УДК 338.23:336.74

В. Л. Макушев

Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия
E-mail: makushev@academ.org

ЯВЛЯЕТСЯ ЛИ ПРАВИЛО ФРИДМАНА ОБЩЕСТВЕННО ОПТИМАЛЬНЫМ?

В статье рассматривается вопрос об оптимальности правила Фридмана в модели Сидрауски. Демонстрируется, что при введении в модель гетерогенных потребителей, различающихся между собой по степени оценки денежных услуг, каждому из потребителей выгодно отклониться от правила Фридмана; при этом возможны ситуации, при которых общественно оптимальным (как минимум, локально) будет положительный темп роста денежной массы.

Введение

Монетарная, или кредитно-денежная, политика является одним из двух, наряду с фискальной политикой, основных инструментов регулирования экономического развития страны. Степень эффективности этих инструментов в разных экономических теориях оценивается по-разному, однако представители каждого из направлений сходятся в одном: механизм воздействия монетарной политики на экономические процессы в стране является наиболее сложным и малоизученным. Как отмечал Милтон Фридман, наше знание о взаимосвязях между денежной массой, ценами и производством настолько ограниченно, что оперирование ими на практике может принести больше вреда, чем пользы. В связи с этим вопросы о роли монетарной политики, способах ее реализации, и в частности об оптимальной величине денежной массы в экономике, стоят в ряду центральных вопросов современной макроэкономической теории.

В своей классической работе [1] Милтон Фридман предложил простой вариант ответа на вопрос об оптимальном количестве денег в экономике, сформулировав принцип, широко известный в литературе как правило Фридмана: «Наше окончательное правило, определяющее оптимальное количество денег, состоит в том, что этого можно достичь путем дефляции цен, темп которой приводит к нулевой номинальной ставке процента».

В современной экономической теории это правило находит множество подтверждений. Например, оно подтверждается практически во всех стандартных монетарных моделях экономического роста, основанных на модели Рамсея, в частности в модели Сидрауски [2; 3], а также в некоторых вариантах модели с перекрывающимися поколениями.

На практике же монетарные власти большинства стран не стремятся к реализации правила Фридмана. Более того, в мировой истории известны эпизоды, когда в стране имела место дефляция и номинальные процентные ставки были близки к нулю, при этом экономика страны находилась в тяжелом кризисе. К таким эпизодам можно отнести, например, Великую Депрессию в США в 1930-х гг., а также экономический кризис в Японии в 1990-х гг.

Таким образом, в настоящий момент существует значительный разрыв между теоретическими представлениями по данной проблеме и фактами. Одной из возможных причин того, что существующие теоретические модели недостаточно точно описывают происходящие на практике события, являются слишком сильные упрощения, на которых основываются данные модели. В число наиболее серьезных упрощений всех этих моделей входит гипотеза о наличии единственного репрезентативного потребителя в экономике.

В данной статье мы отказываемся от столь ограничительного и малоправдоподобного предположения через рассмотрение двух отличных друг от друга типов потребителей, характеристики каждого из которых удовлетворяют условиям базовых моделей с репрезентативным потребителем. Введение гетерогенных потребителей, как показывается далее, в значительной степени влияет на полученные на основе модели выводы. В частности, отказ от гипотезы об однородности потребителей приводит к тому, что всем потребителям выгодно отклониться от правила Фридмана, при этом в зависимости от спецификации экзогенных параметров модели возможна ситуация, когда один из типов потребителей предпочитает положительный темп роста денежной массы.

В литературе уже предпринимались попытки исследования оптимальной монетарной политики в моделях с гетерогенными потребителями. В частности, в статье [4] анализируется модель с перекрывающимися поколениями, а в статье [5] анализ строится на основе модели Сидрауски. В качестве основы нашего анализа мы также взяли модель Сидрауски. В отличие от [5], где анализируется модель с сепарабельными моментальными CES-функциями полезности, мы рассмотрим данную модель для функций полезности общего вида, а также расширим анализ за счет рассмотрения различных схем распределения государственных трансфертов.

Формулировка модели

Рассматривается однопродуктовая экономика, в которой взаимодействуют три типа агентов: потребители, фирма и государство. Фирма производит продукт и продает его потребителям. Потребители часть купленного продукта потребляют, а часть сохраняют в виде капитала и сдают его в аренду фирме. После использования капитала в процессе производства он возвращается потребителям и может быть либо потреблен, либо опять направлен в производство. Предполагается, что существует инвестиционный лаг: инвестиции в капитал в текущем периоде времени могут быть использованы в производстве только в следующем периоде. Государство обеспечивает экономику деньгами посредством денежных трансфертов потребителям.

Далее мы также будем пользоваться следующими упрощениями. Во-первых, общее количество потребителей в экономике равно N и не меняется во времени. Во-вторых, каждый потребитель располагает одной единицей труда и в каждый момент времени он неэластично предлагает ее фирме. И в-третьих, отсутствует выбытие капитала.

