУ № 9 от «11» января 2013г.
Тема диссертации скорректирована распоряжением по НГУ № 183 от «14» мая 2013г.

Руководители

Айзенберг А.М.
к.ф-м.н., доцент

Романенко А.А.
к.т.н.

Новосибирск, 2013г.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Кафедра систем информатики

УТВЕРЖДАЮ

Зав. Кафедрой
Лаврентьев Михаил Михайлович

.....
(подпись, дата)

ЗАДАНИЕ

на магистерскую диссертацию

студенту Зяткову Николаю Юрьевичу

факультета ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Направление подготовки 230100.68 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА

Магистерская программа: Технология разработки программных систем

Тема: Разработка высокооптимизированного пакета программ дифракционного моделирования сейсмических волновых полей в слоисто-блоковых средах

Цели работы: Разработка высокооптимизированного пакета программ моделирования процесса распространения и дифракции сейсмических волн в сложнопостроенных средах с применением матричных операторов распространения и поглощения.

Руководители

Айзенберг А.М.
к.ф.-м.н., доцент

Романенко А.А.
к.т.н.

.....
(подпись, дата)

.....
(подпись, дата)

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1 МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ КОНЦЕВЫХ ВОЛН (МНКВ)	7
1.1 Операторы распространения волн в слоях и прохождения волн на границах	7
1.2 Принципы матричной аппроксимации операторов	8
1.3 Формулы для описания распространения волновых полей	10
ГЛАВА 2 РЕАЛИЗАЦИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА МНКВ	15
2.1. Основные проблемы при реализации алгоритма	15
2.2. Архитектура пакета программ МНКВ.....	15
2.3. Матрицы распространения и поглощения. Реализация и оптимизация.	17
2.4. Матрицы распространения и поглощения. Адаптация под параллельные архитектуры для CPU и GPU.....	20
2.5. Алгоритм вычисления матрицы тени. Основные проблемы алгоритма.	21
2.6. Оптимизация хранения матрицы тени	23
2.7. Эффективные коэффициенты отражения и преломления (ЭКО/П)	29
2.8. Анализ производительности МНКВ.....	33
ГЛАВА 3 ТЕСТИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА МНКВ	37
3.1. Тест 1: дифракционное волновое поле для границ простейшей формы.....	37
3.2. Тест 2: дифракционное волновое поле для W-образной границы.....	42
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	46
ЛИТЕРАТУРА	48

ВВЕДЕНИЕ

Сейсмический метод исследования недр Земли использует отраженные волны для послойного восстановления структуры и свойств реальной среды по наблюдаемым данным. Многие методы восстановления (методы обратных задач сейсмологии) базируются на моделировании функции Грина (волновое поле точечного источника) для покрывающей среды, которая имитирует наблюдаемые волновые поля [28, 29, 43]. Поиск функции Грина, которая дает разумный баланс между вычислительной скоростью и аналитической точностью, остается актуальной фундаментальной проблемой математической волновой теории [22, 24, 36].

В случае слабой латеральной неоднородности покрывающей среды, функция Грина в достаточной мере представляется изолированной волной в первом вступлении. При таких условиях возможно применять всё многообразие методов моделирования этой функции [23, 45, 46]. Большинство из них будут давать достаточно точное изображение среды [44].

Для покрывающей среды с сильной латеральной неоднородностью (соляные тела, базальтовые слои, рифовые структуры и т.д.) сейсмическое изображение – требующая затрат задача, которая привлекает огромное внимание при поисках нефтяных месторождений. Наличие больших скоростных контрастов, неоднородностей, анизотропии и затухания вкупе со сложными формами геологических границ понижает разрешающую способность сейсмологии. Современные методы построения изображения среды развиваются с учетом все более сложных моделей и с применением более прецизионных алгоритмов [45]. Точность схемы построения изображения в большинстве случаев определяется ограничениями метода моделирования.

Функция Грина слоистой среды строится с помощью фундаментальных решений волнового уравнения в неоднородных слоях с границами произвольной формы. Из теории известно, что фундаментальное решение может содержать физически нереализуемые составляющие, которые не могут наблюдаться в природных условиях. Для того чтобы исключить нефизические составляющие, фундаментальное решение должно удовлетворять принципу поглощения, который требует подавить излучение в зонах геометрической тени, образованных вогнутыми частями границ слоя [27, 35]. В проблемах дифракции волн на криволинейных и многогранных границах этот принцип реализуется путём введения дифракционной волны в поле источника в зонах тени [23, 30, 31, 42]. Математическая формулировка принципа поглощения была введена в работах [1, 2, 3, 13].

Строгая теория операторов прохождения-распространения, развитая в последнее время, дает точное аналитическое описание функции Грина для сложной среды [11, 12]. Она основана на точном решении прямой задачи для неоднородной среды с произвольно-гладкими границами в форме суперпозиции волновых сигналов многократно отраженных и преломленных волн согласно их волновому коду (последовательности проходимых слоев). Этот подход восстанавливает функцию Грина со структурой, подобной наблюдаемому волновому полю. Каждый отдельный сигнал описывается композицией операторов распространения в неоднородных слоях и операторов прохождения (отражения и преломления) конволюционного типа на гладких границах.

Для численной реализации данной теории был разработан Метод Наложения Концевых Волн (МНКВ) [16, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26]. МНКВ использует аппроксимации операторов прохождения и распространения в диапазоне сейсмических частот. По сравнению с численными методами моделирования МНКВ позволяет имитировать отдельные волны, приходящие от различных частей целевой границы. Было показано многими тестами [16, 17, 19, 20, 21, 25, 26, 38, 41], что этот подход способен имитировать нерегулярности в волновом поле, например, каустики, и порождать дифракции, головные и огибающие волны, которые не могут быть должным образом учтены при моделировании с помощью асимптотической лучевой теории или геометрической теории дифракции. Возможность применять аппроксимацию операторов распространения и прохождения в диапазоне сейсмических частот независимо для каждого слоя дает возможность использования МНКВ как моделирующего ядра в целе-ориентированной инверсии и изображении [38].

Данная работа выполнялась автором во время специализации в группе распространения и дифракции сейсмических волн (д.ф.-м.н. К.Д. Клем-Мусатов и к.ф.-м.н. А.М. Айзенберг) лаборатории Глубинных сейсмических зондирований (зав. лаб., к.ф.-м.н. А.А. Дучков) Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН с сентября 2011 года. Исследования автора работы были направлены на разработку высокооптимизированного прототипа алгоритма МНКВ, позволяющего моделировать распространение и дифракцию сейсмических волн в средах со сложными границами. В данной работе получены следующие результаты:

- 1) Отображены в виде передаточных матриц слоя операторы распространения волн в слое, что позволило заменить экспоненциальную зависимость числа операций от числа слоёв на линейную.
- 2) Доработан исходный прототип пакета программ:
 - Перенесён код с языка Fortran на язык C;

- Реализован и встроен в алгоритм расчёт дифракционной поправки 1-го порядка, с целью моделирования каскадной дифракции;
 - Достигнуты приемлемые объёмы памяти, требуемые алгоритму для нормальной работы;
 - Осуществлён перенос кода на параллельные архитектуры для CPU и части кода для GPU.
- 3) Произведена алгоритмическая и численная реализация процедуры построения семейства зон виртуальной тени на границах слоя. Достигнуты приемлемые объёмы памяти, требуемые для хранения матрицы виртуальной тени.
 - 4) Проверена численными примерами для акустического полупространства с границей сложной формы точность, стабильность и эффективность алгоритма.
 - 5) Показано численными тестами, что учёт дифракционной поправки 1-го порядка представляет волновое поле в тени в приближении однократной и двукратной дифракции.

Результаты исследований были представлены в докладах на 50-ой и 51-ой Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс» (Новосибирск, 2012 и 2013) [7, 9]. В 2012 году доклад получил диплом первой степени в секции Информационные технологии (подсекция Инструментальные и прикладные программные системы). В 2013 году доклад получил диплом второй степени в секции Информационные технологии (подсекция Наукоёмкое программное обеспечение). Опубликованы расширенные тезисы на 74-ой и 75-ой Конференции и Выставке Европейской Ассоциации Геоучёных и Инженеров [14, 15, 50, 51], на международной конференции НССЕ 2012 [49], а также тезисы докладов на Третьей и Четвёртой международной молодёжной научной школе-конференции «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» [6, 8].

Работа состоит из Введения, трёх Глав и Заключения. В Главе 1 приведены необходимые сведения о теории, аппроксимациях и алгоритмах МНКВ. В Главе 2 описаны разработанные алгоритмы реализации и оптимизации пакета программ, как по производительности, так и по хранению данных, используемые алгоритмом. Рассмотрены вопросы точности и устойчивости алгоритма, а также произведён анализ производительности, разработанного прототипа. В Главе 3 описаны тесты, полученные с помощью разработанного прототипа. Произведён анализ полученных сейсмограмм. В Заключении приведены основные результаты выполненной работы, дана оценка степени их новизны и личного вклада автора. Указано возможное направление развития созданного автором высокооптимизированного прототипа пакета программ МНКВ.

ГЛАВА 1 МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ КОНЦЕВЫХ ВОЛН (МНКВ)

В данной Главе приведены необходимые сведения об операторах распространения и прохождения, описаны принципы матричной аппроксимации этих операторов, а также приведены вычислительные формулы алгоритма, принцип реализации расчёта волновых полей и их соответствие фрагментам волнового процесса в слоистой среде.

1.1 Операторы распространения волн в слоях и прохождения волн на границах

В данном разделе приведены необходимые сведения об операторах распространения и прохождения.

Теория операторов распространения-прохождения [11, 12] предлагает новую постановку прямой задачи в терминах двух волновых операторов: физически реализуемого оператора распространения P^F и оператора прохождения типа конволюции T . Эта постановка может быть сформулирована в виде уравнения распространения-прохождения $b = Lb + b^{(1)}$, где b – вектор, содержащий неизвестные значения волнового поля на верхних и нижних границах слоёв, $L = TP^F$ – трёх диагональная блочная матрица, описывающая распространение поля в слоистой среде, $b^{(1)}$ – вектор, содержащий значения однократно отражённого или преломленного волнового поля на границе. Скалярные элементы матричного оператора T имеют вид двукратных свёрток T_{mn} по кривой поверхности между слоями m и n . Их ядра содержат плоско-волновые коэффициенты отражения и преломления, которые зависят от материальных параметров контактирующих сред в точке отражения или преломления на кривой поверхности [20, 33]. Скалярные элементы матричного оператора P^F имеют вид поверхностных интегральных операторов P_{nn}^F по верхней и нижней границам слоя n . Их реализуемые ядра представлены суммой $F = G + D$, где G – функция Грина безграничной среды, D – каскадная дифракция, которая подавляет нефизическое излучение, проникающее через вогнутые части границы, которые образуют зоны геометрической тени [13, 18]. Каскадная дифракция представлена формулой $D = \sum_{i=1}^{\infty} D^{(i)}$, где $D^{(i)}$ – дифракция i -го порядка. Поверхностные интегральные операторы P_{nn}^F представлены суммой $P_{nn}^F = P_{nn} + P_{nn}^D$, где P_{nn} – оператор с функцией Грина безграничной среды в ядре, P_{nn}^D – оператор с ядром D , описывающим каскадную дифракцию. Оператор с ядром D имеет следующий вид: $P_{nn}^D = \sum_{i=1}^{\infty} P_{nn}^{D(i)}$, где $P_{nn}^{D(i)} = [P_{nn}A_{nn}]^i P_{nn}$, A_{nn} – оператор поглощения, который подавляет нефизическое излучение i -го порядка. Если зоны тени в слое n отсутствуют, тогда ядра операторов P_{nn}^F совпадают с соответствующей функцией Грина безграничной среды. Ненулевые матричные операторы слоя $L_{mn} = T_{mn}P_{nn}^F$ описывают распространение в

слое n и прохождение через границу в слой m (отражение для $m = n$ и преломление для $m = n - 1, n + 1$). Матричный оператор слоя L_{mn} адекватен реальным процессам распространения волн и отражения/преломления. Поэтому оператор среды L описывает полную волновую передаточную характеристику слоистой среды. Поскольку оператор среды имеет волновые свойства, уравнение распространения-прохождения может рассматриваться как готовое решение прямой задачи. Эта теория позволяет вычислять волновые поля и операторы слоёв независимо друг от друга.

Метод простых итераций, приложенный к уравнению распространения-прохождения, представляет полное волновое поле в виде суммы поля источника $u^{(0)}$ и волновых полей, отражённых и преломлённых в соответствии с заданной траекторией из вторичных лучей:

$$u = u^{(0)} + P^F \sum_{i=1}^{i=I} b^{(i)}, \quad (1.1)$$

где $b^{(1)} = Tu^{(0)}$ – граничные значения волнового поля однократного отражения и однократного преломления, граничные значения волнового поля i - кратного отражения и i - кратного преломления описывается формулой

$$b^{(i)} = L^{i-1}b^{(1)} \text{ при } i \geq 2 \quad (1.2)$$

Формулы (1.1) и (1.2) позволяют анализировать полное волновое поле и интерпретировать его отдельные фрагменты порождённые деталями геологической структуры среды.

1.2 Принципы матричной аппроксимации операторов

В данном разделе описаны принципы матричной аппроксимации операторов распространения и прохождения.

Формула (1.2) описывает повторное вычисление поверхностного интеграла. При численной реализации такого вычисления ожидается экспоненциальный рост числа операций. Чтобы перейти от экспоненциального роста к линейному, в работах [16, 20] предложено применять матричную аппроксимацию поверхностного интегрального оператора. В результате такой аппроксимации формула (1.2) принимает вид матричного произведения: $b^{(i)} = [L]^{i-1}b^{(1)}$ при $i \geq 2$, где $b^{(i)}$ – столбцы дискретных граничных значений волнового поля i - кратного отражения/преломления, а $[L]$ – блочная матрица среды. Возможность независимого вычисления матриц слоёв, составляющих матрицу

среды, даёт возможность использовать матричную аппроксимацию, как при моделировании волновых полей, так и в различных обратных задачах сейсмологии.

Операторы распространения P_{nn} в слоях можно расщепить на множество вкладов ΔB_{nn} с помощью триангуляции верхней и нижней границ слоя. Размер треугольников должен быть порядка четверти доминантной длины волны или меньше. Вклад ΔB_{nn} состоит из концевых волн, расходящихся от трёх вершин соответствующего треугольника. Физически реализуемый пучок концевых волн учитывает дифракцию на вогнутых частях границ слоя в зонах геометрической тени. Операторы прохождения T_{mn} на границах аппроксимируются эффективными коэффициентами отражения/преломления χ_{mn} , которые обобщают коэффициенты плоских волн на криволинейных границах, неплоские волновые фронты и конечные частоты [19, 20]. Отражённый/преломленный пучок концевых волн представляется в виде формулы $\chi_{mn} \Delta B_{nn}$. С помощью описанной аппроксимации операторов матричный оператор слоя L_{mn} может быть представлен в виде набора из восьми матриц слоя $[\chi_{mn} \Delta B_{nn}]$. Четыре из них содержат все пучки концевых волн, распространяющихся по направлению к верхней границе или к нижней границе с преломлением или отражением на такой границе. Остальные четыре матрицы, которые содержат пучки концевых волн, распространяющиеся вдоль одной границы, имеют пренебрежимо малые значения в случае простой геометрии границ. Матрица среды, содержащая все матрицы слоёв, является волновой передаточной характеристикой слоистой среды и не зависит от системы наблюдений, т.е. от параметров источников и приёмников. По этой причине матрицы слоёв $[\chi_{mn} \Delta B_{nn}]$ могут быть предварительно вычислены и помещены в память до начала моделирования.

Чтобы моделировать однократное отражение/преломление в каустических областях (области пересечения лучей), на основе аппроксимации операторов распространения была разработана начальная версия Метода Наложения Концевых Волн (МНКВ) [34]. Комбинируя аппроксимации операторов распространения и прохождения в диапазоне сейсмических частот, МНКВ был обобщён на слоистые среды [11, 18]. Многочисленными тестами была показана эффективность МНКВ при моделировании сложных волновых полей [16, 17, 19, 20, 21, 25, 26, 40, 41] и решении некоторых обратных задач [38].

Моделирование с помощью алгоритма МНКВ состоит из трёх шагов. На первом шаге вычисляются все матрицы слоёв $[\chi_{mn} \Delta B_{nn}]$. На втором шаге вычисляются вектор отражённого/преломленного поля источника $b^{(1)}$ и матрица приёмников P^F . На третьем шаге матрицы слоёв последовательно умножаются на вектор отражённого/преломленного

поля источника, но в соответствии с заданной траекторией вторичных лучей. Если необходимо изменить материальные параметры какого-то слоя, то только восемь матриц данного слоя должны быть повторно вычислены. Если необходимо изменить геометрию отдельной границы, то наборы из восьми матриц двух слоёв, контактирующих на этой границе, должны быть повторно вычислены. Поэтому при изменении локализованной части среды только те матрицы слоёв должны быть обновлены, которые относятся к этой части среды, а остальные матрицы слоёв остаются неизменными, что сокращает время вычисления.

