

ДИНАМИКА ЗАМКНУТЫХ ВИХРЕЙ АБРИКОСОВА В СВЕРХПРОВОДНИКАХ ВТОРОГО РОДА *

В настоящей работе исследуется взаимодействие замкнутых вихрей с линейными. В качестве модели замкнутого вихря используется кольцевой вихрь, магнитное поле которого рассчитывается в лондоновском приближении.

Ключевые слова: сверхпроводник второго рода, вихрь Абрикосова, длина когерентности, глубина проникновения магнитного поля, параметр Гинзбурга – Ландау, критическая температура, критическое магнитное поле.

Вихри Абрикосова появляются в сверхпроводниках 2-го рода при достижении нижнего критического поля H_{C1} . При этом возникает смешанное состояние, в котором магнитное поле проникает внутрь в виде вихрей Абрикосова, образуя решетку в плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю. Картина с неподвижными вихрями в узлах треугольной решетки справедлива, однако только при $T = 0$. При $T > 0$ эта картина оказывается несправедливой, поскольку из-за тепловых флуктуаций вихри будут случайно отклоняться от своих положений равновесия.

На данный момент существует множество моделей, пытающихся описать аномальное поведение вихревой жидкости вблизи T_C . Одной из первых таких моделей была XY-модель [1], основанная на определенном построении гамильтониана системы [2]. Именно при помощи этой модели был впервые продемонстрирован фазовый переход первого рода в треугольной решетке вихрей – плавление [3]. В дальнейшем проводилась доработка и усложнение модели, в частности была замечена аналогия между взаимодействием вихрей и взаимодействием двумерных бозонов [4; 5]. Это привело к возникновению двумерной (2D) Бозе-модели, которая в дальнейшем также усложнялась. Тем не менее описательная способность данных моделей не охватывает все

флуктуационные эффекты. В отличие от твердого тела выполнение критерия Линдемана не говорит о принципиально отличном характере движения вихрей, которое можно было бы уверенно отнести именно к плавлению. Однако в сверхпроводнике даже в отсутствие внешнего поля могут появляться более сложные вихревые структуры, такие как замкнутые (кольцевые) вихри Абрикосова. Данные вихри могут образовываться в результате достаточно сильных токовых флуктуаций. Расчеты показывают, что токи, достаточные для образования замкнутого вихря, значительно меньше критического тока [6]. Это говорит о том, что замкнутые вихри начинают влиять на сверхпроводящие свойства при значительно меньшей температуре, чем температура, при которой сверхпроводимость разрушается чисто флуктуационным образом. Иными словами, в сверхпроводнике появляется дополнительный и эффективный канал сброса энергии – через генерацию системой замкнутых вихрей Абрикосова. Нельзя не заметить аналогию с неустойчивостью Бенара в слое жидкости, когда диффузионный механизм отвода тепла, имеющий место при низком значении подводимой к поверхности жидкости тепла, сменяется более эффективным конвекционным механизмом переноса при значении подводимого тепла, большем некоторого критического значения [7].

* Работа была доложена на 5-м Сибирском семинаре по сверхпроводимости и смежным проблемам, ОКНО'2007. Красноярск, 13–15 сентября 2007.

Замкнутый вихрь представляет собой вихревую нить, в которой силовые линии магнитного поля замкнуты. Подобные одиночные вихревые структуры рассматривались ранее в работах [8–11]. Для упрощения расчетов предполагается, что магнитное поле имеет форму кольца. Но реально в результате тепловых флуктуаций форма замкнутого вихря может существенно искажаться. С магнитным полем одиночного замкнутого вихря взаимнооднозначно связаны круговые сверхпроводящие токи (рис. 1).

