

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет» (Новосибирский государственный
университет, НГУ)

Факультет естественных наук

Согласовано
Декан ФЕН
Резников В.А.


подпись

«10» октября 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическая статистика

направление подготовки: 06.03.01 Биология

направленность (профиль): Биология

Форма обучения: очная

Разработчик:

Ю.Ю. Линке

к.ф-м.н., доцент кафедры ТВиМС ММФ

Руководитель программы:

д.б.н., профессор Шестопалова Л. В.

Новосибирск 2020

Аннотация к рабочей программе дисциплины «Математическая статистика»

Дисциплина «Математическая статистика» реализуется в рамках основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) высшего образования по направлению подготовки «06.03.01 Биология», очная форма обучения, язык реализации программы – русский. Она входит в базовую часть блока «Дисциплины (модули)» образовательной программы и реализуется кафедрой теории вероятностей и математической статистики ММФ НГУ в 5 семестре обучения по ОПОП. Основной задачей дисциплины является ознакомление студентов с основами теории вероятностей и математической статистики и получение навыков обработки данных, имеющих стохастическую природу. Курс состоит из двух частей. Первая часть курса включает необходимые факты теоретико-вероятностного анализа. Данный вводный курс теории вероятностей дает основу понимания стохастических закономерностей в природе и обществе. Вторая часть курса, содержащая основы математической статистики, направлена на приобретение начальных навыков использования статистических правил и процедур в практических задачах.

Изучение дисциплины отчасти опирается на материал курсов «Математический анализ» и «Высшая алгебра». Результаты изучения дисциплины могут быть использованы при проведении научных исследований, включающих обработку статистических данных (в частности, при подготовке выпускной квалификационной работы).

Дисциплина направлена на формирование следующих профессиональных компетенций:

ПК-4. Способность применять современные методы обработки, анализа и синтеза полевой, производственной и лабораторной биологической информации.

Перечень основных разделов дисциплины:

1. Вероятностные пространства.
2. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.
3. Случайные величины и их распределения.
4. Числовые характеристики.
5. Предельные теоремы.
6. Выборочный метод.
7. Точечное оценивание.
8. Интервальное оценивание.
9. Проверка статистических гипотез.

Трудоемкость дисциплины

Преподавание дисциплины предусматривает следующие виды учебной работы: лекции, практические занятия, самостоятельная работа. Самостоятельная работа включает разбор лекционного материала, выполнение домашних заданий, подготовку к контрольным работам, выполнение расчетного задания. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы. Всего 108 академических часов. Программой дисциплины предусмотрены 34 часа лекционных, 34 часа практических занятий, 38 часов самостоятельной работы студентов, а также 2 часа контактной работы при аттестации.

Правила аттестации по дисциплине.

Для осуществления текущего контроля освоения дисциплины предусмотрено проведение двух контрольных работ в течение семестра и выполнение слушателями курса расчетного задания в конце семестра. Прохождение студентами курса предусматривает также еженедельное самостоятельное решение нескольких задач. Учебный план определяет дифференцированный зачет по данной дисциплине. Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в конце 5 семестра по результатам выполнения контрольных работ, расчетного задания и домашних работ.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

В преподавании дисциплины используются учебники и задачки, написанные сотрудниками кафедры и размещенные на сайте кафедры, а также имеющиеся в библиотеке НГУ.

1. Цели освоения дисциплины

Данный курс направлен на ознакомление студентов с основными понятиями теории вероятностей и математической статистики и освоение процедур обработки реальных стохастических экспериментов. Курс состоит из двух частей. Первая часть курса включает необходимые факты теоретико-вероятностного анализа. Данный вводный курс теории вероятностей дает основу понимания стохастических закономерностей в природе и обществе. Вторая часть курса, содержащая основы математической статистики, направлена на приобретение начальных навыков использования статистических правил и процедур в практических задачах.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математическая статистика» реализуется в рамках основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) высшего образования по направлению подготовки «06.03.01 Биология», очная форма обучения, язык реализации программы – русский. Она входит в базовую часть блока «Дисциплины (модули)» образовательной программы и реализуется кафедрой теории вероятностей и математической статистики ММФ НГУ в 5 семестре обучения по ОПОП.

Изучение дисциплины отчасти опирается на материал курсов «Математический анализ» и «Высшая алгебра», результаты изучения дисциплины могут быть использованы при проведении научных исследований, включающих обработку статистических данных (в частности, при подготовке выпускной квалификационной работы).

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

Способность применять современные методы обработки, анализа и синтеза полевой, производственной и лабораторной биологической информации (ПК-4).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать основные понятия и базовые результаты теории вероятностей и математической статистики.

Уметь применять аппарат теории вероятностей и математической статистики для решения стандартных задач, в том числе осуществлять статистическое оценивание и проверку гипотез для обработки биологических данных в соответствии с поставленной задачей.

