

**К. А. Гривин**

Новосибирский государственный университет

Ул. Пирогова, 2 Новосибирск, 630090

e-mail: grivin@rbcmail.ru

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В АССОРТИМЕНТНОМ ПЛАНИРОВАНИИ НА ПРЕДПРИЯТИИ.**

### **Введение.**

Имеют ли математические методы, используемые в экономике, практическую значимость для отдельного предприятия? Есть ли перспективы приложения данных теоретических знаний к современной действительности? В работе попытаемся дать ответы на эти вопросы, воспользуемся математическим аппаратом для анализа деятельности ряда новосибирских компаний.

Задача представленного исследования – научиться формировать рациональный товарный ассортимент, выявлять на основе внешней и внутренней информации наиболее успешные и наоборот неудачные продукты, их слабые стороны, а также самые важные с точки зрения потребителя товарные атрибуты. Последовательность проведения исследования можно описать следующим образом: первоначально дается оценка ассортиментного ряда на основе внутренних показателей предприятия, далее с помощью анкетного опроса потребителей и применения эконометрических методов обработки подобных данных выделяются основные факторы, влияющие на успешность продукта, в заключение предлагаются рекомендации.

Конечная цель – разработать такую методику анализа ассортимента, которая бы позволила комплексно применить методы продуктового планирования на выбранных предприятиях, сравнить их, получить полную информацию о продуктах, выработать оптимальную ассортиментную политику, оценить достоверность эконометрических расчетов и сопоставить в конечном итоге полученные результаты со здравым смыслом и мнением эксперта.

### **Проблемы ассортиментного планирования.**

Под ассортиментом понимается совокупность всех продуктов, выпускаемых компанией. Продуктовый ряд является объектом ассортиментного планирования на предприятии.

Ассортиментное планирование занимает достаточно важное место в общей системе планирования. Можно сказать, что формирование ассортимента продуктов – это связующее звено между разработкой планов на стратегической и оперативной стадии. Одна из задач продуктового планирования – определение оптимального размера и структуры ассортимента, его ширины и глубины, т.е. такой совокупности отдельных продуктов, которая бы обладала особыми преимуществами с точки зрения покупателя и приносила прибыль производителю. Другая задача – определение оптимальных объемов производства выбранных наименований продукции. Краткая схема, описывающая задачи и методы ассортиментного планирования, представлена ниже (рис.1).

Первая задача слабо формализуема и при ее реализации компании сталкиваются с рядом проблем. Причина – необходимость учета множества критериев при выборе видов и вариантов (сортов) продаваемой продукции и принятия во внимание разнообразной информации. Существует дилемма между производительностью и разнообразием. С одной стороны, самому предприятию экономически невыгодно производство большого ассортимента товаров. С другой стороны, узкий ассортимент не всегда может обеспечить долгосрочный успех предприятия на конкурентном рынке.



Рис. 1 Задачи и методы ассортиментного планирования

Важной проблемой при выработке ассортиментной политики является определение критерия оценки. Что взять за основу внутренней оценки товара? Себестоимость, вклад на покрытие, прибыль? Как оценить полезность продукта с точки зрения потребителя? Последний вопрос тесно связан с методами, используемыми в продуктовом планировании, поскольку помимо собственной цены продукта, предприятие в качестве меры ценности может использовать субъективную оценку товара самим потребителем. А данную оценку можно «объяснить» с помощью экспертных и эконометрических методов (включающих регрессионный, кластерный анализ).

Таким образом, основной проблемой ассортиментного планирования является проблема выработки согласованного решения по объемам производства различных видов продукции, которое бы учитывало как внутренние ресурсные, так и внешние спросовые ограничения.

#### Выбор моделей и гипотезы, на которых этот выбор основан.

Прежде чем оценивать товар с потребительской точки зрения, любое предприятие старается определить успешность товара на основе своей *внутренней информации*. Чаще всего для этого используется АВС-анализ (данный метод достаточно прост, нагляден). В работе под «внутренней успешностью» товара понимается его доля в общем объеме выручки и во вкладе на покрытие. Два критерия здесь рассматриваются для получения более достоверной оценки продукта (не всегда высокая выручка означает высокий уровень рентабельности или покрытия общих затрат).