1.3 Формулы для описания распространения волновых полей

В данном разделе приведены вычислительные формулы алгоритма, принцип реализации расчёта волновых полей и их соответствие фрагментам волнового процесса в слоистой среде.

Реализацию алгоритма в общем случае можно разделить на реализацию трёх основных блоков:

- Реализация падающего волнового поля источника на границу с учётом каскадной дифракции;
- Реализация распространения поля от последней границы в приёмники, с учётом каскадной дифракции;
- Реализация распространения поля от предыдущей границы к следующей, в соответствии с некоторым волновым кодом, с учётом каскадной дифракции.

В данной работе автор ограничивается учётом только первого члена каскадной дифракции. В работах [6, 7, 8, 9, 14, 15, 49, 50, 51] показано, что первый член содержит однократные дифрагированные волны, а также ползущие волны в первом приближении. В работах [15, 51] показано, что первый член содержит также и двукратные дифрагированные волны.

Для получения вектора падающего волнового поля источника на границе (рисунок 1.1) воспользуемся следующей формулой физически-реализуемого поля источника на границе слоя в однократном приближении:

$$\begin{aligned}
 g^F &= g_{sy} + D^{(1)} = \\
 &= g_{sy} + P_{ss} * [A_{ss} * \cos \theta_{ss}] * [g_{sy} * \cos \theta_s] \quad (1.3).
 \end{aligned}$$

Здесь g_{sy} – вектор поля источника сферической волны на элементах границы. g_{sy} представляется в виде формулы:

$$g_{sy} = \frac{\rho_1}{|s_j - y|} * e^{i * d\omega_k * k * \frac{|s_j - y|}{c_1}},$$

где s_j – координаты центра j - го треугольника триангулированной границы на которое падает поле источника, y – координаты источника, c_1, ρ_1 – скорость и плотность среды, соответственно. Для расчёта вектора дифракционной поправки $D^{(1)} = P_{SS} * [A_{SS} * \cos \theta_{SS}] * [g_{sy} * \cos \theta_s]$ используются матрицы поглощения слоя A_{SS} , распространения P_{SS} , матрица косинусов $\cos \theta_{SS}$, вектор волнового поля на границе g_{sy} , а также вектор косинусов $\cos \theta_s$. $[]$ – операция поэлементного умножения матрица-матрица или вектор-вектор. Матрицу P_{SS} можно представить в виде формулы:

$$P_{SS} = (TWB_{ij}), \text{ где}$$

$$TWB_{ij} = \frac{\Delta S_j}{|s_i - s_j|} \frac{i\omega}{2\pi} * k * e^{i * d\omega_k * k * \frac{|s_i - s_j|}{c_1}} \quad (1.4).$$

Здесь ΔS_j – площадь j - го треугольника триангулированной границы, s_i – координаты центра i - го треугольника, s_j – координаты центра j - го треугольника, c_1, ρ_1 – скорость и плотность среды соответственно. Матрица поглощения A_{SS} представляется в виде формулы:

$$A_{SS} = [H_{SS} * (TWB_{ij})] \quad (1.5),$$

где H_{SS} – матрица тени для границы слоя, подробно о которой описывается в разделах 2.5 и 2.6. Матрица косинусов $\cos \theta_{SS}$ представляется в следующем виде:

$$\cos \theta_{SS} = (\cos \theta_{ij}),$$

где $\cos \theta_{ij}$ – косинус угла между нормалью к j - му треугольнику и лучом, соединяющим центры i - го и j - го треугольника границы. Вектор косинусов $\cos \theta_s$ представляется в виде:

$$\cos \theta_s = (\cos \theta_j),$$

где $\cos \theta_j$ – косинус угла между нормалью к j - му треугольнику и лучом, соединяющим центр j - го треугольника границы и координату источник y .

Важно отметить, что все матрицы и вектора из (1.3) зависят от частоты $\omega_k = d\omega_k * k$ из набора $[\omega_1 \dots \omega_K]$. Для того чтобы решение было преобразовано во временной импульс необходимо рассчитать K векторов $g_{\omega_1}^F \dots g_{\omega_K}^F$ для каждой частоты ω_k по формуле (1.3).

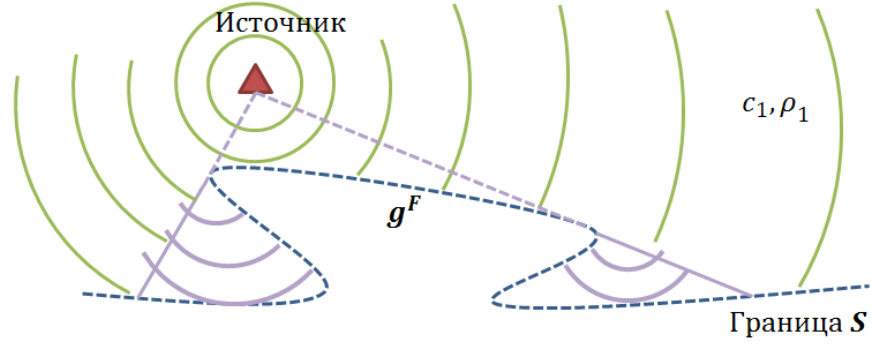


Рисунок 1.1. Физически реализуемый вектор волнового поля источника g^F на границе

Для получения вектора волнового поля при его распространении от границы в приёмники (рисунок 1.2), воспользуемся формулой:

$$\begin{aligned}
 F_x &= P_{xs}^F * F_s' = \\
 &= (P_{xs} + D^{(1)}) * F_s' = \\
 &= (P_{xs} + P_{xs} * [P_{ss} * \cos \theta_{ss}] * [A_{ss} * \cos \theta_{ss}]) * [F_s * \cos \theta_s] \quad (1.6)
 \end{aligned}$$

Здесь F_s – вектор реализуемого волнового поля, который получен на границе, на предыдущей итерации работы алгоритма. P_{xs}^F – физически реализуемая матрица распространения граница-приёмники. P_{xs}^F может быть представлена в однократном приближении в виде суммы матрицы распространения P_{xs} граница-приёмники и дифракционной поправки $D^{(1)} = P_{xs} * [P_{ss} * \cos \theta_{ss}] * [A_{ss} * \cos \theta_{ss}]$, где P_{ss} – матрица распространения граница-граница, A_{ss} – матрица поглощения границы слоя, $\cos \theta_{ss}$ – матрица косинусов, $\cos \theta_s$ – вектор косинусов. P_{ss} может быть представлен в виде формулы (1.4) для соответствующей границы, A_{ss} – в виде формулы (1.5) для соответствующей границы. P_{xs} представляется в виде следующей формулы:

$$\begin{aligned}
 P_{xs} &= (TWB_{ij}), \text{ где} \\
 TWB_{ij} &= \frac{\Delta S_j}{|x_i - s_j|} \frac{i\omega}{2\pi} * k * e^{i * d\omega_k * k * \frac{|x_i - s_j|}{c_1}},
 \end{aligned}$$

где ΔS_j – площадь j -го треугольника триангулированной границы, x_i – координаты i -го приёмника, s_j – координаты центра j -го треугольника, c_1, ρ_1 – скорость и плотность среды.

Важно отметить, что все матрицы и вектора из (1.6) зависят от частоты $\omega_k = d\omega_k * k$ из набора $[\omega_1 \dots \omega_K]$. Для того чтобы решение было преобразовано во временной импульс необходимо рассчитать K векторов $F_x^{\omega_1} \dots F_x^{\omega_K}$ для каждой частоты ω_k по формуле (1.6).

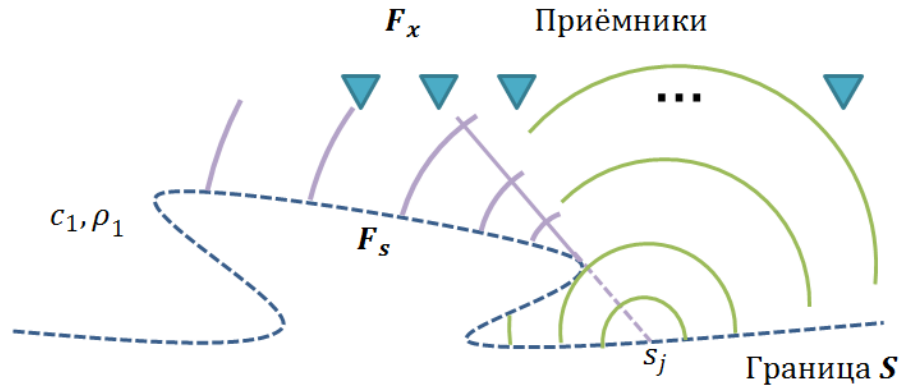


Рисунок 1.2. Физически реализуемый вектор волнового поля F_x в приёмниках после распространения от последней границы.

Для получения вектора волнового поля F_{S_2} на границе S_2 (рисунок 1.3) при его распространении через слой от предыдущей границы S_1 , в соответствии с волновым кодом, воспользуемся формулой:

$$\begin{aligned}
 F_{S_2} &= P_{S_2 S_1}^F * F_{S_1}' = \\
 &= (P_{S_2 S_1} + D^{(1)}) * F_{S_1}' = \\
 &= (P_{S_2 S_1} + P_{S_2 S_1} * [A_{S_1 S_1} * \cos \theta_s]) * [F_{S_1} * \cos \theta_{S_1}] \quad (1.7)
 \end{aligned}$$

Здесь F_{S_1} – вектор реализуемого волнового поля, который получен на границе S_1 на предыдущей итерации работы алгоритма. $P_{S_2 S_1}^F$ – физически реализуемая матрица распространения граница S_1 -граница S_2 . $P_{S_2 S_1}^F$ может быть представлена в однократном приближении в виде суммы матрицы распространения $P_{S_2 S_1}$ граница S_1 -граница S_2 и дифракционной поправки $D^{(1)} = P_{S_2 S_1} * [A_{S_1 S_1} * \cos \theta_{S_1 S_1}]$, где $A_{S_1 S_1}$ – слоевая матрица поглощения для границы S_1 , $\cos \theta_{S_1 S_1}$ – матрица косинусов, $\cos \theta_{S_1}$ – вектор косинусов.

Важно отметить, что все матрицы и вектора из (1.7) зависят от частоты $\omega_k = d\omega_k * k$ из набора $[\omega_1 \dots \omega_K]$. Для того чтобы решение было преобразовано во временной импульс необходимо рассчитать K векторов $F_{S_2}^{\omega_1} \dots F_{S_2}^{\omega_K}$ для каждой частоты ω_k по формуле (1.7).

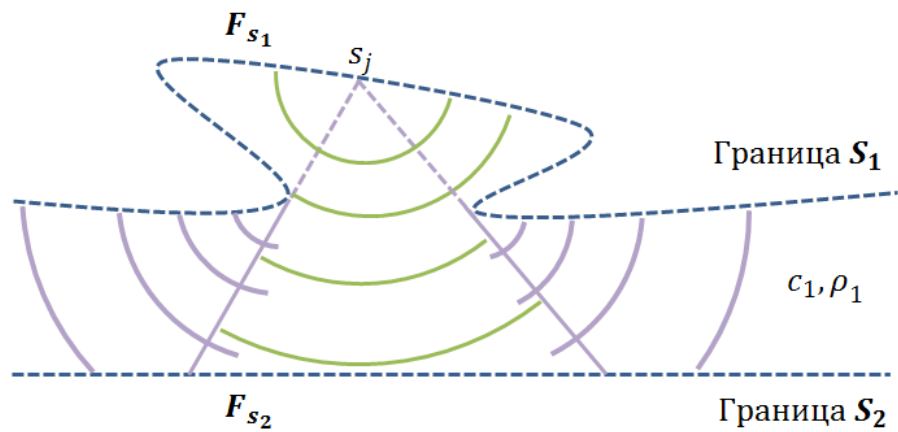


Рисунок 1.3. Физически реализуемый вектор волнового поля F_{S_2} на элементах границы S_2 после распространения от границы S_1 .

Отметим, что посредством комбинирования трёх основных блоков программы, можно моделировать распространение поля источника в произвольной слоистой среде, в соответствии с волновым кодом поля.

ГЛАВА 2 РЕАЛИЗАЦИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА МНКВ

В данной Главе описаны разработанные алгоритмы реализации и оптимизации пакета программ, как по производительности, так и по хранению данных, используемые алгоритмом. Рассмотрены вопросы точности и устойчивости алгоритма, а также произведён анализ производительности, разработанного прототипа.

2.1. Основные проблемы при реализации алгоритма

В данном разделе описаны основные проблемы, возникающие при реализации алгоритма МНКВ.

При реализации алгоритма, каждая граница триангулируется на N треугольников. Все вектора волнового поля на границах имеют размерность N . Все слоевые матрицы распространения-поглощения имеют размерность $N \times N$. Матрица распространения граница-приёмники имеет размерность $M \times N$, где M – количество приёмников.

Основная проблема при реализации алгоритма – это огромные массивы данных, которые необходимо хранить и обрабатывать. Приведём следующий пример: при $N = 150000$ объём необходимой памяти для хранения одной матрицы размерности $N \times N$, с учётом того, что все матрицы комплексные и заполняются числами с плавающей запятой одинарной точности, $N * N * 4 * 2 = 150000 * 150000 * 4 * 2 = \mathbf{168 \text{ Гб}}$. Кроме того, для формирования выходных данных, матрицы необходимо многократно перезаполнять и умножать на вектор некоторого волнового поля. Следует отметить, что все матрицы и вектора являются плотными.

При увеличении параметра N – количества треугольников, на которые дискретизуется граница, время расчёта алгоритма и объём требуемой памяти для нормальной работы увеличиваются экспоненциально. Поэтому для применения алгоритма в реалистических (прямых и обратных) задачах сейсмологии необходима его оптимизация по времени работы и по объёму требуемой памяти.

2.2. Архитектура пакета программ МНКВ

Данный раздел содержит описание разработанной архитектуры пакета программ МНКВ.

Рассмотрим общую схему реализации пакета (рисунок 2.1):

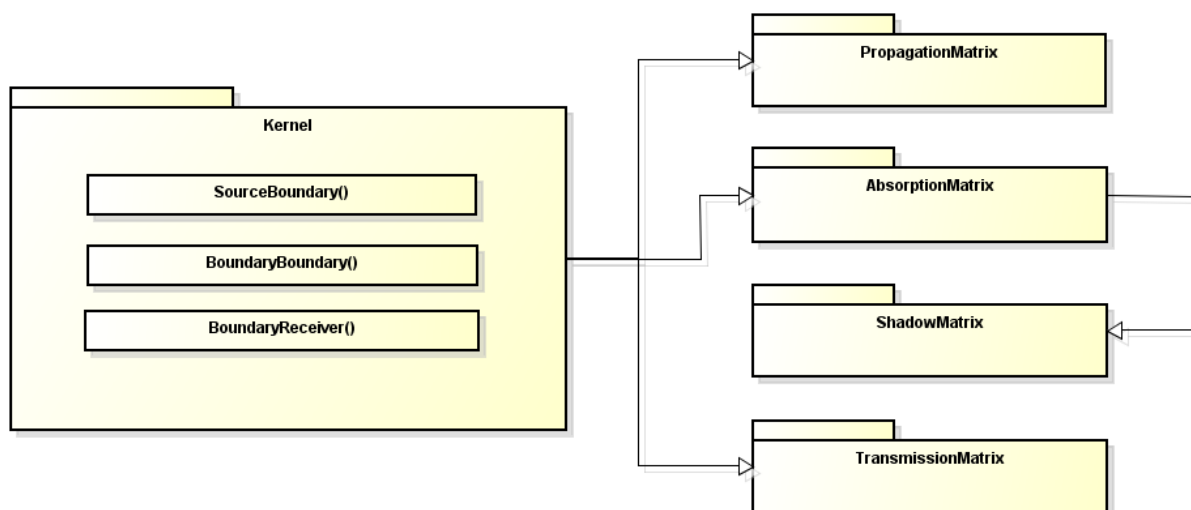


Рисунок 2.1. Схема реализации пакета программ МНКВ.

Программа состоит из трёх основных процедур:

- `SourceBoundary()` – моделирует падающее поле источника на границу с учётом каскадной дифракции;
- `BoundaryBoundary()` – моделирует распространение волнового поля от предыдущей границы к следующей с учётом каскадной дифракции, в соответствии с некоторым волновым кодом;
- `BoundaryReceiver()` – моделирует распространение волнового поля от последней границы в приёмники, с учётом каскадной дифракции от последней границы.