Всех потребителей в рамках данной модели, как уже отмечалось, мы разделим на два типа, которые условимся называть тип L и тип H. Будем предполагать, что потребители типа H ценят деньги больше, чем потребители типа L. Пусть θ – доля потребителей типа H в общем количестве потребителей.

Функция полезности потребителя типа h, $h = L, H$, имеет вид

$$U^h(c_0^h,\ m_0^h,\ c_1^h,\ m_1^h,\ldots)=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u^h(c_t^h,\ m_t^h),$$

где β – дисконтирующий множитель, $\beta := 1/(1+\rho)$; $\rho \geq 0$ – субъективная норма межвременного дисконта, аналог фридмановской внутренней ставки дисконтирования; u^h – моментальная функция полезности; c_t^h – потребление продукта в момент времени t; m_t^h – объем реальных денежных остатков, которыми располагает потребитель в момент времени t, т. е. $m_t^h := M_t^h / P_t$, где M_t^h – номинальные денежные остатки потребителя, и P_t – цена продукта, выраженная в денежных единицах.

Относительно моментальной функции полезности u^h мы будем пользоваться предположением, что она является дважды непрерывно дифференцируемой и удовлетворяет следующим условиям:

(U1) для любых $c, m > 0$ выполнено $u_c^h(c, m) > 0$ [1];

(U2) существует $\tilde{m} > 0$, такое что для любых $m \in (0, \tilde{m})$ выполнено $u_m^h(c, m) > 0$, и для любых $m > \tilde{m}$ выполнено $u_m^h(c, m) < 0$;

(U3) для любых $c,\ m > 0$ выполнено $u_{cc}^h(c,\ m),\ u_{mm}^h(c,\ m) < 0$;

[1] Здесь и далее используются следующие обозначения:

$$u_c^h(c,\ m) := \frac{\partial u^h(c,\ m)}{\partial c},\ u_{cc}^h(c,\ m) := \frac{\partial^2 u^h(c,\ m)}{\partial c\ \partial c},\ u_{cm}^h(c,\ m) := \frac{\partial^2 u^h(c,\ m)}{\partial c\ \partial m},$$

$$u_m^h(c,\ m) := \frac{\partial u^h(c,\ m)}{\partial m},\ u_{mm}^h(c,\ m) := \frac{\partial^2 u^h(c,\ m)}{\partial m\ \partial m}.$$

(U4) для любых $c,\ m > 0$ выполнено $u^h_{cm}(c,\ m) \geq 0$;

(U5) $\lim\limits_{c\to 0} u^h_c(c,\ m) = +\infty$, $\lim\limits_{m\to 0} u^h_m(c,\ m) = +\infty$;

(U6) для любых $c > 0$, $m \in (0,\ \tilde{m})$ и $\gamma > 0$ выполнено $MRS^H_{mc}(c,\ m,\ \gamma) > MRS^L_{mc}(c,\ m)$, где

$$MRS^H_{mc}(c,\ m,\ \gamma) := \frac{u^H_m(c,\ m,\ \gamma)}{u^H_c(c,\ m,\ \gamma)},\ \ MRS^L_{mc}(c,\ m) := \frac{u^L_m(c,\ m)}{u^L_c(c,\ m)},$$

при этом

$$\frac{\partial MRS^H_{mc}(c,\ m,\ \gamma)}{\partial\gamma} > 0.$$

Условие (U2) гарантирует нам насыщаемость потребителей деньгами, при отсутствии которой вопрос об оптимальной монетарной политике теряет смысл. Условие (U4) означает, что c и m являются взаимодополняемыми (по Эджворту) благами, а условие (U6) означает, что предельная норма замещения денег продуктом у потребителей типа H выше, чем у потребителей типа L, что является формальной записью нашего предположения о том, что потребители типа H ценят деньги больше, чем потребители типа L. Параметр γ в условии (U6) характеризует степень гетерогенности типов потребителей: чем больше γ, тем сильнее различие между типами потребителей в оценке денежных услуг. При $\gamma = 0$ функции полезности потребителей совпадают. Там, где этого не требуется, мы будем опускать данный параметр.

Бюджетное ограничение потребителя типа h в момент времени t можно записать следующим образом:

$$P_t c^h_t + P_t k^h_{t+1} + M^h_t \leq W_t + (P_t + R_t)k^h_t + M^h_{t-1} + T^h_t,$$

где k^h_t – инвестиции в капитал; T^h_t, W_t и R_t – номинальные денежные трансферты, заработная плата и стоимость аренды капитала. Разделим обе части данного ограничения на P_t и перейдем к показателям в реальном выражении:

$$c^h_t + k^h_{t+1} + m^h_t \leq w_t + (1 + r_t)k^h_t + \frac{m^h_{t-1}}{1+\pi_{t-1}} + \tau^h_t,$$

где $\pi_t := (P_{t+1} - P_t)/P_t$ – темп прироста цен за период времени t; $\tau^h_t := T^h_t / P_t$, $w_t := W_t / P_t$ и $r_t := R_t / P_t$ – денежные трансферты, заработная плата и стоимость аренды капитала в реальном выражении соответственно.