Далее перед предприятием возникает ряд вопросов: «Какие продукты оказались в «группе С», в чем их слабости, в каком направлении необходимо их модифицировать?» На помощь при-

## МИКРОЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ: МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

ходит *потребительская оценка товаров* предприятия. Все представленные в работе модели, которые используются на этом этапе, основаны на том предположении, что любое благо рассматривается как совокупность свойств или атрибутов, а потребитель, покупая данное благо, по сути, приобретает те услуги, которые обеспечивают полезность.

Модели, основанные на внутренней информации предприятия, находятся лишь в рамках родового товара (ядерной услуги), но не учитывают осязаемый товар, товар с подкреплением (т.е. его образ и дополнительные услуги, обеспечивающие товару отличительные свойства в сравнении с продуктами конкурентов). Учесть это невозможно, не имея информации от покупателей продукции. Наиболее распространенный способ получения такой информации – потребительские опросы. Наиболее подходящие – анкетные, поскольку они позволяют получить больший объем информации, систематизировать ее. Форма имеющихся данных также определяет вид используемых моделей. Поскольку некоторые ответы на анкетные вопросы представляют собой столбцы дискретных значений (зависимых и независимых), то в данном случае модели, объясняющие качественные переменные, являются наиболее адекватными. Они учитывают особую природу таких зависимых переменных, кроме того, оценки параметров данной модели оказываются «лучше», с точки зрения состоятельности, тех, которые рассчитаны обычным МНК. Оценки по модели ограниченных зависимых переменных (которые также встречаются в анкетных опросах) также «лучше» их аналогов в обычной линейной регрессии.

Очевидный выбор зависимой переменной при описании потребительского восприятия товара – потребительская полезность продукта. Поскольку полезность является понятием субъективным, не наблюдаемым, остается вопрос – как ее оценить. Были выбраны следующие показатели: объем покупок и потребительская оценка продукта по 10-ти балльной шкале (вся эта информация может быть получена из анкет). В отличие от полезности эти показатели носят дискретный характер или могут иметь нулевые значения с положительной вероятностью. В качестве независимых переменных можно взять либо оценку атрибутов (по шкале) или же важность этих свойств для потребителя. Наглядно демонстрирует все представленные рассуждения табл. 1.

Таблица 1.

Моделирование понятия мультиатрибутивного товара.

| Объективные характеристики | Атрибуты        | Оценка атрибутов |             | Частные полезности | Полная полезность |
|----------------------------|-----------------|------------------|-------------|--------------------|-------------------|
|                            |                 | Важность         | Присутствие |                    |                   |
| ... $C_{i1}$ ...           | $A_1$           | $B_1$            | $X_1$       | $U_1$              | U                 |
| ...                        | ...             | ...              | ...         | ...                |                   |
| ... $C_{ni}$ ...           | $A_n$           | $B_n$            | $X_n$       | $U_n$              |                   |
| Реальность                 | Набор атрибутов | Приоритеты       | Восприятие  | Ценности           |                   |

Под объективными характеристиками понимают те технические свойства, которые создают атрибут (покупателя они интересуют только в том случае, если создают одну из искомых выгод). Термин «атрибут» означает ту выгоду, которую ищет покупатель (например, «внешний вид», «вкус»). Ценность атрибута зависит от двух факторов: значимости атрибута и воспринимаемой степени его наличия. И частная полезность определяется произведением этих факторов. Полную полезность будем определять на *компенсаторной* и *аддитивной* основе. Это значит, что низкая оценка одного атрибута может быть компенсирована высокой оценкой другого и между атрибутами нет связи. Последнее допущение часто очень сомнительно, поэтому можно попытаться определить на основе расчета «частных коэффициентов корреляции», какие атрибуты оказываются наиболее взаимосвязанными.

Заметим, что полностью заполненная таблица является самодостаточной и не требует применения никаких других методов, кроме широко распространенной модели Розенберга. Но для заполнения такой таблицы требуется очень много времени (особенно, если анализ проводится для большого количества продуктов). В случае, если имеется только один из столбцов (важность или присутствие), без эконометрических моделей не обойтись. Поэтому, переходя к

теоретической части работы, займемся сразу моделями с качественными и ограниченными зависимыми переменными, опуская широко известную модель Розенберга.