Каждая процедура получает в качестве входных параметров набор векторов волнового поля, каждый из которых соответствует заданной частоте ω_k из набора $[\omega_1 \dots \omega_K]$. На выходе каждая процедура возвращает новый преобразованный набор векторов волнового поля, каждый из которых соответствует частоте ω_k из набора $[\omega_1 \dots \omega_K]$.

Каждая процедура, в соответствии с формулами (1.3), (1.7), (1.6), соответственно, содержит в себе перемножение матрицы распространения на вектор волнового поля и перемножение матрицы поглощения на вектор волнового поля, которые реализованы в виде отдельных высокооптимизированных процедур в пакетах `PropagationMatrix` и `AbsorptionMatrix`, соответственно (рисунок 2.1). В пакете `ShadowMatrix` вычисляются матрицы тени для границ сред, которые используются при заполнении матриц поглощения. Пакет `TransmissionMatrix` содержит в себе процедуры, вычисляющие эффективные коэффициенты отражения и преломления для границ слоёв.

2.3. Матрицы распространения и поглощения. Реализация и оптимизация.

В данном разделе описан алгоритм перемножения матриц распространения и поглощения на вектора волнового поля и их предложенный оптимизированный вариант.

Рассмотрим возможный алгоритм перемножения матриц распространения волнового поля на некоторый входной набор векторов волнового поля. Алгоритм получает на вход набор векторов $F_S^{\omega_1} \dots F_S^{\omega_K}$ и на выходе возвращает вектора $F_{S'}^{\omega_1} \dots F_{S'}^{\omega_K}$.

```
// Цикл по частотам
for ( $k = 1 \dots K$ )
{
     $\omega_k = d\omega_k * k$ ;
    // Перезаполняем матрицу  $P(\omega_k)$ 
     $P(\omega_k) = [TWB_{ij}] (\omega_k)$ ;
    // Умножаем матрицу  $P(\omega_k)$  на вектор  $F_S^{\omega_k}$  и получаем
    // результирующий вектор
     $F_{S'}^{\omega_k} = P(\omega_k) * F_S^{\omega_k}$ ;
}
```

Для быстрого заполнения матрицы распространения P её необходимо хранить в оперативной памяти компьютера. Но объём требуемой памяти для хранения одной матрицы размерности $N \times N$ очень большой, что практически не позволяет целиком хранить её таким способом. Эта проблема была решена посредством разбиения исходной задачи на подзадачи и их последовательного решения. Было решено разрезать все матрицы размерности $N \times N$ на горизонтальные полосы, каждая из которых имеет размерность $M_1 \times N$, при этом выделять память только для одной полосы каждой матрицы (рисунок 2.2). На каждой итерации цикла по полосам матрицы считался свой набор векторов-результатов для каждой частоты ω_k , и затем все результаты объединялись друг с другом.

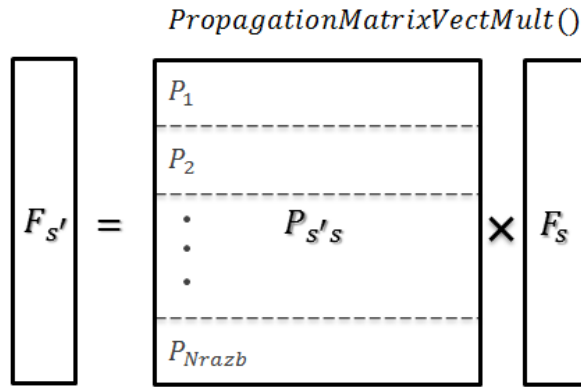


Рисунок 2.2. *Схема реализации перемножения матрицы распространения на вектор волнового поля.*

Таким образом, избегается полное хранение матрицы и соответствующие полосы перезаполняются на каждой итерации разбиения. При таком подходе, алгоритм может подстраиваться под любую вычислительную машину, имеющую любой фиксированный объём оперативной памяти путём изменения параметра M_1 – ширины полос, на которые разрезается искомая матрица.

Одна из проблем быстродействия алгоритма заключается в том, что на каждой итерации по частоте необходимо перезаполнять матрицы распространения $P(\omega_k)$ и поглощения $A(\omega_k)$, которые имеют большую размерность и это существенно влияет на скорость работы программы. Чтобы при перезаполнении матриц, в соответствии с формулой (1.4), на каждой итерации по частоте избежать вычисления трудоёмкой экспоненты в степени комплексного числа, было решено произвести следующие действия при реализации перемножение матриц распространения на вектора волнового поля:

- Завести дополнительный массив *PhaP* размерности $M_1 \times N$;
- На первой итерации цикла по частоте для $k = 1$ заполнить массив *P* по следующей формуле:

$$P = \frac{\Delta S_i}{|S_i - S_j|} * \frac{d\omega_k}{2\pi} * i,$$

а массив *PhaP* по формуле:

$$PhaP = e^{i * d\omega_k * 1 * \frac{|S_i - S_j|}{c_1}}.$$

- На последующих итерациях цикла по частотам поэлементно домножать вычисленный на предыдущей итерации цикла массив *P* на массив констант *PhaP*, а также на константу $k/(k - 1)$, где k – номер частоты из набора $[\omega_1 \dots \omega_K]$:

$$P = P * PhaP * k/(k - 1)$$

Таким образом, вычисление сложного выражения $P = \frac{\Delta S_j}{|s_i - s_j|} \frac{i\omega}{2\pi} * k * e^{i * d\omega_k * k * \frac{|s_i - s_j|}{c_1}}$ на каждой итерации по частоте k , заменяется перемножением трёх констант: $P = P * PhaP * k / (k - 1)$, что существенно увеличивает производительность алгоритма.

Реализация оптимизированного алгоритма может быть представлена в следующем виде:

```
// Цикл по полосам матрицы
for (razb = 1 .. NRazb )
{
    // Заполнить razb – ю часть матрицы P для первой частоты и матрицу PhaP;
    
$$P = \frac{\Delta S_i}{|s_i - s_j|} * \frac{d\omega_k}{2\pi} * i * 1;$$

    
$$PhaP = e^{i * d\omega_k * 1 * \frac{|s_i - s_j|}{c_1}};$$

    // Цикл по частотам
    for (k = 1 ... K )
    {
        // Перезаполнить полосу P в соответствии с номером частоты k
        
$$P *= PhaP * \left(\frac{k}{k-1}\right);$$

        // Умножить полосу P на k – ый вектор волнового поля  $F_s^{\omega_k}$ 
        
$$F_s^{\omega_k} = P * F_s^{\omega_k};$$

    }
}
}
```

Отметим, что современные технологии позволили перезаполнять матрицы существенно быстрее, чем считывать их с диска (в случае хранения матриц целиком на жёстком диске).

Реализации перемножения матрицы поглощения $A(\omega_k)$ на вектор волнового поля для каждой частоты ω_k выглядит аналогично, как и перемножение $P(\omega_k)$ на вектор за исключением того, что на каждой итерации по разбиению матрицы, считывается полоса матрицы тени H для данной границы и учитывается при вычислении матрицы поглощения, в соответствии с формулой (1.5).

Для $N = 112000$ и количества частот $K = 128$ результат работы одной процедуры, исполняющейся последовательно на процессоре Intel(R) Xeon(R) CPU E5630 @2.53GHz,

без оптимизации составила 27 часов. После оптимизации, указанной выше, работа одной процедуры составила 16 часов. Таким образом, за счёт изменения реализации алгоритма было получено ускорение в 1,7 раз.

2.4. Матрицы распространения и поглощения. Адаптация под параллельные архитектуры для CPU и GPU.

В данном разделе описан принцип переноса процедур, реализующих перемножение матриц распространения и поглощения на вектора волнового поля, под параллельные архитектуры для CPU и GPU с анализом полученных результатов.

Наиболее вычислительно трудоёмкие участки кода процедур распространения-поглощения – перезаполнение полос матриц и умножение на вектора волнового поля. Рассмотрим случай $N = 112000$ и $K = 128$. Тогда одна процедура должна заполнить данными в соответствии с формулой (1.4) $112000 * 112000 * 2 * 4 * 128 = 12\text{Tб}$ памяти и 128 раз перемножить комплексную матрицу размерности (112000×112000) на вектор.

Процедуры распространения-поглощения достаточно просто переключаются на параллельные архитектуры, поскольку заполнять массивы данных можно параллельно и независимо друг от друга, и также можно умножать матрицу на вектор в параллельном режиме, путём разбиения матрицы на подматрицы и раздачи этих подматриц потокам для умножения их на вектор.

Для заполнения полос матриц в параллельном режиме была задействована технология OpenMP. Для перемножения полос матриц на вектора было принято решение воспользоваться библиотекой готовых высокооптимизированных процедур линейной алгебры Intel MKL. После соответствующих изменений, время исполнения одной процедуры на 8 ядрах процессора Intel(R) Xeon(R) CPU E5630 @2.53GHz составило 2 часа. Таким образом, получено ускорение процедуры ещё в 8 раз за счёт её распараллеливания.

При адаптации алгоритма под GPU [4, 5] заполнения полос матриц также проводились в параллельном режиме. Для этого была реализована отдельная функция, исполняющееся устройством – ядро, после вызова которого, массивы данных заполняются параллельно. Для умножения полос матриц на вектора была использована библиотека CuBLAS высокооптимизированных процедур линейной алгебры для плотных матриц, исполняющихся на GPU. На рисунке 2.3 показан результат профилирования алгоритма для GPU. Из рисунка видно, что ядро, реализующее перезаполнение матриц, исполняется 48% времени работы всего алгоритма, а ядро, реализующее перемножение матрицы на

вектор – 50%. Также из рисунка видно, что загруженность графических процессоров составляет 95%, что говорит о высокой эффективности использования GPU алгоритмом. Это связано с отсутствием передачи данных между GPU и CPU во время работы алгоритма: перед запуском программы все данные копируются в память GPU, затем после вычислений результат копируется обратно на CPU.

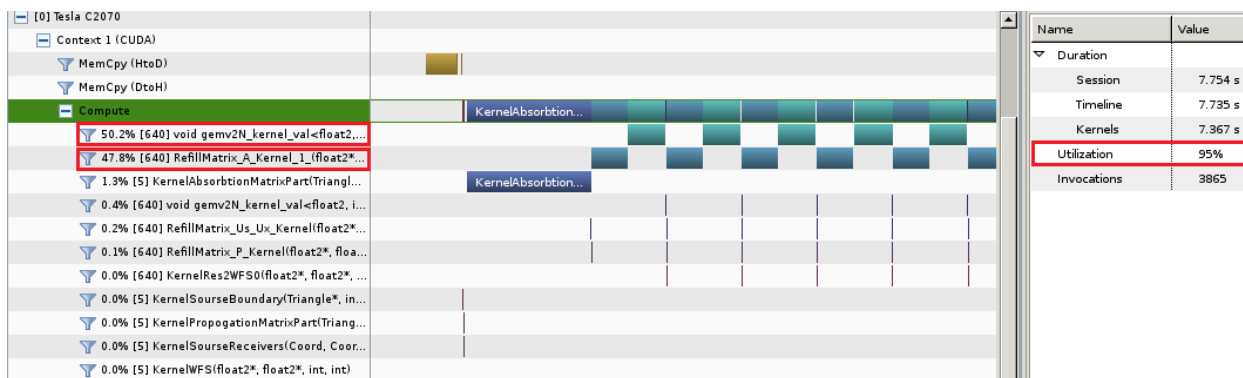


Рисунок 2.3. Результат профилирования алгоритма для GPU.

При $N = 112000$ и $K = 128$ время исполнения одной процедуры на видеокарте NVIDIA Tesla C2070 составило 13 минут, что почти в 125 раз быстрее времени работы первоначальной версии последовательной процедуры.

2.5. Алгоритм вычисления матрицы тени. Основные проблемы алгоритма.

В данном разделе описан алгоритм расчёта матрицы тени, необходимой для заполнения матрицы поглощения. Описаны основные проблемы реализации предложенного алгоритма.

Рассмотрим рисунок 2.4, на котором схематично изображено полупространство, ограниченное вогнутой границей S . Для этой границы определим двумерную функцию виртуальной тени $h(s, s')$. Пусть s и s' – две произвольные точки принадлежащие S . Если точка s «видит» точку s' , т.е. вектор ss' лежит полностью в полупространстве, то ss' будем считать физически реализуемым лучом и $h(s, s') = 0$. Иначе, если s «не видит» s' , т.е. вектор ss' не лежит полностью в полупространстве, то ss' будем считать физически не реализуемым лучом и $h(s, s') = 1$.

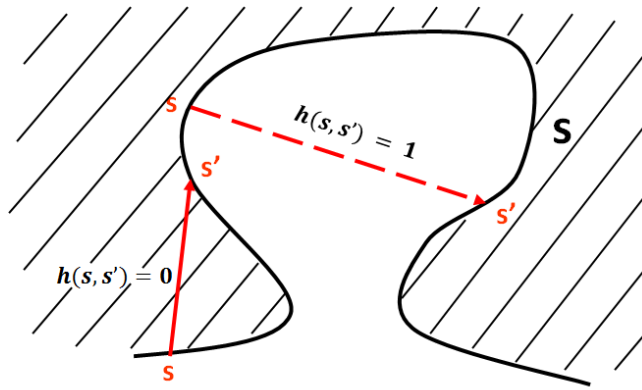


Рисунок 2.4. Определение функции виртуальной тени.

Используя описанную функцию, можно определять так называемые освещённые и затенённые зоны на границе для моделирования каскадной дифракции. Если границу S дискретизировать на N треугольников, то функцию $h(s, s')$ можно представить в виде квадратной матрицы тени H размерности $N \times N$. Следует отметить, что матрица тени – симметричная, т.е. $H[s][s'] = H[s'][s]$, $\forall s, s' \in S$, что следует из определения функции тени. Это утверждение позволяет не вычислять матрицу целиком, а вычислять лишь её верхнетреугольную часть, а нижнетреугольную получать из вычисленной верхнетреугольной. Матрица заполняется только нулями и единицами.

Опишем возможный алгоритм вычисления матрицы тени:

// Изначально массив H должен быть заполнен нулями.

$H[s][s'] = 0, \forall s, s' \in S$

// Двойной цикл по элементам границы.

Цикл ($k = 1 \dots N$)

{

Цикл ($q = 1 \dots N$)

{

1. Вычислить вектор kq ;
2. Вычислить косинус угла $\cos k$ между нормалью элемента k и kq ;
3. Вычислить косинус угла $\cos q$ между нормалью элемента q и kq ;
4. **Если** $\cos k < 0$ или $\cos q < 0$

{

- 1) $H[k][q] = 1$;
- 2) Перейти к выполнению новой итерации цикла по q .

}

```

иначе
{
    // Новый цикл по элементам границы, с целью определить пересекает
    // ли вектор kq границу хотя бы в одной точке. Если пересекает, то
    // элемент с номером k «не видит» элемент с номером q и
    //  $H[k][q] = 1$ , иначе k «видит» q и  $H[k][q] = 0$ .
    Цикл ( $n = 1 \dots N$ )
    {
        1) Находим точку пересечения o вектора kq с плоскостью,
           которую образует элемент границы с номером n;
        2) Определяем, принадлежит ли точка o элементу с номером n.
           Если да, то найдена точка пересечения вектора kq с границей,
           элемент с номером k «не видит» элемент с номером q и
            $H[k][q] = 1$ ; перейти к выполнению новой итерации цикла по q.
    }
}
}
}

```

Отметим основные проблемы реализации приведённого алгоритма.

- Матрица тени, как и все квадратные матрицы МНКВ имеет размерность $N \times N$, где N – количество элементов триангулированной границы. Поэтому, к примеру, при $N = 112000$, объём необходимой памяти для хранения одной такой матрицы для одной границы составляет $112000 * 112000 = 12\text{Гб}$, а при $N = 150000$ – уже 21Гб , что неприемлемо много.
- Из алгоритма, приведённого выше, видно, что его трудоёмкость составляет $O(N^3)$, что при больших размерностях матрицы также неприемлемо.

Для нормальной работы алгоритма необходима оптимизация расчёта матрицы тени как по производительности, так и по требуемой памяти.

2.6. Оптимизация хранения матрицы тени

В данном разделе предложен алгоритм хранения матрицы тени в сжатом состоянии. Приведены результаты работы разработанной процедуры и предложены дальнейшие действия по её оптимизации.