Радиус нормальной сердцевинки, как и в случае прямолинейных вихрей, порядка ξ – длины когерентности теории Гинзбурга – Ландау. Магнитное поле и сверхпроводящие токи охватывают область вокруг нормальной сердцевинки порядка λ – глубины проникновения магнитного поля. Распреде-

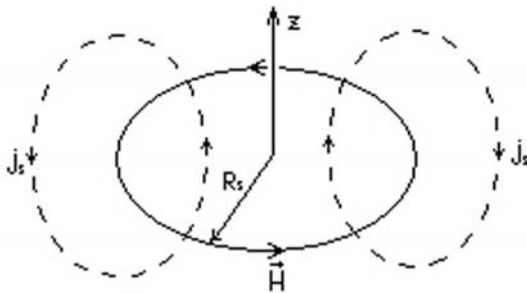


Рис. 1. Магнитное поле H , плотность тока j_s и радиус замкнутого вихря R_s

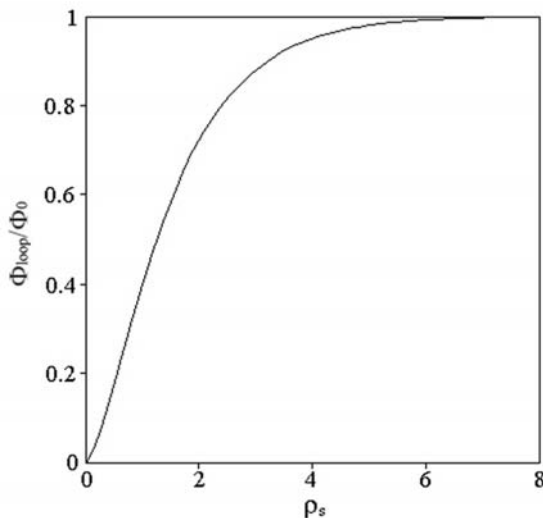


Рис. 2. Магнитный поток замкнутого вихря

ление магнитного поля замкнутого вихря определяется из решения стационарного уравнения Гинзбурга – Ландау, записанного в лондоновском приближении:

$$\vec{H} + \lambda^2 \text{rot rot } \vec{H} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \text{rot } \nabla \theta.$$

Здесь $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ – квант потока магнитного поля. Распределение магнитного поля одиночного замкнутого вихря в общей форме может быть записано как [8]

$$H_{loop}(\rho, \zeta) = \frac{\Phi_0 \rho_s}{2\lambda^2} \times \int_0^\infty \frac{q J_1(\rho q) J_1(\rho_s) \exp(-|\zeta| \sqrt{1+q^2})}{\sqrt{1+q^2}} dq. \quad (1)$$

Здесь $\rho = r/\lambda$; $\zeta = z/\lambda$; $\rho_s = R_s/\lambda$, где r, z – цилиндрические координаты, плоскость $z = 0$ совпадает с плоскостью кольца, магнитное поле имеет только азимутальную компоненту, $J_1(\rho, q)$ – функция Бесселя первого рода.

Проинтегрировав распределение (2) по полуплоскости (ρ, ζ) , можно вычислить величину магнитного потока Φ_{loop} замкнутого вихря

$$\Phi_{loop} = \Phi_0 (1 - \rho_s K_1(\rho_s)),$$

где K_1 – модифицированная функция Ганкеля. График этой зависимости показан на рис. 2.

Заметим, что вихрь содержит в себе квант потока только при достаточно больших радиусах ($\rho_s > 4$). Это связано с тем, что структура замкнутого вихря с большим радиусом близка к структуре прямолинейного вихря. Магнитный поток вихря с $\rho_s < 4$ меньше Φ_0 . Энергия кольцевого вихря, согласно модели Лондонов

$$F_{loop} = \frac{\Phi_0 H_{loop}(\rho_s, 0)}{8\pi} L, \quad (2)$$

где $L = 2\pi R_s$; $H_{loop}(\rho_s, 0)$ – поле в сердцевине вихря. Как видно из выражения (2), энергия вихря линейно зависит от его радиуса. Это значит, что вихрь является неустойчивым и сжимается с течением времени. Принимая скорость сжатия вихря постоянной, можно вычислить время жизни τ оди-

ночного вихря, оно будет определяться начальным радиусом вихря:

$$\tau = \eta \int_0^{R_s/\lambda} \frac{d\rho_s}{\left(\frac{dF_{\text{loop}}}{d\rho_s}\right)},$$

где η – коэффициент, связывающий скорость и силу сжатия $dF_{\text{loop}}/d\rho_s$ вихря.

Численное интегрирование выражения (2) показывает, что при больших радиусах вихря поле в центре замкнутого вихря стремится к полю в центре линейного вихря, которое определяется как

$$H_{\text{lin}}(0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \ln \kappa,$$

где $\kappa = \lambda/\xi$ – параметр Гинзбурга – Ландау. На рис. 3 представлены энергия и время жизни кольцевого вихря.