**Некоторые теоретические аспекты моделей с качественными и ограниченными зависимыми переменными.**

В регрессионных моделях предполагается, что зависимая переменная после логарифмического или другого преобразования может принимать любое значение на числовой прямой. И хотя данное предположение никогда строго не выполняется, часто оно оказывается разумным. Тем не менее, эта гипотеза перестает быть приемлемой в ситуации, когда зависимая переменная может принимать определенное значение с вероятностью, значительно большей нуля. Экономистам часто приходится иметь дело с такими случаями. Особенно распространены ситуации, в которых зависимая переменная принимает только два значения (случаи, предполагающие ответы типа «да», «нет»). Такие переменные называют *бинарными зависимыми переменными*.

Если мы хотим научиться «объяснять» подобные переменные с помощью эконометрической модели, мы должны учитывать их дискретную природу. Модели, позволяющие это сделать, получили название *моделей качественных откликов*, они чаще всего оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия (ММП). В самых простых и наиболее распространенных случаях зависимая переменная представляет одну или две альтернативы. Они условно обозначаются как 0 и 1, что является наиболее удобным. Модели, объясняющие зависимости переменные типа 0-1, часто называют *моделями бинарных откликов* (реже – моделями бинарного выбора). Эти модели широко используются во многих экономических сферах, в том числе, в маркетинге.

Обычные регрессионные модели также неприменимы и для случая ограниченной зависимой переменной. Иногда переменная может быть непрерывной на некотором участке числовой прямой, но при этом принимать одно или несколько значений с определенной вероятностью. Например, потребительские затраты на любой товар или услугу обязательно будут неотрицательными. Таким образом, если анализировать расходы некоторых домашних хозяйств на продукт, то вполне возможно, что эти расходы для многих семей будут равны нулю, а для остальных – положительные. А так как имеет место положительная вероятность появления в выборке нулевых элементов, регрессионная модель оказывается неприемлемой для такого типа данных.

В работе мы затронем как модели качественных ответов, так и модели с ограниченными зависимыми переменными, остановимся при этом на самых основных из них. Сначала рассмотрим модель бинарных откликов как наиболее простую и часто встречающуюся в литературе.

### Модель бинарных откликов.

В модели бинарных откликов зависимая переменная  $y_t$  может принимать только два значения, 1 и 0, которые показывают, случилось ли какое-то событие или нет. Мы можем считать, что  $y_t=1$  означает свершившееся событие для наблюдения  $t$ , а  $y_t=0$  – несвершившееся. Пусть  $P_t$  обозначает (условную) вероятность совершения события. Тогда с помощью модели бинарных откликов можно попытаться определить вероятность  $P_t$ , обусловленную определенной информацией, скажем,  $\Omega_t$ , которая включает в себя экзогенные и предопределенные переменные. Определение  $y_t$  как выборки из нулей и единиц оказывается очень удобным, поскольку в этом случае  $P_t$  просто является мат. ожиданием  $y_t$  в зависимости от  $\Omega_t$ :

$$P_t \equiv \Pr(y_t = 1 | \Omega_t) = E(y_t | \Omega_t)$$

Отсюда следует, что линейная модель регрессии не идет ни в какое сравнение с моделью бинарных ответов. Действительно, обозначим за  $X_t$  вектор-строку длины  $k$ , соответствующей количеству переменных, охватываемых информацией  $\Omega_t$ . Тогда на основе линейной регрессионной модели  $E(y_t | \Omega_t)$  определяется как  $X_t\beta$ . Но  $E(y_t | \Omega_t)$  есть вероятность, которая лежит между 0 и 1. А значение  $X_t\beta$  не имеет таких ограничений и поэтому не может рассматриваться как вероятность. Тем не менее, в большом количестве эмпирических работ используют обычный МНК для оценки так называемой *линейной вероятностной модели*, которую можно описать как

$$y_t = X_t\beta + u_t \quad (\text{где } u_t \text{ – ошибка}).$$

Но с позиции доступных более совершенных моделей, упрощения расчетов с помощью современных компьютерных технологий, в пользу данной модели сказать нечего. Даже если ока-

зывается, что  $X_t\beta$  лежит между 0 и 1 для некоторых  $\beta$  и всех наблюдений рассматриваемой выборки, в общем случае это утверждение неверно. Таким образом, линейная вероятностная модель не является приемлемым способом определения условной вероятности. И прогноз по данной модели может оказаться просто абсурдным:  $y_{t+1}$  могут быть отрицательными или больше единицы, т.е. ошибки прогноза могут быть очень большими, что представлено на рисунке 2.