Заполненная матрица тени H необходима для вычисления матрицы поглощения A описанной в предыдущем разделе. Так как, в отличие от остальных матриц и векторов МНКВ, теневая матрица не зависит от дискретной частоты ω_k и при вычислении K матриц поглощения, каждая из которых соответствует частоте ω_k , используется одна и та же матрица тени, то имеет смысл вычислять все теневые матрицы для каждой границы до запуска основного алгоритма и хранить их в сжатом состоянии. Учитывая реализацию процедуры перемножения матриц поглощения на вектора волнового поля, было бы идеальным хранить матрицу тени для данной границы в виде набора сжатых по определённому алгоритму полос, на которые бы разрезалась матрица по аналогии с матрицами распространения-поглощения. Затем для каждой полосы матрицы поглощения запрашивалась бы соответствующая полоса матрицы тени, разжималась, и происходило бы перезаполнение A в соответствии с формулой (1.5). Так как матрица тени симметричная, то запускать алгоритм для заполнения её нижнетреугольной части неоптимально. Выгодно нижнетреугольную часть заполнять из вычисленной верхнетреугольной. Но так как память выделяется только для одной полосы матрицы и после её заполнения она сжимается и хранится в сжатом состоянии, возникает следующая проблема (рисунок 2.5): как при таком подходе заполнить часть полосы, принадлежащую нижнему треугольнику матрицы? Чтобы это сделать, необходимо знать информацию о столбцах всех полос, заполненных на предыдущих итерациях, которые хранятся в сжатом состоянии. Поэтому, чтобы заполнить часть полосы из нижнего треугольника матрицы, необходимо разжимать все полосы, заполненные на предыдущих шагах и извлекать из них соответствующие столбцы. Из рассуждений нетрудно понять, что этот подход неоптимален.

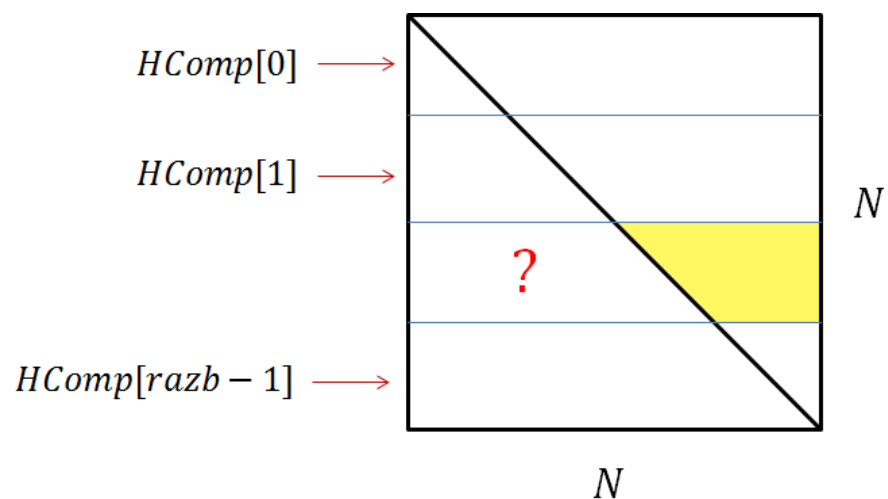


Рисунок 2.5. Проблема, возникающая при заполнении матрицы тени, в случае её хранения в виде набора сжатых полос.

Поэтому было решено разрезать теньевую матрицу на полосы, а каждую полосу на квадраты (рисунок 2.6). Все квадраты, принадлежащие верхнему треугольнику матрицы, заполняются по алгоритму расчёта матрицы тени, который приведён выше, а все квадраты, принадлежащие нижнему треугольнику матрицы, заполняются путём транспонирования соответствующих квадратов из верхнего треугольника.

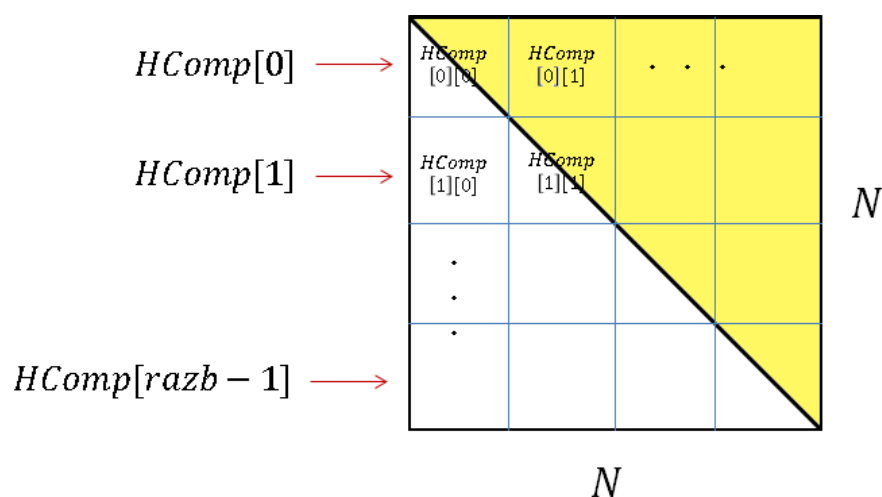


Рисунок 2.6. Алгоритм хранения матрицы тени.

Далее приведён модифицированный алгоритм расчёта и хранения матрицы тени.

// Цикл по квадратным подматрицам из верхнетреугольной части матрицы тени.

Цикл ($i = 1 \dots razb$)

{

Цикл ($j = i \dots razb$)

 {

 // Если квадратная подматрица диагональная.

Если $i == j$

 {

- 1) Заполнить верхнетреугольную часть квадратной подматрицы по алгоритму расчёта матрицы тени;
- 2) Получить нижнетреугольную часть квадратной подматрицы из верхнетреугольной, используя свойство симметричности матрицы тени;
- 3) Сжать заполненную квадратную подматрицу и добавить в полосу i (рисунок 2.7).

```

}
иначе
{
    1) Заполнить квадратную подматрицу  $(i, j)$  по алгоритму расчёта
        матрицы тени;
    2) Заполнить квадратную подматрицу  $(j, i)$  путём транспонирования
        подматрицы  $(i, j)$ ;
    3) Сжать заполненные подматрицы и добавить в полосы  $i$  и  $j$ 
        соответственно (рисунок 2.7).
}
}
}

```

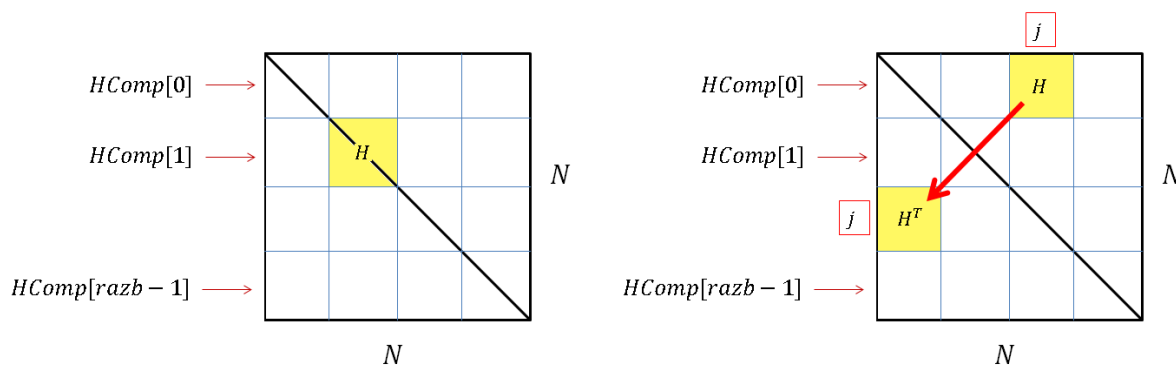


Рисунок 2.7. Алгоритм заполнения матрицы тени. Слева: случай диагональной подматрицы, справа: случай не диагональной подматрицы.

Сжатие подматриц выполнялось в следующем виде. Считалось количество нулей матрицы идущих подряд до первой единицы, и это количество сохранялось в виде целого числа. Затем считалось количество подряд идущих единиц до первого нуля и сохранялось в виде целого числа и т.д. Этот алгоритм сжатия является вариацией известного алгоритма Run-length encoding (RLE) [37]. Таким способом удалось достигнуть сжатия матрицы тени более чем в 10 раз.

На рисунке 2.9 показаны 4 вектора матрицы тени, как результат тестирования реализованного алгоритма приведённого выше. В качестве границы была взята двумерная функция $f(x, y) = e^{-x^2} * e^{-y^2}$, $x \in [-2; 2], y \in [-2; 2]$, которая отмечена на рисунке 2.8.

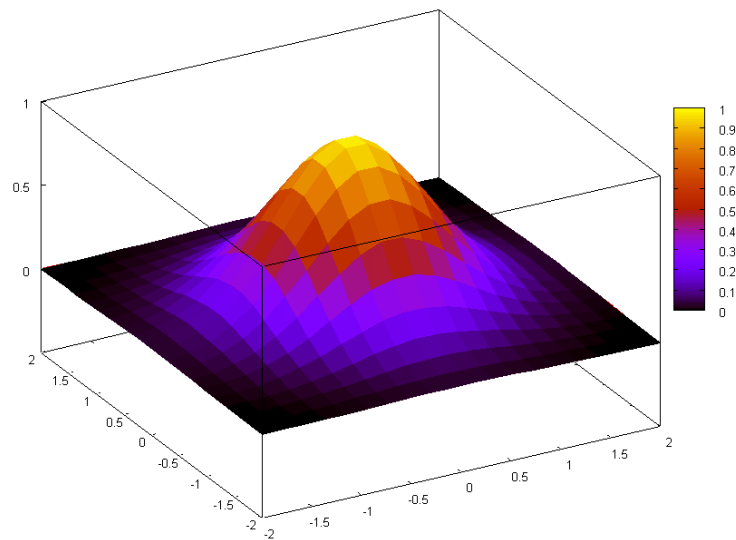


Рисунок 2.8. Вид поверхности, выбранной для тестирования алгоритма хранения и сжатия матрицы тени.

Каждый из векторов, изображённых на рисунке можно интерпретировать, как проекцию функции $f(x, y)$ на плоскость xy . Красными точками отмечены точки на границе, с которых ведётся наблюдение на всю поверхность. Нулями отмечены освещённые, относительно этих точек, зоны, а единицами – затенённые. Последний вектор изображает ситуацию, когда ведётся наблюдение с точки максимума функции $f(x, y)$ на всю поверхность. В этом случае, при данной границе, указанная точка не может «видеть» ни одну другую точку на поверхности, кроме себя.

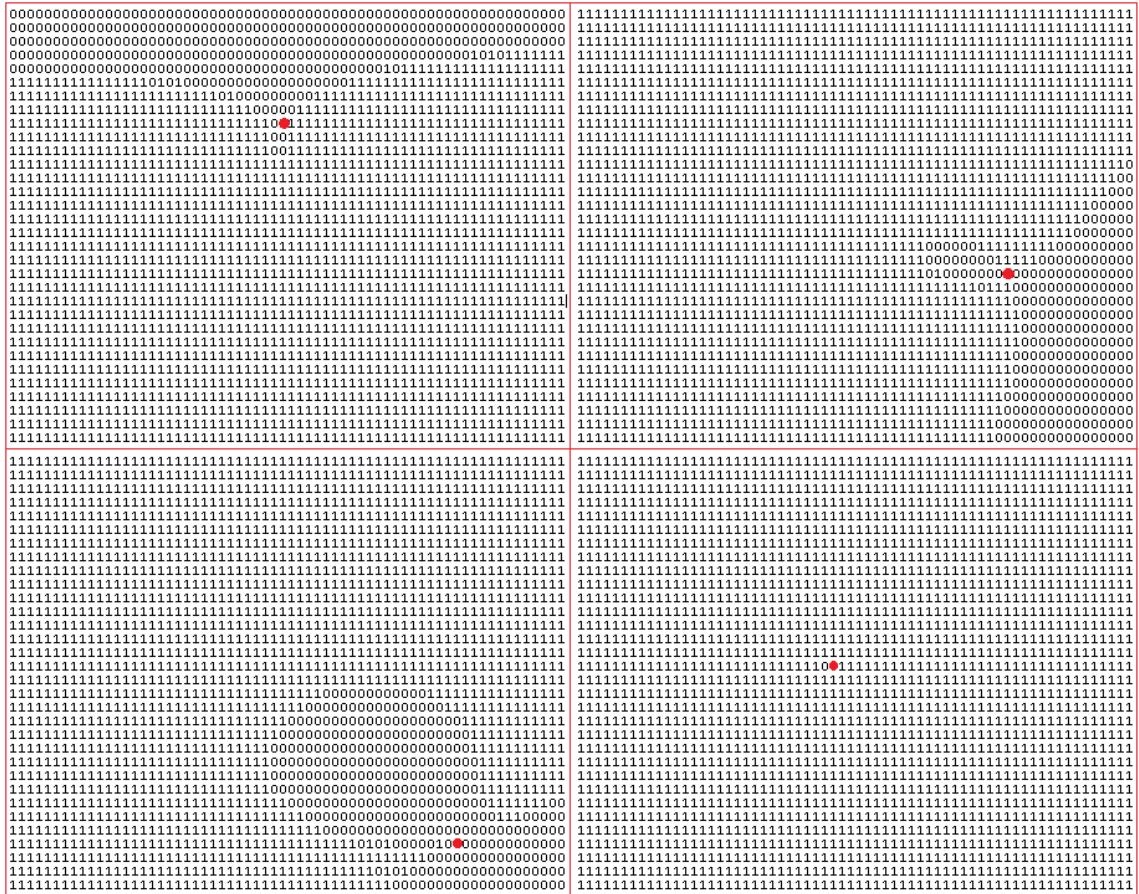


Рисунок 2.9. *Результат работы заполнения матрицы тени на примере её четырёх векторов.*

Несмотря на то, что сделаны шаги, по оптимизации использования и хранения матрицы тени, существует проблема в производительности алгоритма, которая существенно уменьшается при увеличении дискретизации границы, а значит и размерности требуемой матрицы. Нетрудно заметить, что алгоритм определения участков затенения на границе частично пересекается с известным алгоритмом трассировки лучей [5]. Как и в алгоритме расчёта матрицы тени, самой ресурсоёмкой частью метода трассировки лучей является поиск пересечения луча с примитивами – в нашем случае с границей, состоящей из N треугольников. Поэтому следующим шагом по оптимизации расчёта матрицы тени будет исследование ускоряющих структур, которые используются при реализации метода трассировки лучей, поиск наиболее оптимальных и подходящих для расчёта матрицы тени и их адаптация с целью ускорения заполнения теневой матрицы.

2.7. Эффективные коэффициенты отражения и преломления (ЭКО/П)

В данном разделе описано тестирование процедуры расчёта эффективных коэффициентов отражения и преломления на границах сред. На примере показана точность и устойчивость алгоритма МНКВ.

В разделе 1.3 Главы 1 описан алгоритм моделирования распространения поля источника в слоистой среде. С целью моделирования отражения или преломления падающего поля на границе, был перенесён код с языка Fortran на язык C уже готовой процедуры, которая использовалась в предыдущей версии МНКВ-пакета. Произведена некоторая оптимизация процедуры за счёт изменения реализации алгоритма, а также распараллелена с использованием технологии OpenMP.

Для проверки корректности работы C-процедуры, реализующую вычисление ЭКО/П, было решено произвести моделирование частотных спектров поля источника в приёмниках после отражения его от плоской границы (рисунок 2.10), разделяющую два акустических полупространства, и затем сравнить их с частотными спектрами полученные с помощью аналитической формулы из статьи [39].

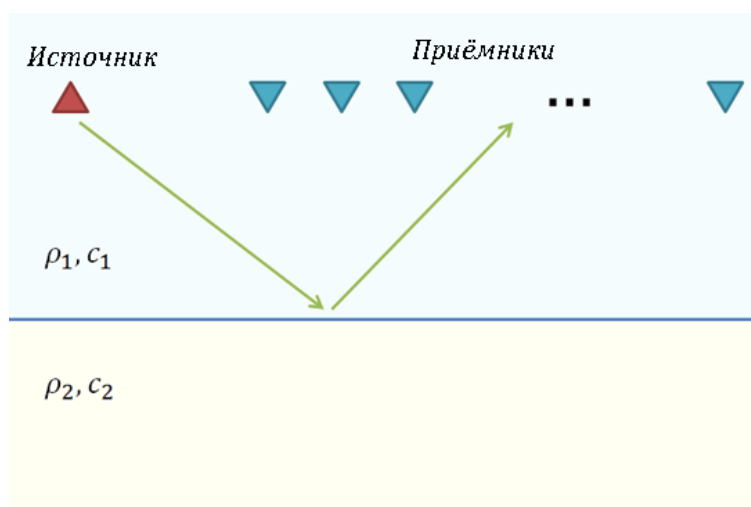


Рисунок 2.10. Моделирование отражения поля источника от плоской границы.