Владеть навыками применения современных базовых методов статистической обработки результатов биологического эксперимента.

4. Трудоемкость дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающегося с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающегося

Трудоемкость дисциплины – 3 з.е. (108 ч)

Форма промежуточной аттестации: 5 семестр – дифференцированный зачет.

№	Вид деятельности	Семестр
		5
1	Лекции, ч	34
2	Практические занятия, ч	34
3	Лабораторные занятия, ч	-
4	Занятия в контактной форме, ч, из них	70
5	из них аудиторных занятий, ч	68
6	в электронной форме, ч	-
7	консультаций, час.	-
8	промежуточная аттестация, ч	2
9	Самостоятельная работа, час.	38
10	Всего, ч	108

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Тематический план	Лекции, час.	Практ., час.
Семестр 5		
<u>Раздел 1. Вероятностные пространства</u>		
Пространство элементарных исходов. События. Операции над событиями и отношения между ними. Вероятность и ее свойства. Дискретное пространство элементарных исходов. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Вероятность на числовой прямой и плоскости. Геометрическая вероятность. Задача о встрече.	6	6

<u>Раздел 2. Формула полной вероятности.</u> <u>Формула Байеса. Схема Бернулли.</u> Условная вероятность. Независимые события.	4	4
<u>Раздел 3. Случайные величины и их распределения.</u> Случайные величины. Функции распределения и их свойства. Типы распределений: дискретный, абсолютно непрерывный. Основные семейства распределений. Независимые случайные величины. Формула свертки. Устойчивость по суммированию. Преобразования случайных величин.	6	6
<u>Раздел 4. Числовые характеристики.</u> Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Ковариация. Коэффициент корреляции.	2	2
<u>Раздел 5. Предельные теоремы.</u> Сходимость по вероятности. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра -- Лапласа. Теорема Пуассона.	3	3
<u>Раздел 6. Выборочный метод.</u> Выборка. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Выборочные моменты.	2	2
<u>Раздел 7. Точечное оценивание.</u> Свойства оценок: несмещенность, состоятельность. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Сравнение оценок в среднеквадратическом.	3	3
<u>Раздел 8. Интервальное оценивание.</u> Распределения, связанные с нормальным: хи-квадрат, Стьюдента, Фишера. Лемма Фишера. Теорема о свойствах выборок из нормального распределения. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Построение доверительных интервалов с помощью центральной предельной теоремы.	4	4
<u>Раздел 9. Проверка статистических гипотез.</u> Проверка гипотез: постановка задачи, основные понятия. Построение критерия с помощью доверительного интервала. Критерий Колмогорова. Критерий хи-квадрат. Проверка гипотез в случае нескольких выборок. Проверка гипотез о совпадении параметров двух нормальных совокупностей.	4	4
	34	34

Изучение дисциплины также предполагает самостоятельную работу студентов.

№	Виды самостоятельной работы	Часы на выполнение
1.	Самостоятельный разбор лекционного материала	6
2.	Выполнение домашних заданий и подготовка к контрольным работам	22
3.	Выполнение расчетного задания	10
		38

6. Перечень учебной литературы

а) основная литература

1. Линке Ю.Ю. Математическая статистика. Программа курса лекций, план семинарских занятий и список задач для студентов биологического отделения факультета естественных наук. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/v1/linke/FEN-17.pdf>
2. Лотов В.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Новосибирск: НГУ, 2006. <https://nsu.ru/mmf/tvims/lotov/tvims.pdf>

б) дополнительная литература:

3. Чернова Н.И. Теория вероятностей. Новосибирск: НГУ, 2007. <https://nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/index.html>
4. Чернова Н.И. Математическая статистика. Новосибирск: НГУ, 2007. <https://nsu.ru/mmf/tvims/chernova/ms/index.html>
5. Коршунов Д.А., Чернова Н.И. Сборник задач и упражнений по математической статистике. 2-е изд. Новосибирск: Изд-во Института математики им. С.Л.Соболева СО РАН, 2004.

7. Перечень учебно-методических материалов по самостоятельной работе обучающихся

1. Линке Ю.Ю. Математическая статистика. Программа курса лекций, план семинарских занятий и список задач для студентов биологического отделения факультета естественных наук. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/v1/linke/FEN-17.pdf>
2. Лотов В.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Новосибирск: НГУ, 2006. <https://nsu.ru/mmf/tvims/lotov/tvims.pdf>
3. Н.С. Аркашов. Статистический калькулятор: функции распределения и квантили основных статистических распределений, критерии Колмогорова, хи-квадрат, вычисление выборочных характеристик. <https://nsu.ru/mmf/tvims/arkashov/calc/index.html>

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

8.1 Ресурсы сети Интернет

Освоение дисциплины используются следующие ресурсы:

- электронная информационно-образовательная среда НГУ (ЭИОС);
- образовательные интернет-порталы;
- информационно-телекоммуникационная сеть Интернет.