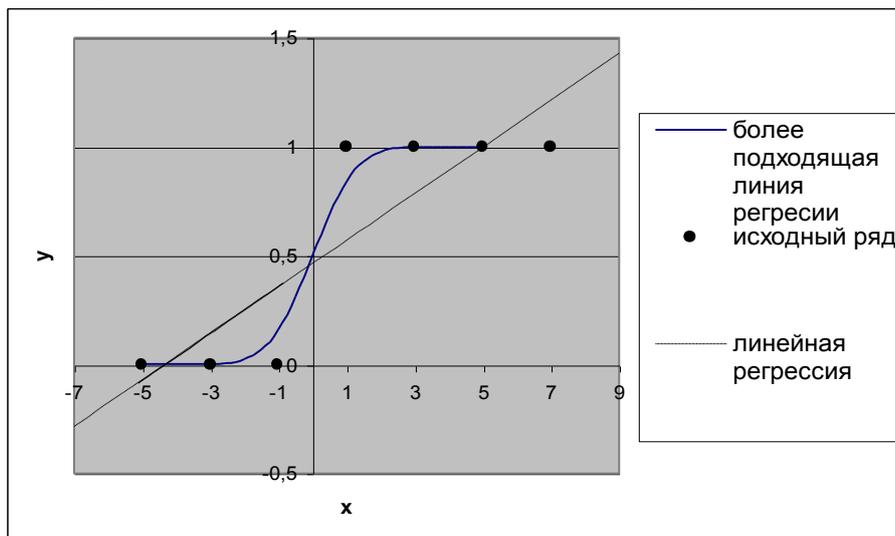


Рис. 2. Прогнозирование по линейной вероятностной модели.

Рассмотрим несколько достаточно простых и полезных моделей бинарных откликов. Главное здесь – научиться использовать функцию преобразования  $F(x)$ , с помощью которой мы можем определять условное математическое ожидание  $y_t$

$$E(y_t | \Omega_t) = F(X_t \beta) \quad (1).$$

$F(x)$  должна обладать следующими свойствами:

$$F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1, \text{ и} \quad (2)$$

$$f(x) \equiv \frac{\partial F(x)}{\partial x} > 0 \quad (3).$$

Из (2) и (3) следует, что  $F(x)$  является монотонно возрастающей функцией, которая переводит всю действительную прямую в интервал 0-1. Многие функции распределения имеют те же характеристики. Поскольку  $F(\cdot)$  является нелинейной функцией, изменение  $X_{it}$ -ых, являющихся элементами  $X_t$ , оказывает нелинейное влияние на  $E(y_t | \Omega_t)$ .

На практике чаще всего используют одну из двух наиболее распространенных функций  $F(\cdot)$ . Рассматриваемые модели называют *моделью пробит* и *моделью логит*. Для модели пробит функция преобразования,  $\Phi(x)$ , – обычная функция нормального стандартного распределения. Поэтому модель пробит можно записать как

$$P_t \equiv E(y_t | \Omega_t) = \Phi(X_t \beta).$$

Модель пробит также может быть получена на основе модели, включающей ненаблюдаемые (скрытые) переменные  $y_t^*$ . Предположим, что

$$y_t^* = X_t \beta + u_t, \quad u_t \sim NID(0,1) \quad (4).$$

Мы можем определить только знак  $y_t^*$ , влияющий на значение наблюдаемых бинарных переменных  $y_t$  в соответствии с соотношением

$$y_t = 1, \text{ если } y_t^* > 0 \text{ и } y_t = 0, \text{ если } y_t^* \leq 0 \quad (5).$$

При работе с ассортиментом в качестве  $y_t^*$  может рассматриваться «степень известности и узнаваемости торговой марки», а  $X_t$  и  $\beta$  – оценка потребителями всех рассматриваемых атрибутов продукции и степень влияние этих атрибутов на узнаваемость торговой марки, соответственно;  $y_t$  в данном случае отражает ответ на вопрос «отличаете ли Вы продукцию данного предприятия от продукции других предприятий?».