В [39] рассматривается аналитическое описание отражения продольной волны от плоской границы между однородными упругими средами. Для того чтобы получить корректные формулы для случая акустических сред, достаточно в формулах заменить упругий ЭКО на акустический и убрать вектор поляризации волны. После указанных выше преобразований получаем следующую аналитическую формулу для расчёта спектра волнового поля в приёмниках:

$$WF(x, \omega) = g(x, \omega) * \mu_{11} \left[\theta(x), \omega \frac{R(x)}{c_1} \right] \quad (2.1),$$

где x – удаление приемник-источник (офсет), ω – угловая частота, $g(x, \omega) = \frac{\rho_1}{R(x)} e^{i\omega \frac{R(x)}{c_1}}$ – сферическая волна в приемниках с радиусом кривизны фронта $R(x) = \sqrt{(2h)^2 + x^2}$ при глубине плоской границы h , $\mu_{11} \left[\theta(x), \omega \frac{R(x)}{c_1} \right]$ – эффективный коэффициент отражения, зависящий от угла падения сферической волны $\theta(x) = \arcsin\left(\frac{x}{R(x)}\right)$ в приемнике и безразмерного аргумента $\omega \frac{R(x)}{c_1}$. Используя комплексный спектр (2.1), можно записать его абсолютное значение в виде:

$$|WF(x, \omega)| = \frac{\rho_1}{R(x)} |\mu_{11}|$$

Для получения абсолютного значения спектра в приёмниках, вычисленного с помощью МНКВ, после отражения сферической волны от плоской границы достаточно воспользоваться следующей формулой:

$$|WF(x, \omega)| = |P_{xs} [\mu_{11} * g_{sy}]|$$

Здесь g_{sy} – сферическая волна от источника на элементах плоской границы, вектор которой поэлементно умножается на вектор ЭКО μ_{11} . Затем на полученный вектор умножается матрица распространения граница-приёмники P_{xs} .

На рисунках 2.11, 2.12 и 2.13 показаны графики зависимости спектров в трёх приёмниках, с офсетами 0, 1.1547 и 1.4 соответственно, от угловой частоты ω . Графики обозначенные красным цветом получены с помощью аналитической формулы, графики обозначенные зелёным цветом – с помощью С-версии МНКВ пакета.

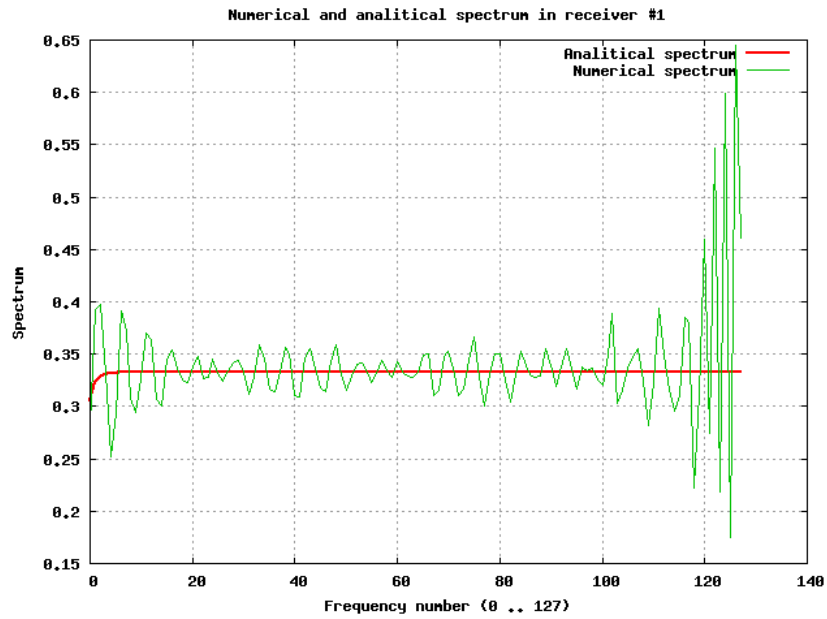


Рисунок 2.11. График зависимости модуля спектра от угловой частоты, вычисленный аналитической формулой и МНКВ. Офсет 0.

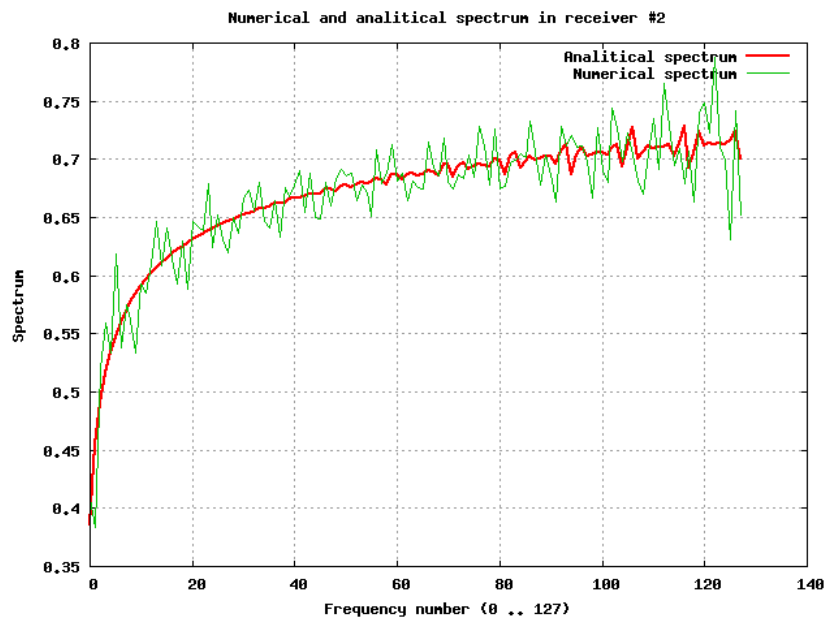


Рисунок 2.12. График зависимости модуля спектра от угловой частоты, вычисленный аналитической формулой и МНКВ. Офсет 1.1547.

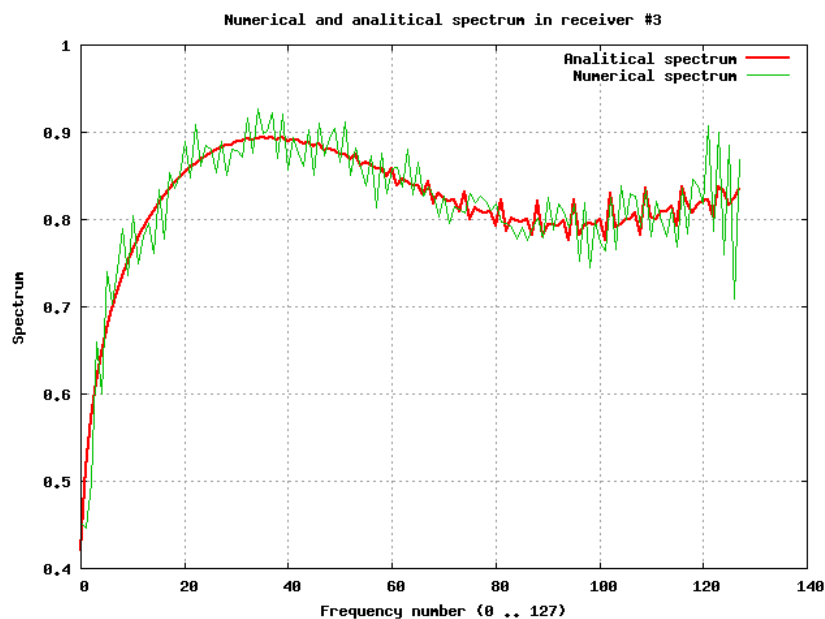


Рисунок 2.13. График зависимости модуля спектра от угловой частоты, вычисленный аналитической формулой и МНКВ. Офсет 1.4.

Для оценки погрешности счёта модуля спектров с помощью МНКВ, была применена следующая формула среднеквадратической относительной погрешности:

$$\varepsilon(x) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{|WF^{analytic}(x, \omega_k)| - |WF^{numeric}(x, \omega_k)|}{|WF^{analytic}(x, \omega_k)|} \right\}^2}$$

В результате оказалось, что среднеквадратическая ошибка для всех приёмников принадлежит интервалу от 4% до 16%. В частности, для офсета 0 среднеквадратическая ошибка равна 16,05%, для офсета 1.1547 – 3,84%, для офсета 1.4 – 3,94%. После перехода от частотной области во временную, как для спектров, полученных с помощью аналитической формулы, так и для спектров, полученных с помощью МНКВ и построения сейсмограмм (рисунок 2.14), оказалось, что среднеквадратическая ошибка между аналитическим подходом и МНКВ составила менее 1%. Малая погрешности говорит о высокой точности вычисления сейсмограмм с помощью МНКВ. Также в качестве вывода проделанной работы, следует отметить высокую устойчивость метода по отношению к высокочастотным погрешностям в амплитудах и фазах спектра. Это можно наблюдать на рисунках 2.11, 2.12 и 2.13, где видно, что численные спектры осциллируют вокруг аналитических. При этом после перехода во временную область и построения сейсмограммы трассы оказываются практически одинаковыми. Именно полученное свойство устойчивости метода, позволило отказаться от использования чисел с

плавающей запятой двойной точности и использовать числа с плавающей запятой одинарной точности. Такой переход позволил существенно быстрее производить моделирование при практически неизменной точности результатов.

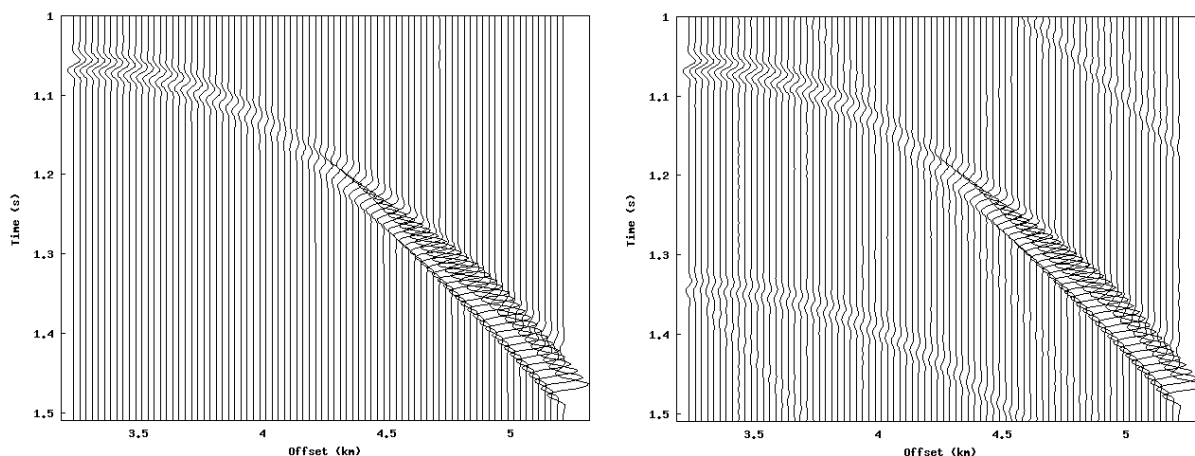


Рисунок 2.14. Сейсмограммы после моделирования отражения поля источника от плоской границы. Слева: аналитический подход, справа: МНКВ.

2.8. Анализ производительности МНКВ

В данном разделе произведён анализ производительности разработанного прототипа алгоритма МНКВ.

Произведём оценку времени работы МНКВ. Рассмотрим три типа распространения волн, при комбинировании которых можно оценить время работы алгоритма для любой модели при соответствующем коде волны:

- падающее на границу поле источника с преломлением/отражением на этой границе;
- распространение поля от одной границы к следующей границе с преломлением/отражением на последней в соответствии с кодом волны;
- распространение поля от последней границы в приёмники.

Обозначим за переменную t_A время перемножения матрицы поглощения A на вектор волнового поля, t_P – время перемножения матрицы распространения P на вектор волнового поля, t_T – время расчёта матрицы эффективных коэффициентов отражения/преломления (ЭКО/П) на границе, t_H – время расчёта матрицы тени H для заданной границы. Пусть N – это количество треугольников, на которые дискретизирована каждая граница.

Падающее на границе поле может быть представлено в виде физически реализуемого поля источника на границе в однократном приближении:

$$g^F = g_{s'y} + P_{s's} * A_{ss'} * g_{s'y} \quad (2.2),$$

где $g_{s'y}$ – вектор размерности N , $P_{s's}$, $A_{ss'}$ – матрицы размерности $N \times N$. Чтобы учесть преломление/отражение поля на границе, в выражение (2.2) добавляются ЭКО/П в следующем виде:

$$T_{21}g^F = [T_{s'}g_{s'y}] + [T_{s's}P_{s's}] * A_{ss'} * g_{s'y} \quad (2.3),$$

где $T_{s'}$ – вектор ЭКО/П размерности N , $T_{s's}$ – матрица ЭКО/П размерности $N \times N$, $[]$ – операция поэлементного умножения вектор-вектор или матрица-матрица. Из формулы (2.3), пренебрегая временем, необходимым для расчёта первого члена суммы, получаем время расчёта поля источника на границе с учётом каскадной дифракции в однократном приближении:

$$t_1 = t_A + t_P + t_T \quad (2.4)$$

Распространение поля от предыдущей границы S к следующей границе S' может быть представлено в виде физически реализуемого поля на границе S' в однократном приближении:

$$\begin{aligned} F_{s'} &= P_{s's}^F * F_s = \\ &= ([T_{s's}P_{s's}] + [T_{s's}P_{s's}] * A_{ss}) * F_s \end{aligned} \quad (2.5),$$

где все матрицы, представленные в формуле (2.5) имеют размерность $N \times N$. F_s – вектор волнового поля на границе S , $F_{s'}$ – результирующий вектор волнового поля на границе S' . Вектора имеют размерность N . $T_{s's}$ – матрица ЭКО/П, $[]$ – операция поэлементного перемножения матрица-матрица. Из (2.5) получаем оценочную формулу времени расчёта физически реализуемого волнового поля на следующей границе при моделировании распространения его от предыдущей границы в однократном приближении:

$$t_2 = t_A + 2 * t_P + 2 * t_T \quad (2.6)$$

В частности для прохождения L -слоистой среды с отражением/преломлением на каждой границе потребуется $L * t_2$ времени.

Распространение поля от границы в приёмники может быть представлено в виде физически реализуемого поля от границы в приёмники в однократном приближении:

$$\begin{aligned} F_x &= P_{xs}^F * F_s = \\ &= (P_{xs'} + P_{xs'} * P_{s's''} * A_{s''s}) * F_s \end{aligned} \quad (2.7)$$

где F_s – вектор поля на границе размерности N , P_{xs}^F – физически реализуемая матрица распространения граница-приёмники, которая может быть представлена в однократном приближении в виде суммы указанной в (2.7), $P_{xs'}$ – матрица размерности $M \times N$, где M –

количество приёмников, $P_{s's''}$ и $A_{s''s}$ – матрицы размерности $N \times N$. Поскольку $M \ll N$, то, пренебрегая временем умножения матрицы $P_{xs'}$ на вектор F_s , получаем время расчёта распространения поля от границы в приёмники:

$$t_3 = t_A + t_P \quad (2.8)$$

Таким образом, комбинируя t_1, t_2 и t_3 из (2.4), (2.6) и (2.8), можно получить формулу для оценки времени моделирования распространения поля в слоистой среде с отражением/преломлением на границах, с учётом каскадной дифракции в однократном приближении и кода волнового поля, который указывает пользователь.

В таблице 2.1 представлено время работы процедур перемножения матрицы поглощения A на вектор, матрицы распространения P на вектор, время расчёта матрицы эффективных коэффициентов отражения/преломления T и матрицы тени H в зависимости от дискретизации границы. Процедуры исполнялись на восьми ядерном процессоре Intel(R) Xeon(R) CPU E5630 @2.53GHz в параллельном режиме.

Таблица 2.1. *Время расчёт различных типов матриц, в зависимости от дискретизации границы.*

Тип матрицы	Ко-во треугольников границы	Время работы процедуры, сек
Поглощения, A	10000	52
	30000	436
	50000	1191
	70000	2267
	90000	3741
Распространения, P	10000	54
	30000	461
	50000	1222
	70000	2400
	90000	3885
Преломления/Отражения, T	10000	2407
	30000	7035
	50000	11417
	70000	15925
	90000	25330
Матрица тени, H	2500	60
	5000	380
	11250	4604
	20000	26055

На рисунке 2.15 нанесены графики времени счёта матриц распространения, поглощения, ЭКО/П и тени в зависимости от количества треугольников границы. Из

рисунка видно, что необходима более глубокая оптимизация алгоритмов заполнения матриц ЭКО/П и матрицы тени.