До сих пор в литературе замкнутый вихрь рассматривался, как одиночный объект, не взаимодействующий с другими объектами, находящимися в сверхпроводнике. Однако, как уже говорилось ранее, при достижении нижнего критического поля H_{C1} в сверхпроводнике появляется решетка линейных вихрей. Поскольку с линейными и замкнутыми вихрями связано магнитное поле, это не может не привести к взаимодействию этих систем. Рассмотрим энергию пары линейный плюс замкнутый вихрь. Она будет состоять из собственных энергий вихрей и энергии их взаимодействия. Энергия взаимодействия будет определяться магнитными полями линейного и замкнутого вихрей, проникающими друг в друга:

$$F_{\text{int}} = \frac{\Phi_0}{8\pi} \left(\int_0^h \vec{H}_1(\vec{r}_2) \vec{e}_2 dz_2 + R_s \int_0^{2\pi} \vec{H}_2(\vec{r}_1) \vec{e}_1 d\phi_1 \right).$$

Здесь \vec{e}_1, \vec{e}_2 – направляющие магнитных полей. Индексы 1 и 2 соответствуют замкнутому и линейному вихрям.

Поскольку линейный вихрь связан с внешним магнитным полем, его положение фиксировано относительно решетки вихрей, т. е. и сверхпроводника в целом. Расположение замкнутого вихря относительно линейного можно задать тремя геометрическими параметрами: расстоянием до линейного вихря и двумя углами, характеризующими вращение замкнутого вихря в

пространстве. Варьируя энергию взаимодействия по этим параметрам, можно определить динамическое поведение замкнутого вихря при сближении с линейным. На рис. 4 показано вращение замкнутого вихря.

Как видно из рис. 4, оба движения приводят к тому, что замкнутый вихрь разворачивается в одно определенное положение, когда магнитное поле ближнего плеча замкнутого вихря и магнитное поле линейного вихря параллельны и противоположно направлены.

Варьирование по параметру, характеризующему расстояние между вихрями, показывает, что замкнутый вихрь, развернувшись в положение, определяемое его вращением, будет притягиваться к линейному. Энергию этого состояния, включающего отдельно

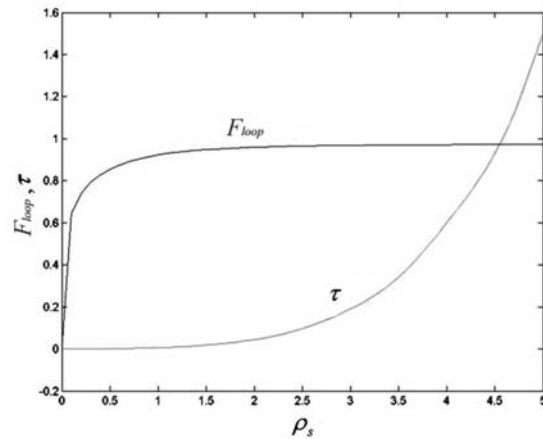


Рис. 3. Энергия и время жизни замкнутого вихря

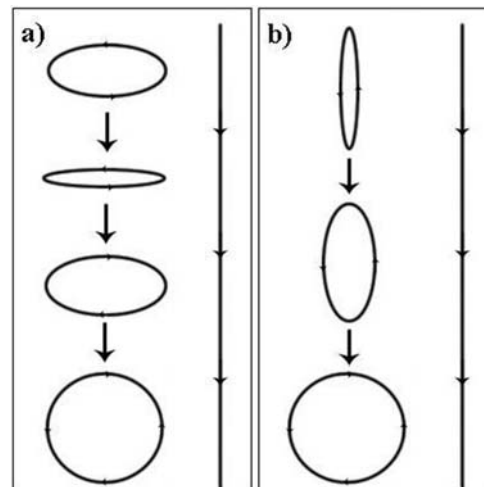


Рис. 4. Вращение замкнутого вихря, находящегося вблизи линейного, относительно осей \perp -й (a) и \parallel -й (b) линейному вихрю

линейный вихрь и кольцо E_I , определим следующим образом:

$$F_I = F_{lin} + F_{loop} + F_{int},$$

где F_{lin} и F_{loop} — энергии линейного и кольцевого вихрей, а $F_{int} < 0$. Притяжение между линейным вихрем и кольцом приведет к тому, что в определенный момент времени вихри могут соприкоснуться своими сердцевинами (точка А на рис. 5).