Взаимодействие обучающегося с преподавателем осуществляется через личный кабинет студента в ЭИОС.

8.2 Современные профессиональные базы данных:

Не используются

9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

9.1 Перечень программного обеспечения

Для обеспечения реализации дисциплины используется стандартный комплект программного обеспечения (ПО), включающий регулярно обновляемое лицензионное ПО Windows, MS Office. Специализированное программное обеспечения для реализации курса не требуется.

9.2 Информационные справочные системы

Не используются

10. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для реализации дисциплины «Математическая статистика» используются специальные помещения:

- Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации;
- Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГУ.

11. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Перечень результатов обучения по дисциплине представлен в разделе 3.

11.1 Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Текущий контроль успеваемости:

Контроль за самостоятельной работой студентов предусматривает еженедельную проверку выполнения домашних заданий. В качестве задач для практических занятий и самостоятельного решения используется набор задач, представленных в п. 1 раздела 6. В течение семестра выполняются две контрольные работы и расчетное задание. На контрольных работах студентам предлагается решить ряд типовых задач, относящихся к определенным разделам дисциплины. Расчетное задание включает построение

доверительных интервалов и проверку гипотез по числовым выборкам, генерируемым случайным образом индивидуально для каждого слушателя курса.

Промежуточная аттестация:

Промежуточная аттестация предполагает дифференцированный зачет по данной дисциплине. Оценка по дисциплине представляет собой округленное среднее арифметическое четырех оценок (за контрольные работы, расчетное задание и домашние работы). Примерные варианты задач для контрольных работ и содержание расчетного задания приведены ниже.

11.2 Описание критериев и шкал оценивания индикаторов достижения результатов обучения по дисциплине

В таблице ниже представлено соответствие форм аттестации заявляемым требованиям к результатам освоения дисциплины.

Результаты обучения	Оценочное средство		
	Расчетное задание	Контрольные работы	Домашние работы
ПК-4/Зн2 – знать основные понятия и базовые результаты теории вероятностей и математической статистики	+	+	+
ПК-4/Ум2 – уметь применять аппарат теории вероятностей и математической статистики для решения стандартных задач, в том числе осуществлять статистическое оценивание и проверку гипотез для обработки биологических данных в соответствии с поставленной задачей.	+	+	+
ПК-4/Нв1 – владеть навыками применения современных базовых методов статистической обработки результатов биологического эксперимента	+		+

В следующей таблице представлены критерии оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания результатов обучения	Шкала оценивания
Расчетное задание – умение сформировано, студент демонстрирует успешное применение навыков в решении расчетного задания и не испытывает затруднений при	<i>Отлично</i>

объяснении своего решения. – знание присутствует в полной мере, студент владеет материалом курса и дает исчерпывающие ответы на дополнительные вопросы. <u>Письменные контрольные работы</u> – правильно решены все задачи. <u>Домашние задания</u> – правильно решены не менее 75% заданий.	
<u>Расчетное задание</u> – умение в целом сформировано; студент в состоянии его применять к выполнению расчетного задания, решения и пояснения содержат незначительные ошибки и отдельные недочеты. – знание присутствует, студент в целом владеет материалом курса, ответ содержит отдельные недочеты. <u>Письменные контрольные работы:</u> – не менее 2/3 задач правильно решены. <u>Домашние задания</u> – правильно решены не менее 50% заданий	<i>Хорошо</i>
<u>Расчетное задание</u> – знание и умение присутствуют, но содержат пробелы; студент испытывает затруднения при их применении и/или испытывает затруднения при объяснении решения расчетного задания, допускает ошибки, нуждается в подсказках. – наличие неполных и/или содержащих существенные ошибки ответов на дополнительные вопросы. <u>Письменные контрольные работы:</u> – не менее трети задач правильно решены. <u>Домашние задания</u> – правильно решены не менее 25% заданий.	<i>Удовлетворительно</i>
<u>Расчетное задание</u> – знание отсутствует или носит поверхностный характер. – умение отсутствует или носит фрагментарный характер. – студент слабо ориентируется в базовых понятиях, допускает грубые ошибки, не может прокомментировать решение расчетного задания в случае наличия последнего. <u>Письменные контрольные работы:</u> – правильно решены менее трети задач. <u>Домашние задания</u> – правильно решены менее 25% заданий.	<i>Неудовлетворительно</i>

Результаты промежуточной аттестации по дисциплине определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение промежуточной аттестации. Оценка по дисциплине определяется на основании среднего оценок за контрольные, расчетное задание и домашние работы.