Пусть Y_t – выпуск продукта в экономике. Технология производства продукции описывается двухфакторной неоклассической (дважды непрерывно дифференцируемой, положительно однородной первой степени) производственной функцией:

$$Y_t = F(K_t,\ L_t),$$

где K_t и L_t – количество используемого в производстве капитала и труда соответственно.

Поскольку каждый потребитель неэластично предлагает единицу труда, баланс на рынке труда запишется просто как $L_t = N$.

Также должен быть выполнен баланс на рынке капитала:

$$K_t = \theta N k^H_t + (1-\theta)N k^L_t,$$

где k^h_t – предложение капитала потребителем типа h в момент времени t.

Обозначим через $y_t := Y_t / N$ и $k_t := K_t / N$ подушевой выпуск продукции и капиталовооруженность труда соответственно. Тогда

$$k_t = \theta k^H_t + (1-\theta)k^L_t,$$

а с учетом однородности производственной функции $y_t = F(k_t,\ 1) := f(k_t)$.

Поскольку весь продукт, произведенный в экономике, направляется на потребление и инвестиции, следовательно, на рынке продукта должно выполняться балансовое соотношение:

$$\theta c^H_t + (1-\theta)c^L_t + k_{t+1} - k_t = f(k_t).$$

Итак, *задачу потребителя* типа h можно сформулировать как

$$\sum_{t=0}^{\infty} b^{\,t} u^h(c^h_t,\ m^h_t) \to \max_{\{c^h_t,\ k^h_{t+1},\ m^h_t\}^\infty_{t=0}},$$

$$c_t^h + k_{t+1}^h + m_t^h \le w_t + (1+r_t)k_t^h + \frac{m_{t-1}^h}{1+\mathrm{p}_{t-1}} + \mathrm{t}_t^{\,h},$$
$$c_t^h, k_{t+1}^h, m_t^h \ge 0, \ \ t = 0, 1, 2, \ldots,$$
$$k_0^h = \overline{k}_0, \ \ m_{-1}^h = \overline{m}_{-1}.$$

Условия первого порядка данной задачи при $c_t^h, \ k_{t+1}^h, \ m_t^h > 0$, $t = 0, 1, 2, \ldots$, будут следующими:

$$\beta^t u_c^h(c_t^h, \ m_t^h) - \lambda_t = 0,$$
$$(1+r_{t+1})\lambda_{t+1} - \lambda_t = 0,$$
$$\beta^t u_m^h(c_t^h, \ m_t^h) + \frac{1}{1+\pi_t}\lambda_{t+1} - \lambda_t = 0,$$

где λ_t – множитель Лагранжа, соответствующий бюджетному ограничению потребителя в момент времени t. Полученные соотношения, очевидно, можно переписать как

$$\frac{u_c^h(c_t^h, \ m_t^h)}{\beta u_c^h(c_{t+1}^h, \ m_{t+1}^h)} = 1 + r_{t+1},$$
$$\frac{u_m^h(c_t^h, \ m_t^h)}{u_c^h(c_t^h, \ m_t^h)} = 1 - \frac{1}{(1+\pi_t)(1+r_{t+1})}.$$

Дополнительно к этим условиям оптимальные траектории должны удовлетворять условию трансверсальности:

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_t k_{t+1}^h = \lim_{t\to\infty} \lambda_t m_t^h = 0.$$

Задача фирмы в каждый момент времени t состоит в максимизации прибыли, которая представляет собой доходы от продажи выпуска продукции за вычетом расходов на аренду капитала и оплату труда:

$$P_t F(K_t, \ L_t) - R_t K_t - W_t L_t \to \max_{K_t, \, L_t \ge 0}.$$

Условиями первого порядка данной задачи в подушевых реальных показателях будут

$$r_t = f'(k_t),$$
$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t).$$

Распределение денежных трансфертов. Уравнение движения денежной массы в рассматриваемой экономике выглядит следующим образом:

$$M_t = M_{t-1} + T_t,$$

где $M_t = N(\theta M_t^H + (1-\theta)M_t^L)$ и $T_t = N(\theta T_t^H + (1-\theta)T_t^L)$ – совокупный объем денежной массы в экономике и совокупный объем денежных трансфертов населению в момент времени t соответственно. Будем предполагать, что $T_t = \mu M_{t-1}$, где μ – постоянный темп прироста денежной массы. С учетом этого баланс на денежном рынке в реальных подушевых показателях будет записываться как

$$\theta m_t^H + (1-\theta)m_t^L = \frac{1+\mu}{1+\pi_{t-1}}(\theta m_{t-1}^H + (1-\theta)m_{t-1}^L).$$