В точке соприкосновения А магнитное поле равно нулю и непрерывность силовых линий линейного вихря обеспечивается их продолжением через разорванное в точке А кольцо. Энергия этого состояния будет равна:

$$F_{II} = F_{lin} + F_{loop}. \quad (3)$$

Здесь мы учли, что длина разрыва мала, т. е. выражение (3) не содержит энергий взаимодействия и состоит только из собственной энергии единого линейного вихря, удлинённого на величину $2\pi R_S$. Энергия в состоянии I меньше энергии в состоянии II, $F_I < F_{II}$. Следовательно, состояние II, т. е. поглощение кольца линейным вихрем, термодинамически менее выгодное, чем I. Другими словами, кольцо будет находиться как можно ближе к линейному вихрю, но не будет

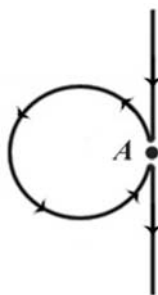


Рис. 5. Соприкосновение вихрей

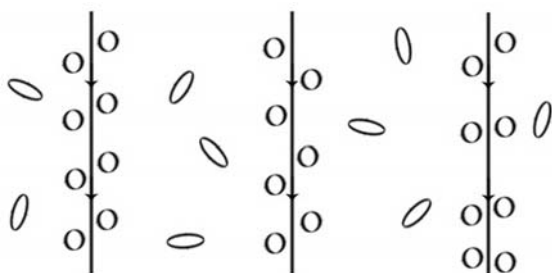


Рис. 6. Общая картина взаимодействия

поглощаться им. Замкнутые вихри, появляясь в сверхпроводнике, стремятся присоединиться к линейным, образуя «гроздь» (рис. 6).

Таким образом, общая картина вблизи T_C выглядит так: в сверхпроводнике помимо решетки линейных вихрей присутствуют замкнутые вихри, которые флуктуационным образом появляются в сверхпроводнике. При этом их энергетическая неустойчивость приводит к постепенному уменьшению их радиуса вплоть до полного уничтожения. За время их существования они разворачиваются определенным образом, присоединяясь к линейным вихрям, находящимся поблизости.

Список литературы

1. Teite S., Jayaprakash C. Phase transitions in frustrated two-dimensional XY models // Phys. Rev. B. 1983. Vol. 27. No. 1. P. 598–601.
2. Shih W.Y., Ebner C., Stroud D. Frustration and disorder in granular superconductors // Phys. Rev. B. 1984. Vol. 30. No. 1. P. 134–144.
3. Hetzel R. E., Sudb A., Huse D. A. First-Order Melting Transition of an Abrikosov Vortex Lattice // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 69. No. 3. P. 518–521.
4. Nelson D. R. Vortex Entanglement in High- T_c Superconductors // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60. No. 19. P. 1973–1976.
5. Nelson D. R., Seung H. S. Theory of melted flux liquids // Phys. Rev. B. 1989. Vol. 39. No. 13. P. 9153–9174.
6. Tešanović Z. Extreme type-II superconductors in a magnetic field: A theory of critical fluctuations // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 59. No. 9.
7. Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990.
8. Козлов В. А., Самохвалов А. В. Замкнутые вихри Абрикосова в сверхпроводниках второго рода // Письма в ЖЭТФ. 1991. Т. 53, вып. 53. С. 150–153.
9. Kozlov V. A., Samokhvalov A. V. Closed Abrikosov vortices in a superconducting cylinder // Phys. C. 1993. Vol. 213. P. 103–108.
10. Samokhvalov A. V. Expanding vortex rings in a current-carrying superconducting cylinder // Phys. C. 1998. Vol. 308. P. 74–84.
11. Kozlov V. A., Samokhvalov A. V. Stabilization of Toroidal Abrikosov Vortex in a Non-uniform Superconductor // J. Superconductivity. 1993. Vol. 6. No. 2. P. 63–68.