Оценка	Критерий
«отлично»	все проверяемые результаты обучения сформированы на уровне 4 или 5 баллов; среднее значение балла ≥ 4.5
«хорошо»	все проверяемые результаты обучения сформированы на уровне

	не ниже порогового (3 балла); среднее значение балла ≥ 3.5 , но < 4.5
«удовлетворительно»	все проверяемые результаты обучения сформированы на уровне не ниже порогового (3 балла); среднее значение балла < 3.5
«неудовлетворительно»	один или несколько проверяемых результатов обучения не сформированы

11.3 Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Типичные задачи контрольных работ:

1. Из колоды в 52 карты берется наугад без возвращения 10 карт. Найти вероятность того, что среди них будут 7 одномастных.
2. В корзине 32 яблока, среди них 13 зеленых. Наугад (безвозвращения) выбирают 7 яблок. Найти вероятность того, что хотя бы три из них зеленые.
3. Точка наудачу брошена в круг радиуса R . Найти вероятность того, что точка окажется в квадрате, вписанном в этот круг.
4. В квадрате со стороной 10 см расположены две монеты радиуса 1 см. В квадрат наудачу брошена точка. Определить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если монеты не перекрываются.
5. Десять раз подбрасывают 2 игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков, равная 11, выпадет не менее пяти раз?
6. Имеются две партии изделий по 20 и 30 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, перекладывают во вторую, после чего выбирают наудачу изделие из второй партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.
7. В тире имеется 6 одинаковых на вид ружей. Вероятность попадания в мишень для двух из них по 0,9, для трех по 0,8 и для одного 0,3. Какова вероятность, что стрелок попадет в мишень, если он выбирает ружье наудачу? Какова вероятность, что было выбрано ружье, для которого вероятность попадания равна 0,3, при условии, что стрелок попал в мишень?
8. В урне 20 белых и 30 красных шаров. Подбрасывают игральную кость и добавляют в урну столько красных шаров, сколько выпало очков. Затем шары перемешивают и извлекают два. Найти вероятность того, что эти оба шара --- красные. Какова вероятность того, что на кости выпало 3 очка, если оба извлеченных шара оказались красными?
9. Игральная кость подбрасывается до тех пор, пока не выпадут пять очков, при этом более четырёх раз подбрасывать не разрешается. Найти таблицу распределения числа подбрасываний X и вероятность $P(X > 2)$.
10. Вероятность попадания мячом в корзину при одном броске равна 0,7. Пусть X есть число попаданий мячом в корзину при двух независимых бросках. Найти таблицу распределения X , вероятность $P(X > 1)$ и математическое ожидание EX .

11. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром $\alpha=1$, случайная величина Y имеет равномерное распределение на отрезке $[0,1]$ и эти величины независимы. Найти распределение случайной величины $\max(X,Y)$ и дисперсию случайной величины $Y-3X-1$.
12. Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[1,5]$. Найти плотность распределения квадрата этой случайной величины и ее математическое ожидание.
13. Известно, что каждые сто страниц учебника в среднем содержат 2 опечатки. Найти приближенно вероятность того, что в учебнике в 350 страниц не более 5 опечаток.
14. Известно, что на тысячу семян некоторой сельскохозяйственной культуры приходится в среднем 2 семени сорняков. Найти приближенно вероятность при случайном отборе двух тысяч семян данной культуры обнаружить не менее пяти семян сорняков.
15. Правильный кубик подбрасывают 3600 раз. Найти приближенно вероятность того, что пятерка выпадет менее 560 раз.
16. Правильная монета подбрасывается 10000 раз. Найти приближенно вероятность того, что число выпавших гербов будет отличаться от 5000 менее, чем на 200.
17. Пусть элементы выборки имеют равномерное распределение на отрезке $[0,5\theta+1]$, $\theta>0$. Построить для параметра θ оценки методом моментов по первому моменту и метода максимального правдоподобия. Проверить оценку метода моментов на несмещенность и состоятельность.
18. Пусть элементы выборки имеют распределение Пуассона с параметром $5\theta+1$, $\theta>0$. Построить для параметра θ оценки методом моментов по первому моменту и метода максимального правдоподобия. Проверить оценки на несмещенность и состоятельность.

Расчетное задание:

1. По числовой выборке объема 50 из нормальной совокупности построить доверительные интервалы заданного уровня доверия для среднего при известной и неизвестной дисперсии, для дисперсии при известном и при неизвестном среднем.
2. По данным числовым наблюдениям проверить основную гипотезу о равномерности распределения с помощью критерия Колмогорова и критерия «хи»-квадрат заданного асимптотического размера.
3. По данным двум выборкам из нормальных совокупностей проверить с помощью критериев заданного размера гипотезу о совпадении дисперсий при неизвестных средних и гипотезу о совпадении средних при условии, что неизвестные дисперсии совпадают.

Оценочные материалы по промежуточной аттестации, предназначенные для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям образовательного стандарта, хранятся на кафедре-разработчике РПД в печатном и электронном виде.