Определим теперь, как формируются подушевые трансферты T_t^H и T_t^L. Пусть в каждый момент времени t доля φ_t, $\varphi_t \in (0, \ 1)$, от совокупных трансфертов направляется потребителям типа H, а оставшаяся доля направляется потребителям типа L. Тогда $T_t^H = \varphi_t T_t / \theta N$ и $T_t^L = (1-\varphi_t)T_t / (1-\theta)N$, а следовательно,

$$\tau_t^H = \frac{\varphi_t}{\theta}\frac{\mu}{1+\pi_{t-1}}(\theta m_{t-1}^H + (1-\theta)m_{t-1}^L),$$

$$\tau_t^L = \frac{1-\varphi_t}{1-\theta}\frac{\mu}{1+\pi_{t-1}}(\theta m_{t-1}^H + (1-\theta)m_{t-1}^L).$$

Пусть, например,

$$\varphi_t = \frac{\theta m^H_{t-1}}{\theta m^H_{t-1} + (1-\theta) m^L_{t-1}}.$$

Тогда

$$\tau^h_t = \frac{\mu}{1+\pi_{t-1}} m^h_{t-1},$$

т. е. трансферты в момент времени t в этом случае распределяются между потребителями пропорционально имеющимся у них в момент времени $t-1$ денежным остаткам.

Пусть теперь $\varphi_t = \theta.$ В этом случае мы получим, что государство распределяет трансферты между потребителями поровну:

$$\tau^h_t = \frac{\mu}{1+\pi_{t-1}} (\theta m^H_{t-1} + (1-\theta) m^L_{t-1}).$$

Мы будем предполагать, что потребители ничего не знают о связи своих денежных остатков и получаемых трансфертов, поэтому они воспринимают величину τ^h_t как данное.

Под *равновесием* в рассматриваемой модели будем понимать траекторию

$$\{c^L_t, c^H_t, k^L_{t+1}, k^H_{t+1}, m^L_t, m^H_t, y_t, w_t, r_t, \mathrm{p}_{t-1}\}^{\infty}_{t=0},$$

являющуюся решением задач потребителей и фирмы и удовлетворяющую балансовым ограничениям по продукту, капиталу, труду и деньгам.

Все внимание в нашем анализе будет сосредоточено на стационарном равновесии, т. е. равновесии, при котором для любых t выполнено

$$c^h_t = \bar{c}^h, \;\; k^h_{t+1} = \bar{k}^h, \;\; m^h_t = \bar{m}^h.$$

Согласно *правилу Фридмана* реализация оптимальной монетарной политики в стране подразумевает дефляцию, темп которой приводит к нулевой номинальной процентной ставке. Рассмотрим дискретную версию уравнения Фишера:

$$1 + r_t = \frac{1+i_t}{1+\pi_t},$$

где i_t – номинальная ставка процента. Из данного уравнения мы можем получить темп дефляции, при котором $i_t = 0$:

$$\pi_t = -\frac{r_t}{1+r_t}.$$

Поскольку в стационарном равновесии темп инфляции равен темпу прироста денежной массы, а реальная ставка процента определяется соотношением $1 + r = 1/\beta$, следовательно, оптимальный по Фридману темп роста денежной массы в стационарном равновесии составляет $\mu = \beta - 1$.

В рамках анализа *сравнительной статики* мы рассмотрим влияние изменения экзогенных параметров модели на стационарные уровни потребления, капиталовложений и денежных отстатков.

Условия первого порядка и бюджетные ограничения потребителей в стационарном равновесии будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{\beta} = 1 + r, \tag{1}$$

$$\frac{u^H_m(\bar{c}^H,\; \bar{m}^H)}{u^H_c(\bar{c}^H,\; \bar{m}^H)} = 1 - \frac{\beta}{1+\mu}, \tag{2}$$

$$\frac{u^L_m(\bar{c}^L,\; \bar{m}^L)}{u^L_c(\bar{c}^L,\; \bar{m}^L)} = 1 - \frac{\beta}{1+\mu}, \tag{3}$$

$$\bar{c}^H + \frac{\mu}{1+\mu}\left((1-\varphi)\bar{m}^H - \frac{(1-\theta)\varphi}{\theta}\bar{m}^L \right) = w + r\bar{k}^H, \tag{4}$$

$$\bar{c}^L + \frac{\mu}{1+\mu}\left(\varphi\bar{m}^L - \frac{\theta(1-\varphi)}{1-\theta}\bar{m}^H \right) = w + r\bar{k}^L, \tag{5}$$

где $r = f'(\bar{k})$, $w = f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k})$.

Из (1) следует, что предложение капитала всеми потребителями абсолютно неэластично и одинаково. Предполагая, что фирма распределяет свой спрос на капитал по ставке $r = \rho$ среди потребителей равномерно, получим, что $\bar{k}^L = \bar{k}^H = \bar{k}$. Из (1) также следует, что монетарная политика в рамках данной модели в масштабах экономики в целом является супернейтральной, т. е. изменение μ не влияет на совокупный уровень производства и как следствие потребления в экономике.