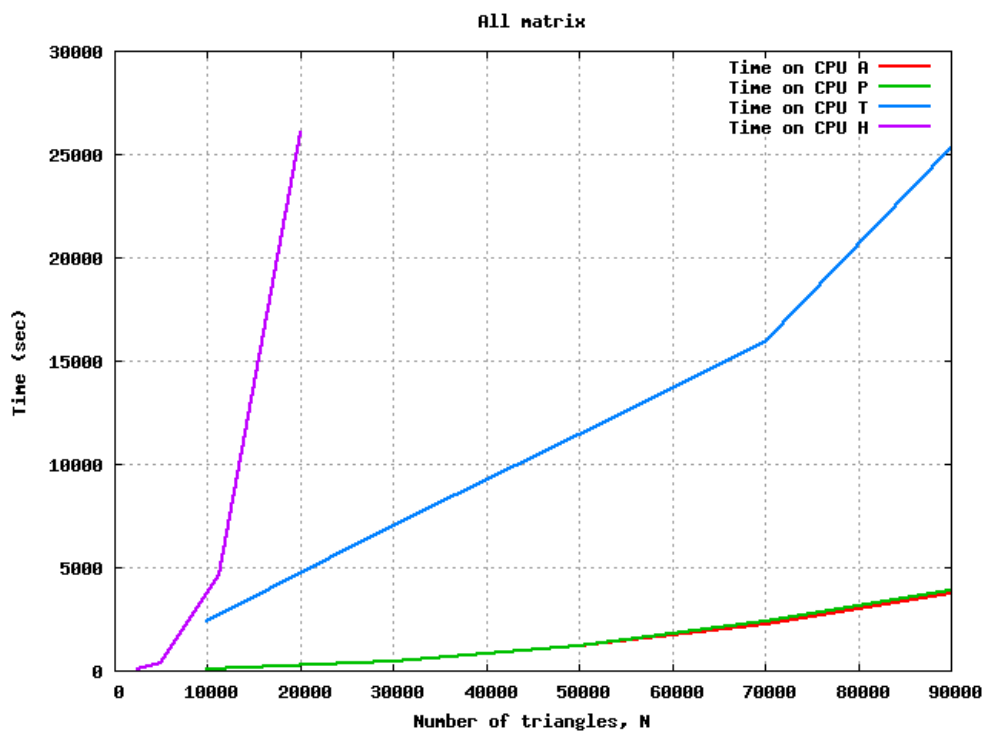


Рисунок 2.15. *Время счёта различных типов матриц, в зависимости от дискретизации границы.*

ГЛАВА 3 ТЕСТИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА МНКВ

В данной Главе описывается тестирование разработанного прототипа алгоритма МНКВ для четырёх типов границ и проведён анализ полученных сейсмограмм.

3.1. Тест 1: дифракционное волновое поле для границ простейшей формы

В этом разделе описаны результаты моделирования волнового поля в однородном акустическом полупространстве с границами цилиндрического типа в форме:

- клина,
- гиперболического цилиндра,
- параболического цилиндра.

Волновое поле в приёмниках, в соответствии с формулами из Главы 1, имеет следующий вид:

$$F_x = G_x + D^{(1)}, \quad (3.1)$$

где $D^{(1)} = P_{xS} * A_{SS'} * G_{S'}$ – первый член каскадной дифракции, G_x – падающая сферическая волна в приёмниках. Матрица тени позволяет разделить границу на две грани (верхняя грань S_1 и нижняя грань S_2), участвующие в матричном умножении, а также представить столбец $D^{(1)}$ в виде двух составляющих столбцов. В случае границы в форме клина $D^{(1)} = P_{x2} * A_{21} * G_1$, а в случае границ в форме гиперболического цилиндра и параболического цилиндра $D^{(1)} = P_{x2} * A_{21} * G_1 + P_{x2} * A_{22} * G_2$. Первое слагаемое в $D^{(1)}$ описывает дифракцию на сближенных рёбрах граней S_1 и S_2 , а второе слагаемое описывает ползущую волну в первом приближении.

Для первых трёх тестов использовались следующие параметры среды: скорость 2.0 км/с, плотность 2.1 г/см³. Источник был расположен в точке ($x = 4$ км, $y = 0$ км, $z = 1$ км), 101 приёмник – вдоль прямой от точки ($x = 3.25$ км, $y = 0$ км, $z = -1$ км) до точки с координатами ($x = 4.75$ км, $y = 0$ км, $z = -1$ км) с шагом $\Delta x = 0.015$ км. Импульс источника имеет косинусоидальную форму $e^{-(2\tau)^2} \cos(2\pi\tau)$, где $\tau = \frac{t}{T} - 2$. $T = 0.032$ с – доминирующий период волны соответствующий доминирующей длине волны в 0.064 км и доминирующей частоте в 31.25 Гц. Все три типа цилиндрических границ имеют общую линию касания луча или ребро на линии $x = 4$ км. Граница в форме клина была задана в виде аналитической формулы: $z = \pm 0.41 (4 - x)$; граница в форме гиперболического цилиндра – в виде формулы $z = \pm 0.4 \sqrt{(5.25 - x)^2 - 1.25^2}$; и граница в форме

параболического цилиндра была задана в виде аналитической формулы $z = \pm 0.4 \sqrt{4 - x}$. Знаки + и - соответствуют верхним и нижним сторонам границ соответственно. На рисунке 3.1 схематично изображены описанные модели.

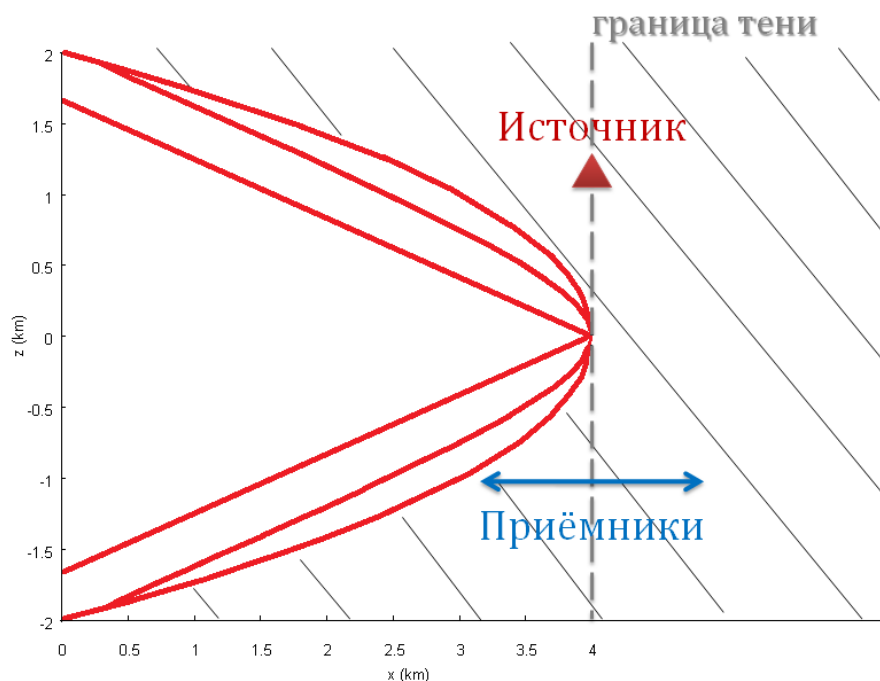


Рисунок 3.1. Модели распространения поля источника в приёмники в полупространствах с границами в форме: клина, гиперболического цилиндра, параболического цилиндра.

На рисунке 3.2 на примере границы в форме клина показана существенная разница между способами вычисления обычной функции Грина G_x и физически реализуемой функции Грина F_x . До суммирования, в соответствии с формулой (3.1), дифракционный член первого порядка в зоне тени состоит из прямой сферической волны с отрицательной амплитудой (красный штрихованный волновой фронт) и дифрагированной волны (зелёный волновой фронт), порождённой от линии касания луча с поверхностью. После суммирования с прямой сферической волной, можно получить физически реализуемую функцию Грина, которая будет состоять из прямой сферической волны только в освещённой зоне (красный волновой фронт) и дифрагированной волны (зелёный волновой фронт).

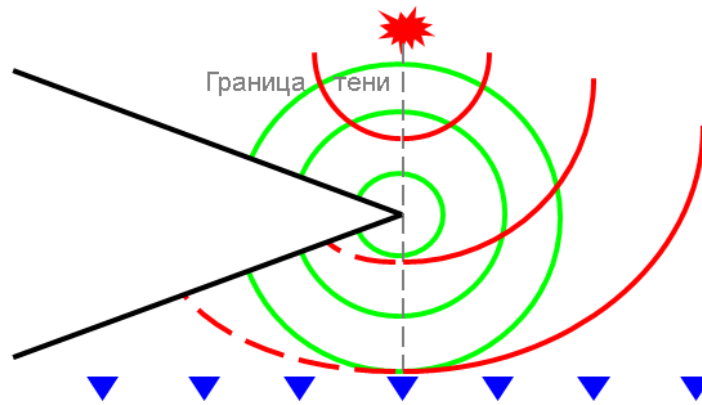


Рисунок 3.2. *Распространение волновых фронтов в полупространстве с границей в форме клина.*

На рисунке 3.3 изображено распространение поля источника в приёмники без учёта границы, в виде обычной функции Грина. Также показана полученная сейсмограмма.

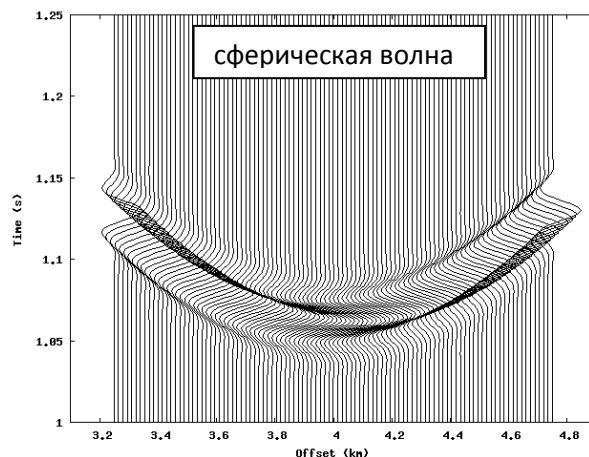
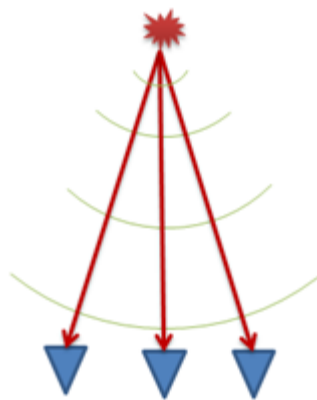


Рисунок 3.3. *Схема распространение поля источника в приёмники без учёта границы и полученная сейсмограмма.*

На рисунке 3.4 изображены первый дифракционный член (левая сейсмограмма) и физически реализуемая функция Грина (правая сейсмограмма) для случая границы в форме клина. Эта граница имеет на ребре нулевой радиус кривизны. Дифракционная волна, порождённая на ребре клина, видна на сейсмограммах позади прямой сферической волны. Время прихода дифракционной волны очень близко к времени прихода краевой волны. Амплитуды дифрагированной волны положительные в зоне тени ($x < 4$ км) и отрицательные в освещённой зоне ($x > 4$ км). Слабое отклонение амплитуд дифракционной волны от амплитуд краевой волны заметно в приёмниках $x = 3.25$ км и

$x = 4.75$ км. Также амплитуда дифрагированной волны на границе тени (приёмник $x = 4.0$ км) не равна половине амплитуды сферической волны. В работах [15, 51] было показано, что дифракционная волна может быть представлена в виде суммы дифракционной поправки для границы в форме клина и дополнительного волнового поля, описывающего эффект ползущей волны в первом приближении.

На рисунке 3.5 изображены дифракционный член первого порядка (левая сейсмограмма) и физически реализуемая функция Грина (правая сейсмограмма) для случая границы в форме гиперболического цилиндра. Эта граница имеет радиус кривизны 0.2 км на линии касания луча с поверхностью. Эта величина сравнима с трёхкратной доминирующей длиной волны. В освещённой зоне дифрагированная волна, порождённая на линии касания луча с поверхностью, имеет амплитуды сравнимые с амплитудами краевой волны. В работах [15, 51] было показано, что в зоне тени дифрагированная волна может быть представлена в виде суммы волны, дифрагированной на клине, ребро которого совпадает с линией касания луча с поверхностью, и дополнительной ползущей волны, запаздывающей по времени прибытия, амплитуды которой возрастают в направлении к глубокой тени.

На рисунке 3.6 изображены дифракционный член первого порядка (левая сейсмограмма) и физически реализуемая функция Грина (правая сейсмограмма) для случая границы в форме параболического цилиндра. Эта граница имеет радиус кривизны 0.5 км на линии касания луча с поверхностью. Эта величина сравнима с восьмикратной доминирующей длиной волны. В освещённой зоне дифрагированная волна, порождённая на линии касания луча с поверхностью, имеет амплитуды сравнимые с амплитудами краевой волны. В работах [15, 51] было показано, что в зоне тени дифрагированная волна может быть представлена в виде суммы волны, дифрагированной на клине, ребро которого совпадает с линией касания луча с поверхностью, и дополнительной ползущей волны, запаздывающей по времени прибытия, амплитуды которой возрастают в направлении к глубокой тени. Видно, что амплитуды ползущего волнового поля для случая границы в форме параболического цилиндра больше, чем амплитуды ползущего волнового поля для случая границы в форме гиперболического цилиндра. Этот эффект может быть объяснён зависимостью амплитуд от кривизны границы на линии касания луча с поверхностями.

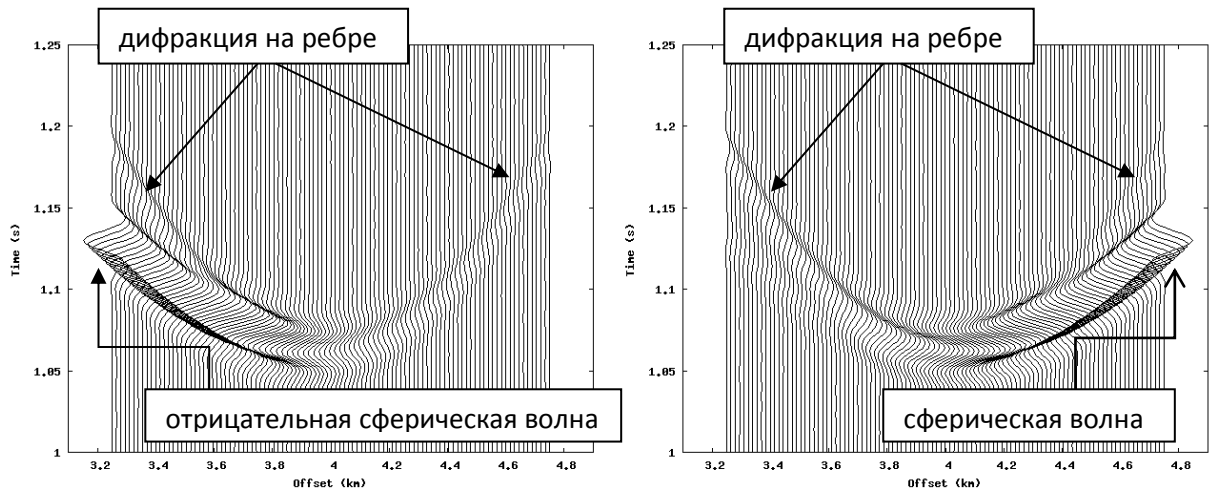


Рисунок 3.4. Граница в форме клина. Слева: дифрагированная волна в приёмниках; справа: физически реализуемая функция Грина в приёмниках.

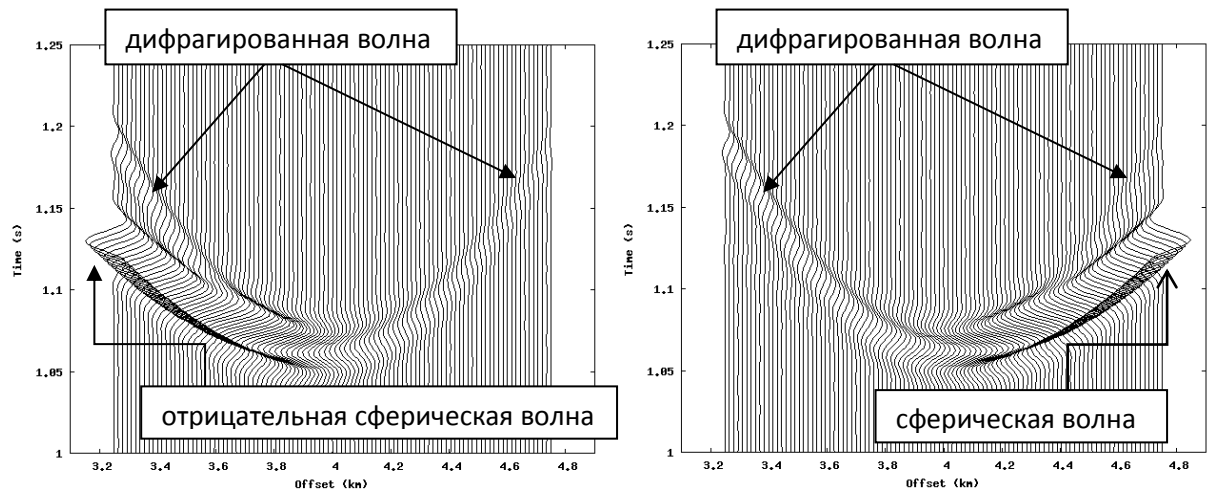


Рисунок 3.5. Граница в форме гиперболического цилиндра. Слева: дифрагированная волна в приёмниках; справа: физически реализуемая функция Грина в приёмниках.