Для дальнейшего анализа нам потребуется доказать следующее *утверждение*. В рассматриваемой модели в стационарном равновесии при $\varphi = \theta$ справедливы следующие соотношения:

$$\bar{c}^L = \bar{c}^H,\ \ \bar{m}^L = \bar{m}^H,\quad \text{если}\ \ \mu = \beta - 1;$$

$$\bar{c}^L < \bar{c}^H,\ \ \bar{m}^L < \bar{m}^H,\quad \text{если}\ \ \mu \in (\beta - 1,\ 0);$$

$$\bar{c}^L = \bar{c}^H,\ \ \bar{m}^L < \bar{m}^H,\quad \text{если}\ \ \mu = 0;$$

$$\bar{c}^L > \bar{c}^H,\ \ \bar{m}^L < \bar{m}^H,\quad \text{если}\ \ \mu > 0.$$

Доказательство. Пусть $\mu = \beta - 1$. Тогда из (2) и (3) с учетом предположений (U1) и (U2) следует, что $u_m^L(\bar{c}^L,\ \bar{m}^L) = u_m^H(\bar{c}^H,\ \bar{m}^H) = 0$ и $\bar{m}^L = \bar{m}^H = \tilde{m}$. С учетом этого из (4) и (5) получаем, что $\bar{c}^L = \bar{c}^H$.

Теперь покажем, что при любых $\mu > \beta - 1$ не может быть выполнено равенство $\bar{m}^L = \bar{m}^H$. Для этого допустим, что $\bar{m}^L = \bar{m}^H$. Тогда $\bar{c}^L = \bar{c}^H$, а это, в свою очередь, в силу предположения (U6) противоречит (2) и (3).

Пусть $\mu \in (\beta - 1,\ 0)$, и предположим, что $\bar{m}^L > \bar{m}^H$. Из (4) и (5) в этом случае следует, что $\bar{c}^L > \bar{c}^H$. Поскольку начальные условия для потребителей обоих типов совпадают, потребитель типа H исходя из задачи максимизации своей совокупной полезности всегда может выбрать траекторию, которую выбрал потребитель типа L. Следовательно, как минимум мы всегда должны иметь $\bar{m}^L = \bar{m}^H$ и $\bar{c}^L = \bar{c}^H$, но, как мы уже показали, в рассматриваемой ситуации эти траектории противоречат (2) и (3), а значит, $\bar{m}^L < \bar{m}^H$ и $\bar{c}^L < \bar{c}^H$.

При $\mu = 0$ выполнено $\bar{c}^L = \bar{c}^H$. Пользуясь теми же рассуждениями, что и в предыдущем случае, мы приходим к тому, что $\bar{m}^L < \bar{m}^H$.

Пусть теперь $\mu > 0$, и допустим, что $\bar{m}^L > \bar{m}^H$. Из (4) и (5) следует, что $\bar{c}^L < \bar{c}^H$. С учетом этого справедлива следующая цепочка неравенств:

$$MRS_{mc}^H(\bar{c}^H,\ \bar{m}^H) > MRS_{mc}^H(\bar{c}^L,\ \bar{m}^H) > MRS_{mc}^H(\bar{c}^L,\ \bar{m}^L) > MRS_{mc}^L(\bar{c}^L,\ \bar{m}^L).$$

Первые два неравенства справедливы в силу того, что $MRS_{mc}^h(c^h,\ m^h)$ возрастает с ростом c^h и убывает с ростом m^h. Последнее неравенство справедливо по предположению (U6). Таким образом, мы получили противоречие с (2) и (3), а следовательно, $\bar{m}^L < \bar{m}^H$ и $\bar{c}^L > \bar{c}^H$. QED

Оценим влияние роста гетерогенности потребителей на стационарные уровни потребления и денежных остатков. Продифференцировав по γ уравнения (2)–(5), получим:

$$\frac{d\bar{c}^L}{d\gamma} = \frac{1}{\Delta}\frac{\mu\theta(1-\varphi)}{(1+\mu)(1-\theta)}C^H B^L,$$

$$\frac{d\bar{c}^H}{d\gamma} = -\frac{1}{\Delta}\frac{\mu(1-\varphi)}{1+\mu}C^H B^L,$$

$$\frac{d\bar{m}^L}{d\gamma} = \frac{1}{\Delta}\frac{\mu\theta(1-\varphi)}{(1+\mu)(1-\theta)}C^H A^L,$$

$$\frac{d\bar{m}^H}{d\gamma} = \frac{1}{\Delta}\left(\frac{\mu\varphi}{1+\mu}C^H A^L + C^H B^L\right),$$

где

$$A^h = u_{cm}^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h) - u_{cc}^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h)\frac{u_m^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h)}{u_c^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h)} > 0,$$

$$B^h = u_{cm}^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h)\frac{u_m^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h)}{u_c^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h)} - u_{mm}^h(\bar{c}^h,\ \bar{m}^h) > 0,$$

$$C^H = \frac{u^H_{m\gamma}(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)u^H_c(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H) - u^H_{c\gamma}(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)u^H_m(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)}{u^H_c(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)} > 0,$$

$$\Delta = \frac{\mu}{1+\mu}(\varphi A^L B^H + (1-\varphi)A^H B^L) + B^L B^H > (<)\ 0.$$

Видно, что при $\mu = 0$ выполнено $d\overline{m}^H / d\gamma > 0$, а все оставшиеся производные равны нулю. При $\mu > 0$ мы имеем $d\overline{c}^H / d\gamma < 0$, тогда как все остальные производные положительны.

Аналогичным образом можно оценить влияние изменения темпа прироста денежной массы μ на переменные модели в стационарном равновесии. Несложно проверить, что при $\varphi = \theta\overline{m}^H / (\theta\overline{m}^H + (1-\theta)\overline{m}^L)$ выполнено

$$\frac{d\overline{c}^H}{d\mu} = \frac{d\overline{c}^L}{d\mu} = 0,\ \frac{d\overline{m}^H}{d\mu} = -\frac{B^H}{D^H} < 0,\ \frac{d\overline{m}^L}{d\mu} = -\frac{B^L}{D^L} < 0,$$

где $D^h = \frac{\beta}{(1+\mu)^2}u^h_c(\overline{c}^h,\ \overline{m}^h)$. Аналогичный результат мы получим, когда $\varphi = \theta$ и $\gamma = 0$, т. е. когда потребители одинаковы. При $\varphi \neq \theta\overline{m}^H / (\theta\overline{m}^H + (1-\theta)\overline{m}^L)$ мы имеем

$$\frac{d\overline{c}^L}{d\mu} = \frac{1}{\Delta}\left(\frac{1}{(1+\mu)^2}\left(\frac{\theta(1-\varphi)}{1-\theta}\overline{m}^H - \varphi\overline{m}^L\right)B^L B^H + \right.$$
$$\left. + \frac{\mu}{1+\mu}\left(\varphi B^H D^L - \frac{\theta(1-\varphi)}{1-\theta}B^L D^H\right)\right),$$
$$\frac{d\overline{c}^H}{d\mu} = \frac{1}{\Delta}\left(\frac{1}{(1+\mu)^2}\left(\frac{(1-\theta)\varphi}{\theta}\overline{m}^L - (1-\varphi)\overline{m}^H\right)B^L B^H + \right.$$
$$\left. + \frac{\mu}{1+\mu}\left((1-\varphi)B^L D^H - \frac{(1-\theta)\varphi}{\theta}B^H D^L\right)\right),$$
$$\frac{d\overline{m}^L}{d\mu} = \frac{1}{\Delta}\left(\frac{1}{(1+\mu)^2}\left(\frac{\theta(1-\varphi)}{1-\theta}\overline{m}^H - \varphi\overline{m}^L\right)A^L B^H - B^H D^L - \right.$$
$$\left. - \frac{\mu(1-\varphi)}{1+\mu}\left(A^H D^L + \frac{\theta}{1-\theta}A^L D^H\right)\right),$$
$$\frac{d\overline{m}^H}{d\mu} = \frac{1}{\Delta}\left(\frac{1}{(1+\mu)^2}\left(\frac{(1-\theta)\varphi}{\theta}\overline{m}^L - (1-\varphi)\overline{m}^H\right)A^H B^L - B^L D^H - \right.$$
$$\left. - \frac{\mu\varphi}{1+\mu}\left(A^L D^H + \frac{1-\theta}{\theta}A^H D^L\right)\right).$$

Отметим, что при любом μ всегда выполнено

$$\frac{d\overline{c}^L}{d\mu} = -\frac{\theta}{1-\theta}\frac{d\overline{c}^H}{d\mu}, \tag{6}$$

т. е. изменение спроса на продукт у потребителей типа L и типа H, вызванное изменением μ, всегда разнонаправленно. Данный факт связан с тем, что рост φ влечет за собой рост доходов потребителей, при этом объем производства продукта остается постоянным, а спрос потребителей на деньги изменяется и величина этого изменения у разных типов потребителей в силу их гетерогенности разная. Из (6) следует, что на уровне отдельных потребителей монетарная политика в рамках рассматриваемой модели не является супернейтральной.

Пусть $\varphi = \theta$ и $\mu = \beta - 1$. Тогда

$$\left.\frac{d\overline{c}^L}{d\mu}\right|_{\mu=\beta-1} = \frac{1}{\Delta}\frac{(1-\beta)\theta}{\beta}(B^L D^H - B^H D^L),$$

$$\frac{d\overline{c}^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1} = -\frac{1}{\Delta}\frac{(1-\beta)(1-\theta)}{\beta}(B^L D^H - B^H D^L),$$
$$\frac{d\overline{m}^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1} = \frac{1}{\Delta}\left(-B^H D^L + \frac{1-\beta}{\beta}(\theta A^L D^H + (1-\theta)A^H D^L)\right),$$
$$\frac{d\overline{m}^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1} = \frac{1}{\Delta}\left(-B^L D^H + \frac{1-\beta}{\beta}(\theta A^L D^H + (1-\theta)A^H D^L)\right),$$

где $\Delta = -\frac{1-\beta}{\beta}(\theta A^L B^H + (1-\theta)A^H B^L) + B^L B^H$. Несложно проверить, что

$$B^L D^H - B^H D^L = \frac{u_c^L(\overline{c}^L,\ \overline{m}^L)u_c^H(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)}{\beta}\left(\frac{\partial MRS_{mc}^H(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)}{\partial m} - \frac{\partial MRS_{mc}^L(\overline{c}^L,\ \overline{m}^L)}{\partial m}\right).$$