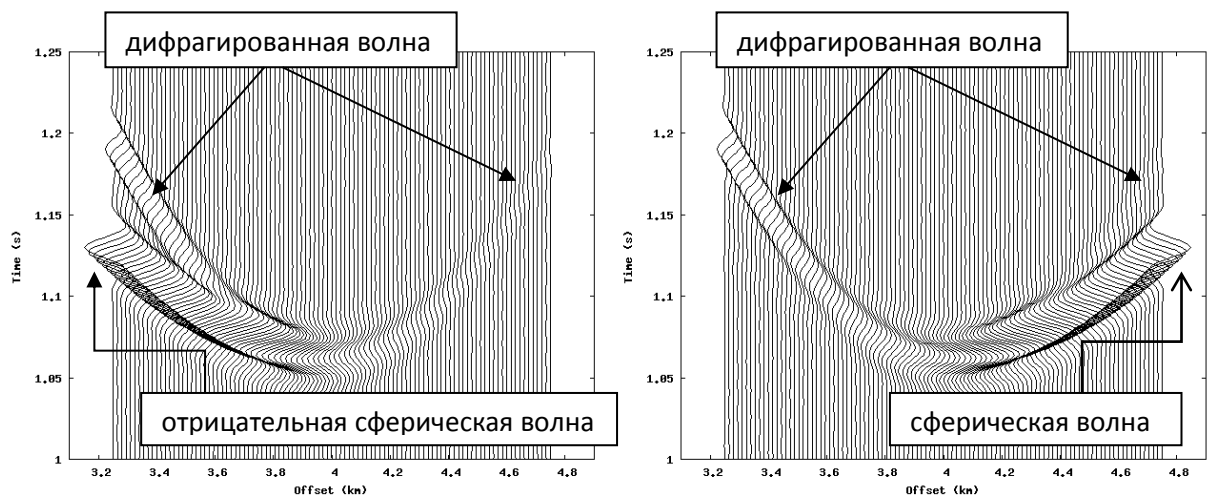


Рисунок 3.6. Граница в форме параболического цилиндра. Слева: дифрагированная волна в приёмниках; справа: физически реализуемая функция Грина в приёмниках.

3.2. Тест 2: дифракционное волновое поле для W-образной границы

В этом разделе описаны результаты моделирования волнового поля в однородном акустическом полупространстве с W-образной границей цилиндрического типа.

Волновое поле в приёмниках, в соответствии с формулами из Главы 1, имеет следующий вид: $F_x = G_x + D^{(1)}$, где $D^{(1)} = P_{xs} * A_{Ss'} * G_{S'}$ – первый член каскадной дифракции, G_x – падающая сферическая волна в приёмниках. W-образная граница была представлена в виде четырёх граней (рисунок 3.7). Две верхние грани S_1 и S_2 , соответственно, определяются по формуле $z = \pm 0.41(4 - x)$ и образуют верхний клин V_1 с ребром в $x = 4$ км и $z = 0$ км. Две нижние грани S_3 и S_4 , соответственно, определяются по формуле $z = \pm 0.41(4 - x) - 1$ и образуют нижний клин V_2 с ребром в $x = 4$ км и $z = -1$ км. По этому же принципу столбец $G_{S'}$ представлен в виде четырёх составляющих столбцов. В итоге первый член каскадной дифракции имеет вид суммы: $D^{(1)} \cong D_{V_1}^{(1)} + D_{V_2}^{(1)} + D_{S_4S_2}^{(1)}$. Первый дифракционный компонент $D_{V_1}^{(1)} = P_{x2} * A_{21} * G_1$ описывает двукратную дифракцию на сближенных рёбрах граней S_1 и S_2 . Второй дифракционный компонент $D_{V_2}^{(1)} = P_{x4} * A_{43} * G_3$ описывает двукратную дифракцию на сближенных рёбрах граней S_3 и S_4 . Третий дифракционный компонент $D_{S_4S_2}^{(1)} = P_{x4} * A_{42} * G_2$ описывает двукратную дифракцию на отдалённо расположенных рёбрах граней S_2 и S_4 .

Для моделирования распространения и дифракции волнового поля в однородном акустическом полупространстве с границей цилиндрического типа W-образной формы использовались следующие параметры среды: скорость 2.0 км/с, плотность 2.1 г/см³. Источник был расположен в точке ($x = 4$ км, $y = 0$ км, $z = 1$ км), 101 приёмник – вдоль прямой от точки ($x = 3.25$ км, $y = 0$ км, $z = -2$ км) до точки с координатами ($x = 4.75$ км, $y = 0$ км, $z = -2$ км) с шагом $\Delta x = 0.015$ км. Импульс источника имел косинусоидальную форму $e^{-(2\tau)^2} \cos(2\pi\tau)$, где $\tau = \frac{t}{T} - 2$. $T = 0.032$ с – доминирующий период волны соответствующий доминирующей длине волны в 0.064 км и доминирующей частоте в 31.25 Гц.

На полученной сейсмограмме физически реализуемой функции Грина $F_x \cong G_x + D^{(1)}$ можно наблюдать две волны в зоне тени ($x < 4$ км) и одну волну в освещённой зоне ($x > 4$ км) (рисунок 3.8). Время прихода дифрагированного волнового поля очень близко к времени прихода краевых волн от ребер клина V_1 и V_2 . Для анализа сложности волновой структуры F_x было принято решение воспользоваться свойством декомпозиции алгоритма МНКВ и отдельно произвести моделирование обычной функции Грина G_x (рисунок 3.9)

и первого члена каскадной дифракции $D^{(1)}$ (рисунок 3.10). На рисунке 3.10 прямая сферическая волна с отрицательными амплитудами, которая видна с $x = 3.25$ км до $x = 4$ км, закрывает два дифрагированных волновых поля, которые видны на рисунке 3.8. Первый дифракционный компонент $D_{V_1}^{(1)}$ показан на рисунке 3.11. Второй дифракционный компонент $D_{V_2}^{(1)}$ показан на рисунке 3.12. Третий дифракционный компонент $D_{S_4S_2}^{(1)}$ показан на рисунке 3.13.

Для анализа волновой структуры сейсмограмм трёх дифракционных компонентов, был вычислен так называемый коэффициент дифракционного ослабления (КДО), как отношение максимального значения амплитуды волнового импульса на трассе к амплитуде обычной функции Грина (сферическая волна в отсутствии зоны тени). Кривые КДО, как функции приёмника на профиле, для всех сейсмограмм дифракционных компонент изображены на рисунке 3.14. Кривая а описывает КДО для физически реализуемой функции Грина F_x , кривая б – КДО для дифракционного члена $D^{(1)}$, кривая с описывает КДО для компоненты $D_{V_1}^{(1)}$, d – КДО для компоненты $D_{V_2}^{(1)}$, e – КДО для компоненты $D_{S_4S_2}^{(1)}$. Значения КДО на границе тени (приёмник $x = 4.0$ км) для $D_{V_1}^{(1)}$ и $D_{V_2}^{(1)}$ равны -0.38 и -0.39 , соответственно, а для $D_{S_4S_2}^{(1)}$ – $+0.326$. Для того, чтобы подтвердить правильность расчёта кривых КДО необходимо представить каждый клин V_1 и V_2 в виде двух полубесконечных плоскостей с близкорасположенными рёбрами. Затем применим формулы теории двукратной дифракции, воспользовавшись [30], для аналитического описания КДО для трёх дифракционных компонент. Для описания дифракционных амплитуд в окрестности границы тени была использована малоугловая аппроксимация двойного контурного интеграла Джонса, представленного обобщённым интегралом типа Рубиновича $Ru(p, \theta, \zeta)$, который был введён в работе [10]. Совпадение рёбер ведёт к значениям аргументов $p \rightarrow 0$ и $\theta \rightarrow \pi/2$, а близость приёмника к границе тени соответствует значению аргумента $\zeta \rightarrow 0$. Поэтому вблизи границы тени $x \rightarrow 4.0$ КДО имеет предельные значения $DAC \cong -1 + [W_1(0) + H_{12}^1(0, 0) - Ru_{12}^2(0, \pi/2, 0)]$. Используя формулы (15) и (17) из работы [10], были получены амплитуды краевой волны $W_1(0) = 1/2$, первой двукратной краевой волны $H_{12}^1(0, 0) = 1/4$ и второй двукратной краевой волны $Ru_{12}^2(0, \pi/2, 0) = 1/8$. В итоге для дифракционных компонент $D_{V_1}^{(1)}$ и $D_{V_2}^{(1)}$ можно получить аналитическое значение КДО, которое оказалось равно $-3/8 = -0.375$. Предельное значение для дифракционной компоненты $D_{S_4S_2}^{(1)}$ оказалось равно $DAC \cong 1 - [W_1(0) + H_{12}^1(0, 0) - H_{12}^2(0, \pi/3)]$. Используя формулы (15) и (17) из работы [10],

получены амплитуды краевой волны $W_1(0) = 1/2$, первой двукратной краевой волны $H_{12}^1(0, 0) = 1/4$ и второй двукратной краевой волны $H_{12}^2(0, \pi/3) = 1/12$. В итоге для дифракционной компоненты $D_{S_4 S_2}^{(1)}$ можно получить аналитическое значение КДО, которое оказалось равно $+1/3 = +0.333$. Численные значения КДО отличаются от соответствующих аналитических значений с относительной погрешностью между 2% и 4%.

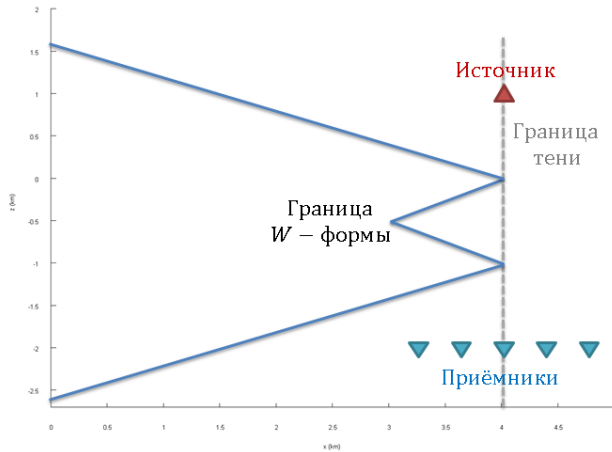


Рисунок 3.7. Модели распространения поля источника в приёмники в полупространствах с W-образной границей:

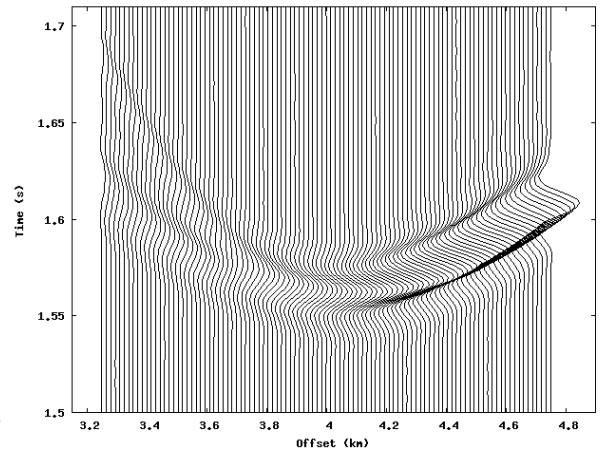


Рисунок 3.8. Физически реализуемая функция Грина.

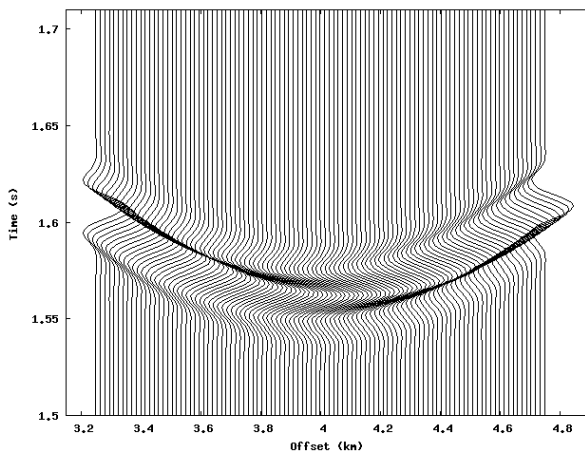


Рисунок 3.9. Прямая сферическая волна.

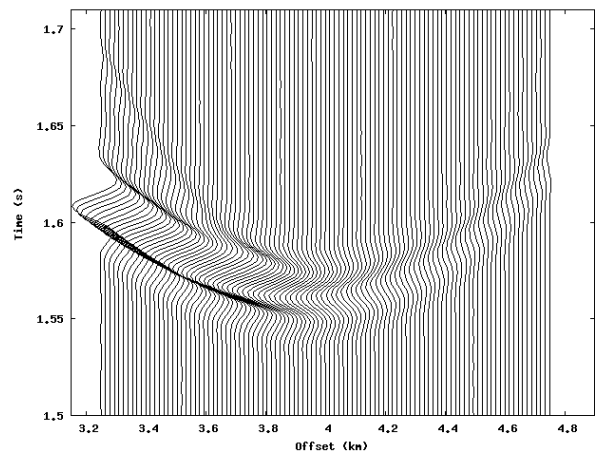


Рисунок 3.10. Первый член каскадной дифракции.

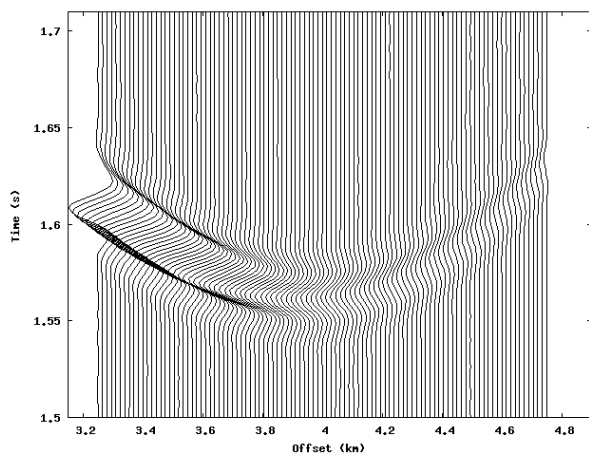


Рисунок 3.11. Дифракционный компонент от границы V_1 .

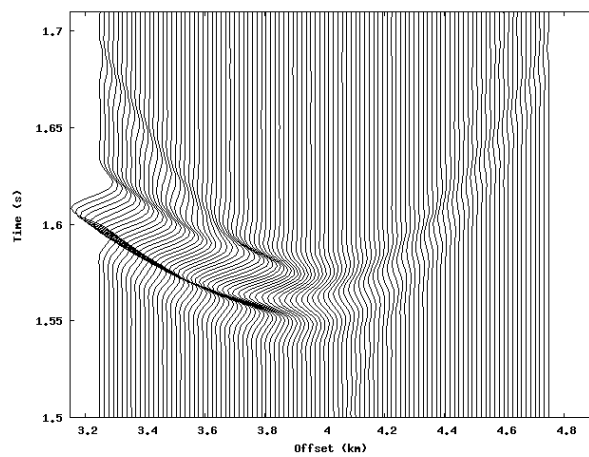


Рисунок 3.12. Дифракционный компонент от границы V_2 .

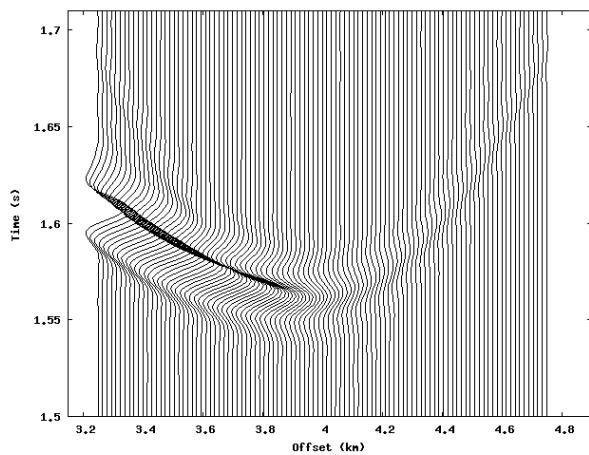


Рисунок 3.13. Дифракционный компонент от граней S_2 и S_4 .