Поскольку при $\mu = \beta - 1$ потребление и денежные остатки потребителей одинаковы, при этом всегда выполнено $MRS_{mc}^H > MRS_{mc}^L$ и данные величины убывают с ростом m, следовательно, $B^L D^H - B^H D^L < 0$. С учетом этого при достаточно больших β данные производные будут иметь следующие знаки:

$$\frac{d\overline{c}^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1} > 0,\ \frac{d\overline{c}^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1} < 0,\ \frac{d\overline{m}^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1} < 0,\ \frac{d\overline{m}^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1} < 0.$$

При $\varphi = \theta$ и $\mu = 0$ мы имеем

$$\frac{d\overline{c}^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=0} = \theta(\overline{m}^H - \overline{m}^L) < 0,$$
$$\frac{d\overline{c}^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=0} = (1-\theta)(\overline{m}^L - \overline{m}^H) > 0,$$
$$\frac{d\overline{m}^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=0} = \theta(\overline{m}^H - \overline{m}^L)\frac{A^L}{B^L} - \frac{D^L}{B^L} > (<)\ 0,$$
$$\frac{d\overline{m}^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=0} = (1-\theta)(\overline{m}^L - \overline{m}^H)\frac{A^H}{B^H} - \frac{D^H}{B^H} < 0.$$

Знак производной $d\overline{m}^L / d\mu$ в данном случае зависит от уровня гетерогенности потребителей. Напомним, что при $\mu = 0$ с ростом γ растет $\overline{m}^H$, при этом остальные переменные не меняются. Следовательно, при достаточно малых γ будет выполнено $d\overline{m}^L / d\mu < 0$, тогда как при достаточно больших γ знак производной сменится на противоположный.

Оптимальная монетарная политика

Для нахождения оптимального темпа роста денежной массы нам необходимо решить следующую задачу:

$$W\left(U^L(\overline{c}^L,\ \overline{m}^L),\ U^H(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)\right) \to \max_\mu,$$

где W – функция общественного благосостояния,

$$U^h(\overline{c}^h,\ \overline{m}^h) = \sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u^h(\overline{c}^h,\ \overline{m}^h) = \frac{u^h(\overline{c}^h,\ \overline{m}^h)}{1-\beta},$$

а $\overline{c}^L$, $\overline{m}^L$, $\overline{c}^H$ и $\overline{m}^H$ определяются из (1)–(5).

Конкретный вид функции общественного благосостояния значения не имеет, важным для нас является только тот факт, что она является непрерывно дифференцируемой, вогнутой и строго возрастает по U^L и U^H.

Дифференцируя функцию W по μ и приравнивая полученную производную к нулю, получим:

$$\frac{dW}{d\mu}=\frac{\partial W}{\partial U^L}\frac{dU^L}{d\mu}+\frac{\partial W}{\partial U^H}\frac{dU^H}{d\mu}=$$
$$=\frac{\partial W}{\partial U^L}\frac{1}{1-\beta}\left(u_c^L(\overline{c}^L,\ \overline{m}^L)\frac{d\overline{c}^L}{d\mu}+u_m^L(\overline{c}^L,\ \overline{m}^L)\frac{d\overline{m}^L}{d\mu}\right)+$$
$$+\frac{\partial W}{\partial U^H}\frac{1}{1-\beta}\left(u_c^H(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)\frac{d\overline{c}^H}{d\mu}+u_m^H(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)\frac{d\overline{m}^H}{d\mu}\right)=0.$$

Предположим сначала, что $\varphi=\theta\overline{m}^H/(\theta\overline{m}^H+(1-\theta)\overline{m}^L)$. В этом случае $dW/d\mu=0$, только если $u_m^L(\overline{c}^L,\ \overline{m}^L)=u_m^H(\overline{c}^H,\ \overline{m}^H)=0$, что выполнено только при $\mu=\beta-1$ и $\overline{m}^L=\overline{m}^H=\tilde{m}$. Следовательно, если государство распределяет денежные трансферты между потребителями пропорционально имеющимся у них на руках денежным остаткам, оптимальным темпом роста денежной массы является темп, соответствующий правилу Фридмана. Отметим, что данный темп является оптимальным как для общества в целом, так и для каждого потребителя в отдельности.

В случае если $\varphi\neq\theta\overline{m}^H/(\theta\overline{m}^H+(1-\theta)\overline{m}^L)$, проблема нахождения оптимального темпа роста денежной массы значительно усложняется, в связи с чем мы ограничимся рассмотрением знака $dW/d\mu$ при $\varphi=\theta$ в точках $\mu=\beta-1$ и $\mu=0$.