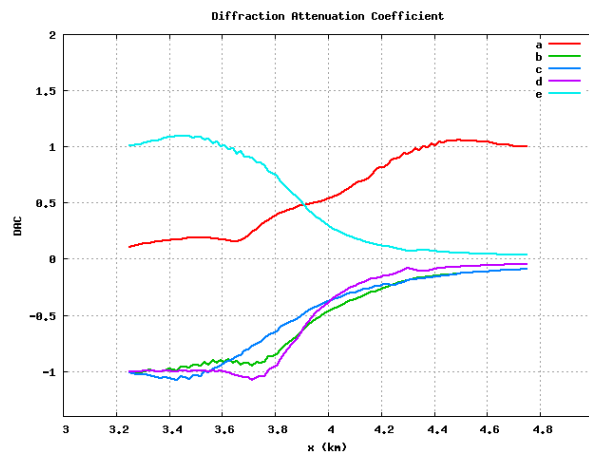


Рисунок 3.14. Кривые КДО.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие основные результаты:

1) Произведено отображение операторов распространения волн в слое в виде передаточных матриц слоя, что позволило заменить экспоненциальную зависимость числа операций от числа слоёв на линейную.

2) Осуществлена доработка исходного прототипа пакета программ:

- Перенесён код с языка Fortran на язык C;
- Реализован и встроен в алгоритм расчёт дифракционной поправки 1-го порядка, с целью моделирования каскадной дифракции;
- Достигнуты приемлемые объёмы памяти, требуемые алгоритму для нормальной работы;
- Осуществлён перенос кода на параллельные архитектуры для CPU и части кода для GPU.

3) Произведена алгоритмическая и численная реализация процедуры построения семейства зон виртуальной тени на границах слоя. Достигнуты приемлемые объёмы памяти, требуемые для хранения матрицы виртуальной тени.

4) Проверена точность, стабильность и эффективность алгоритма численными примерами для акустического полупространства с границей сложной формы.

5) Показано на численных тестах, что учёт дифракционной поправки 1-го порядка представляет волновое поле в тени в приближении однократной и двукратной дифракции.

Второй, третий и четвёртый результаты представляют новую и оригинальную разработку, полученную преимущественно автором работы. Первый и пятый результаты представляют новую и оригинальную разработку, полученную автором работы в соавторстве с Айзенберг А.А. (аспирант NTNU, г. Тронхейм, Норвегия).

Результаты численных тестов подтверждают математическую теорию волн и показывают, что новый алгоритм имеет перспективу развития для применения в моделировании волновых полей для более сложных моделей среды. Основываясь на полученных результатах, автор планирует продолжить исследование алгоритмов МНКВ и разработку модификации пакета программ для более реалистичной модели среды. В дальнейшем планируется перенос разрабатываемого пакета программ на кластерные вычислительные системы. Это необходимо для создания такой версии пакета программ МНКВ, которая могла бы быть использована в качестве моделирующего ядра в алгоритмах решения обратных задач сейсмологии.

Автор выражает благодарность научным руководителям к.ф.-м.н., доценту А.М. Айзенбергу (ИНГГ СО РАН, г. Новосибирск, Россия) и к.т.н. А.А. Романенко (НГУ, г. Новосибирск, Россия) за возможность работать в новой и интересной тематике. Автор благодарит Шведский фонд по международному сотрудничеству в науке и высшем образовании, Университет Лунда (г. Лунд, Швеция) и куратора проекта фонда доктора Ф. Андерссона за поддержку при выполнении исследования. Автор выражает благодарность А.А. Айзенберг (NTNU, г. Тронхейм, Норвегия), М.А. Айзенберг (Statoil, г. Берген, Норвегия) и А.А. Дучкову (ИНГГ СО РАН, г. Новосибирск, Россия) за помощь при выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенберг А.А., Айзенберг А.М. Реализуемая фундаментальная матрица сейсмо-электромагнитного волнового уравнения в криволинейном упруго-пористом флюидонасыщенном слое. Тезисы докладов, Международная научная конференция «Современные проблемы вычислительной математики и математической физики», посвященная памяти академика А.А.Самарского в связи с 90-летием со дня его рождения, 16-18 июня 2009, Москва, Россия, с. 113-114.
2. Айзенберг А.М., Айзенберг А.А. Фундаментальное решение акустического волнового уравнения в полупространстве, удовлетворяющее интегральному условию поглощения на регулярной границе. Тезисы докладов, Международная конференция «Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений», посвященная 100-летию со дня рождения С.Л. Соболева, 5-12 октября 2008, Новосибирск, Россия, с. 89.
3. Айзенберг А.М., Айзенберг А.А., Пэйчел Я. Реализуемая фундаментальная матрица сейсмоэлектромагнитного волнового уравнения в криволинейном трещиновато-пористом флюидонасыщенном слое. Динамика сплошной среды, “Акустика неоднородных сред”, труды Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, 2010, вып. 126, с. 20-25.
4. Боресков А.В., Харламов А.А. Основы работы с технологией CUDA. – М.: ДМК Пресс, 2010. – 232 с.: ил.
5. Боресков А.В., Харламов А.А., Марковский Н.Д., Микушин Д.Н., Мортиков Е.В., Мальцев А.А., Сахарных Н.А., Фролов В.А. Параллельные вычисления на GPU. Архитектура и программная модель CUDA: Учеб. пособие. – М.: Издательство Московского университета, 2012. – 336 с., илл. – (Серия «Суперкомпьютерное образование»).
6. Зятьков Н. Ю., А. А. Айзенберг, А. М. Айзенберг, А. А. Романенко, Ф. Андерссон Описание сейсмических волн в слоях с «затеняющими» границами в терминах операторов распространения-поглощения. Третья международная молодежная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», 10-15 октября 2011 года, Новосибирск, Россия, с. 20-22.
7. Зятьков Н.Ю. Моделирование сейсмических волн в слоях с затеняющими границами в терминах матричных операторов распространения-поглощения: реализация и оптимизация для GPU. 50-я юбилейная Международная научная конференция «Студент и научно-технический прогресс» 13-19 апреля 2012 г. Новосибирск, Россия, с. 152.

8. Зятков Н. Ю., А. А. Айзенберг, А. М. Айзенберг, А. А. Романенко, Ф. Андерссон. Моделирование каскадной дифракции в слоях с «затеняющими» границами в терминах матричных операторов распространения-поглощения. Четвёртая международная молодёжная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», 5-15 августа 2012 года, Новосибирск, Россия, с. 60.
9. Зятков Н.Ю. Разработка высокооптимизированного пакета программ дифракционного моделирования сейсмических волновых полей. 51-я международная научная студенческая конференция «Студент и научно-технический прогресс» 12-18 апреля 2013 г. Новосибирск, Россия, с. 134.
10. Aizenberg, A.M. A system of irregular fundamental solutions to wave equation in a three-dimensional inhomogeneous medium. *Russian Geology and Geophysics*, 1993, 34, 4, 105-113.
11. Aizenberg, A.M., and K.D. Klem-Musatov. Progress in seismic diffraction theory – From edge and tip waves to multiple reflections-transmissions with diffractions. *Extended Abstracts of the 72-th EAGE Conference & Exhibition, Spain, Barcelona, 14-17 June 2010*, G034.
12. Aizenberg, A.M., M.A. Ayzenberg, and K.D. Klem-Musatov. Seismic diffraction modeling with the tip-wave superposition method. *Extended Abstracts of the 73-th EAGE Conference & Exhibition, Austria, Vienna, 23-26 May 2011*, B018.
13. Ayzenberg, A.A., M.A. Ayzenberg, and A.M. Aizenberg. Feasible Green's function for a domain with shadow zones. *Extended Abstracts, 72th Conference and Exhibition, European Association of Geoscientists & Engineers, Spain, Barcelona, 14-17 June 2010*, P094.
14. Ayzenberg A.A., Aizenberg A.M., Zyatkov N.Y., Ayzenberg M.A., and Andersson F. Single-diffraction approximation of the feasible Green's function in domains with shadow zones. *Extended Abstracts, 74th Conference and Exhibition, European Association of Geoscientists & Engineers, Copenhagen, Denmark, 4-7 June 2012*, P287.
15. Ayzenberg A.A., N. Zyatkov, A. Stovas, and A.M. Aizenberg. Double-diffraction Approximation of the Feasible Green's Function in Geometrical Shadow Zones. *Extended Abstracts, 75th Conference and Exhibition, European Association of Geoscientists & Engineers, London, England, 10-13 June 2013*, Th-P02-10.
16. Ayzenberg M.A., A.M. Aizenberg, H.B. Helle, K.D. Klem-Musatov, J. Pajchel, and B. Ursin. 3-D acoustic Green's function modelling in multilayered overburden. *Extended Abstracts, 69th EAGE Conference & Exhibition, London, UK, 11-14 June 2007b*, P293.
17. Ayzenberg M.A., A.M. Aizenberg, H.B. Helle, K.D. Klem-Musatov, J. Pajchel, and B. Ursin. 3D modelling of acoustic Green's function in layered media with diffracting edges. *Extended Abstracts, 70th EAGE Conference, Rome, Italy, 9-12 June 2008*, P052.

18. Ayzenberg, M., A.M. Aizenberg, and B. Ursin. Tip-wave superposition method with effective reflection and transmission coefficients: A new 3D Kirchhoff-based approach to synthetic seismic modelling. *Leading Edge*, 28, 2009b, 582-588.
19. Ayzenberg, M., I. Tsvankin, A.M. Aizenberg, and B. Ursin. Effective reflection coefficients for curved interfaces in TI media. *Geophysics*, 74, 2009a, WB33-WB53.
20. Ayzenberg, M.A., A.M. Aizenberg, H.B. Helle, K.D. Klem-Musatov, J. Pajchel, and B. Ursin. 3D diffraction modeling of singly scattered acoustic wavefields based on the combination of surface integral propagators and transmission operators. *Geophysics*, 2007a, 72, 5, SM19-SM34.
21. Ayzenberg, M.A., A.M. Aizenberg, H.B. Helle, K.D. Klem-Musatov, J. Pajchel, and B. Ursin. Our experiences of 3D synthetic seismic modelling with tip-wave superposition method and effective coefficients. *Extended Abstracts*, 71th EAGE Conference & Exhibition, Amsterdam, Netherlands, 8-11 June 2009c, P137.
22. Carcione, J.M., G.C. Herman, and A.P.E. ten Kroode. Seismic modeling. *Geophysics*, 2002, 67, 4, 1304-1325.
23. Chandler-Wilde, S.N., I.G. Graham, S. Langdon, and E.A. Spence. Numerical-asymptotic boundary integral methods in high-frequency acoustic scattering. *Acta Numerica*, Cambridge University Press, 2012a, pp. 89–305.
24. Chapman, C. *Fundamentals of seismic wave propagation*, Cambridge University Press, 2006.
25. Cristini, P., N. Favretto-Cristini, A. Tantsereva, B. Ursin, A.M. Aizenberg, and D. Komatitsch. Laboratory benchmarks vs. Synthetic modeling of seismic wave propagation in complex environments (BENCHIE Project): Results for a spectral-element method and the Tip Wave Superposition Method. 11th European Conference on Underwater Acoustics, ECUA 2012, United Kingdom, Edinburgh, 2-6 July 2012, Abstract 0066.
26. Favretto-Cristini, N., P. Cristini, D. Komatitsch, B. Ursin, A. Tantsereva, and A.M. Aizenberg. Laboratory benchmarks vs. Synthetic modeling of seismic wave propagation in complex environments (BENCHIE Project). *Extended Abstracts*, Conference ACOUSTICS 2012, France, Nantes, 24-27 April 2012, P194.
27. Friedlander F.G. *Sound Pulses*. Cambridge, the University Press, 1958.
28. Goldin, S.V. Estimation of reflection coefficient under migration of converted and monotype waves. *Russian Geology and Geophysics*, 1992, 33, 4, 76-90.
29. Gray, S.H. Seismic imaging. *Geophysics*, 2001, 66, 15-17.
30. Jones, D.S. Double knife-edge diffraction and ray theory. *Quart. J. Mech. and Appl. Math.*, 1973, 26, 1, 1-18.

31. Klem-Musatov, K. Theory of Seismic Diffractions. Investigations in Geophysics, No. 9, SEG, Tulsa, 1994.
32. Klem-Musatov, K., A. Aizenberg, H.B. Helle, and J. Pajchel. Reflection and transmission at curvilinear interface in terms of surface integrals. *Wave Motion*. 2004, 39, 1, 77-92.
33. Klem-Musatov, K., A. Aizenberg, H.B. Helle, and J. Pajchel. Reflection and transmission in multilayered media in terms of surface integrals. *Wave Motion*, 2005, 41, 4, 293-305.
34. Klem-Musatov, K.D., A.M. Aizenberg, J. Pajchel, and H.B. Helle. Edge and Tip Diffractions: Theory and Applications in Seismic Prospecting. Geophysical Monograph Series, No. 14, SEG, Tulsa, USA, 2008.
35. Kottler, F. Diffraction at a black screen. Part I: Kirchhoff's theory. In: *Progress in Optics*, Volume IV (E. Wolf, ed.) NorthHolland Publishing Co., Amsterdam 1965, 281-314.
36. Robertsson, J.O.A., B. Bednar, J. Blanch, C. Kostov, and D-J. van Manen. Introduction to the supplement on seismic modeling with applications to acquisition, processing, and interpretation. *Geophysics*, 2007, 72, 5, SM1-SM4.
37. Run-length encoding. [Электронный ресурс]: статья. Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Run-length_encoding, свободный.
38. Skopintseva L.V., A.M. Aizenberg, M.A. Ayzenberg, M. Landrø, T.V. Nefedkina. The effect of interface curvature on AVO inversion of near-critical and postcritical PP-reflections. *Geophysics*, 2012, 77, 1, N1-N16.
39. Skopintseva L.V., M.A. Ayzenberg, M. Landrø, T.V. Nefedkina, A.M. Aizenberg. Long-offset AVO inversion of PP reflections from plane interfaces using effective reflection coefficients. *Geophysics*, 2011, 76, 1, C65-C79.
40. Tantsereva, A., B. Ursin, N. Favretto-Cristini, P. Cristini, D. Komatitsch, and A.M. Aizenberg. Comparison of numerical seismic modeling results with acoustic water-tank data. *Extended Abstracts*, 74th EAGE Conference, Denmark, Copenhagen, 4-7 June 2012, P357.
41. Tantsereva, A., M. Ayzenberg, A.M. Aizenberg, and U. Theune. 4D seismic modelling using the tip-wave superposition method. *Extended Abstracts*, 72th EAGE Conference, Spain, Barcelona, 14-17 June 2010, P093.
42. Tew, R.H., S.J. Chapman, J.R. King, J.R. Ockendon, B.J. Smith, and I. Zafarullah. Scalar wave diffraction by tangent rays. *Wave Motion*, 2000, 32, 363-380.
43. Treitel, S., and L. Lines. Past, present and future of geophysical inversion – A new millennium analysis. *Geophysics*, 2001, 66, 21-24.
44. Virieux, J., and S. Operto. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 2009, 74, 6, WCC127-WCC152.

45. Virieux, J., H. Calandra, and R-E. Plessix. A review of the spectral, pseudo-spectral, finite-difference and finite-element modelling techniques for geophysical imaging. *Geophysical Prospecting*, 2011, 59, 794-813.
46. Wang S., M. V. de Hoop, J. Xia and X. S. Li. Massively parallel structured multifrontal solver for time-harmonic elastic waves in 3-D anisotropic media. *Geophys. J. Int.*, 2012, 191, 346–366.
47. Wapenaar K. General representations for wavefield modeling and inversion in geophysics. *Geophysics*, 2007, 72, 5, SM5-SM17.
48. Wapenaar K., Fokkema J. Reciprocity theorems for diffusion, flow and waves. *J. Appl. Mech*, 2004, 71, 145-150.
49. Zyatkov N., Romanenko A., Ayzenberg A.A., Aizenberg A.M., and Andersson F. Description of seismic waves in layers with shadow boundaries in terms of propagation-absorption operators. International Scientific Conference HCCE-2012, Japan, 2012, pp. 101-105.
50. Zyatkov N., Ayzenberg A., Aizenberg A.M., Romanenko A., and Andersson F. Modeling of cascade diffraction in terms of unspase propagation-absorption matrices: realization and optimization for GPU. Extended Abstracts, 74th Conference and Exhibition, European Association of Geoscientists & Engineers, Copenhagen, Denmark, 4-7 June 2012, P288.
51. Zyatkov N., Ayzenberg A., Aizenberg A.M., and Romanenko A. Highly-optimized TWSM Algorithm for Modeling Cascade Diffraction in Terms of Propagation-absorption Matrices. Extended Abstracts, 75th Conference and Exhibition, European Association of Geoscientists & Engineers, London, England, 10-13 June 2013, Th-P02-11.