Пусть $\mu=\beta-1$. Тогда

$$\frac{dU^h}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1}=\frac{u_c^h(\overline{c}^h,\ \overline{m}^h)}{1-\beta}\frac{d\overline{c}^h}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1},\quad h=L,\ H.$$

Поскольку $u_c^h(\overline{c}^h,\ \overline{m}^h)>0$, отсюда следует, что

$$\operatorname{sgn}\frac{dU^h}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1}=\operatorname{sgn}\frac{d\overline{c}^h}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1},\quad h=L,\ H.$$

Так как в соответствии с (6) выполнено

$$\operatorname{sgn}\frac{d\overline{c}^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1}=(-1)\cdot\operatorname{sgn}\frac{d\overline{c}^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1},$$

значит,

$$\operatorname{sgn}\frac{dU^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1}=(-1)\cdot\operatorname{sgn}\frac{dU^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=\beta-1}.$$

Поскольку в точке $\mu=\beta-1$ производные $d\overline{c}^h/d\mu$, $h=L,H$, не равны нулю, следовательно, правило Фридмана неоптимально для каждого из типов потребителей. При реализации правила Фридмана один тип потребителей всегда заинтересован в дальнейшем уменьшении μ, а другой тип потребителей – в его увеличении. Например, при достаточно большом β локальный рост μ выгоден потребителям типа H и, наоборот, невыгоден потребителям типа L.

Пусть теперь $\mu=0$. В этом случае

$$\frac{dU^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=0}=u_c^L(\overline{c}^L,\ \overline{m}^L)\left(\frac{1}{1-\beta}\frac{d\overline{c}^L}{d\mu}+\frac{d\overline{m}^L}{d\mu}\right).$$

Поскольку $d\overline{c}^L/d\mu>0$ и при достаточно больших значениях γ выполнено $d\overline{m}^L/d\mu>0$, значит

$$\frac{dU^L}{d\mu}\bigg|_{\mu=0}>0.$$

Отметим, что данное соотношение также будет иметь место при достаточно больших значениях β, даже если при этом $d\overline{m}^L/d\mu<0$. Так как $d\overline{c}^H/d\mu$ и $d\overline{m}^H/d\mu$ всегда отрицательны, следовательно,

$$\frac{dU^H}{d\mu}\bigg|_{\mu=0}<0.$$

Таким образом, при $\mu=0$, а также достаточно больших γ и (или) достаточно больших β потребителям типа L локально выгодна экспансионистская монетарная политика, а потребителям типа *H* – рестрикционистская. Общественно оптимальная монетарная политика в этом случае будет определяться соотношением выгод и потерь разных групп потребителей, а также тем, чьи интересы в большей мере учитывают власти при реализации монетарной политики. Очевидно, что в данном случае возможны ситуации, при которых общественно оптимальным (как минимум локально) будет положительный темп роста денежной массы.

Заключение

Нами рассмотрена модель Сидрауски с двумя типами потребителей, различающимися между собой по степени оценки денежных услуг. Функции полезности потребителей и схемы распределения между потребителями денежных трансфертов в рамках модели рассматриваются в общем виде.

Мы показали, что в данной модели в случае, когда государство распределяет денежные трансферты между потребителями пропорционально имеющимся у них на руках денежным остаткам, в стационарном равновесии мы имеем те же результаты, что и в ситуации с репрезентативным потребителем: монетарная политика является супернейтральной, а правило Фридмана – общественно оптимальным.

Если же государство распределяет денежные трансферты между потребителями поровну, в стационарном равновесии монетарная политика также является супернейтральной, однако данный эффект сохраняется только на уровне экономики в целом, тогда как в масштабах отдельного потребителя супернейтральность исчезает. В этом случае теряется и оптимальность правила Фридмана: каждому из потребителей выгодно отклониться от него, при этом существуют такие параметры модели, при которых общественно оптимальным (по крайней мере локально) является положительный темп роста денежной массы и соответствующая ему инфляция.

Список литературы

1. *Friedman M*. The Optimum Quantity of Money // The Optimum Quantity of Money and Other Essays. Chicago: Aldine, 1969.

2. *Sidrauski M*. Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy // American Economic Review. May, 1967. Vol. 57. No. 2. P. 534–544.

3. *Brock W. A*. Money and Growth: The Case of Long Run Perfect Foresight // International Economic Review. Oct., 1974. Vol. 15. No. 3. P. 750–777.

4. *Palivos T*. Optimal Monetary Policy with Heterogeneous Agents: A Case for Inflation // Oxford Economic Papers. 2005. Vol. 57. No. 1. p. 34–50.

5. *Bhattacharya J*., *Haslag J*., *Martin A*., *Singh R*. Who Is Afraid of the Friedman Rule? Federal Reserve Bank of New York. Staff Report No. 208. May, 2005.

Материал поступил в редколлегию 20.03.2007

V. L. Makushev

Is the Friedman Rule Socially Optimal?

The problem of the Friedman’s rule optimality in Sidrauski’s model is considered. We demonstrate that when heterogeneous consumers differing by their money services evaluation are introduced in the model all the consumers will benefit from deviation from the Friedman rule; moreover, situations with socially optimal (at least, locally) positive money growth rate are possible.