Теперь определим вероятность того, что  $y_t=1$ . Осуществив некоторые преобразования (используем свойства плотности нормального распределения), получаем

$$\Pr(y_t = 1) = \Pr(y_t^* > 0) = \Pr(X_t\beta + u_t > 0) = 1 - \Pr(u_t \leq -X_t\beta) = 1 - \Phi(-X_t\beta) = \Phi(X_t\beta).$$

Конечный результат,  $\Phi(X_t\beta)$ , есть ни что иное, как вероятность в случае, если предположить, что  $\Phi(\cdot)$  играет роль  $F(\cdot)$  в выражении (1). Таким образом, мы получили модель пробит на основе модели скрытых переменных, включающей (4) и (5). Тот факт, что модель пробит может быть получена таким образом, является одной из ее привлекательных характеристик.

Модель логит очень похожа на пробит, но при этом имеет ряд особенностей, облегчающих работу с ней. Для этой модели функция  $F(\cdot)$  представлена логистической функцией (логистой)

$$\Lambda(x) \equiv (1 + e^{-x})^{-1} = \frac{e^x}{1 + e^x},$$

первая производная которой равна плотности логистического распределения:

$$\lambda(x) \equiv \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} = \Lambda(x)\Lambda(-x) = \Lambda(x)(1 - \Lambda(x)).$$

Можно получить модели логит самым простым способом, предположив, что

$$\log\left(\frac{P_t}{1 - P_t}\right) = X_t\beta.$$

Выражение в левой части иногда называют *логарифмическим отношением шансов*. Выражая из этого равенства  $P_t$ , получаем

$$P_t = \frac{\exp(X_t\beta)}{1 + \exp(X_t\beta)} = (1 + \exp(-X_t\beta))^{-1} = \Lambda(X_t\beta).$$

Также можно вывести модель логит на основе модели скрытых переменных (равенства (4), (5)), где ошибки имеют распределение экстремального характера, вместо стандартного нормального.

На практике модели логит и пробит дают очень близкие результаты. В большинстве случаев единственное существенное различие между ними заключается в способе оценки элементов  $\beta$ . Различия в оценке возникают из-за разной дисперсии распределений (равной  $\pi^2/3$  для логисты и 1 - для нормального). Сходство же преобразованной логистической функции с единичной дисперсией и функции для нормального распределения оказывается просто поразительным.

Оценка модели бинарных откликов.

Наиболее распространенный способ оценки модели бинарных откликов – ММП.

Согласно постановке модели (1),  $F(X_t\beta)$  – это вероятность того, что  $y_t=1$ , а  $1-F(X_t\beta)$  – вероятность того, что  $y_t=0$ . Таким образом, для  $y_t=1$  вклад наблюдения  $t$  в логарифмическую функцию правдоподобия (ЛФП) равен  $\log(F(X_t\beta))$ , а для  $y_t=0$  –  $\log(1-F(X_t\beta))$ . Отсюда ЛФП равна

$$l(y, \beta) = \sum_{t=1}^n (y_t \log(F(X_t\beta)) + (1 - y_t) \log(1 - F(X_t\beta))) \quad (6).$$

Данная функция всегда вогнута (т.е. имеет единственный максимум (если имеет)), когда  $\log(F(x))$  и  $\log(1-F(x))$  являются вогнутыми функциями аргумента  $x$ . Данному условию удовлетворяют многие модели бинарных ответов, включая модели логит и пробит.

Условие максимума первого порядка для (6) имеет вид

$$\sum_{t=1}^n \frac{(y_t - \hat{F}_t) \hat{f}_t X_{ti}}{\hat{F}_t(1 - \hat{F}_t)} = 0, \quad i = 1, \dots, k \quad (7),$$

где  $\hat{F}_t \equiv F(X_t\hat{\beta})$  и  $\hat{f}_t \equiv f(X_t\hat{\beta})$ , а  $\hat{\beta}$  – вектор оценок по ММП. Там, где ЛФП вогнута, это условие первого порядка (если выполняется) определяет единственный максимум функции. В случае модели логит условие первого порядка (7) упрощается до

$$\sum_{t=1}^n (y_t - \Lambda(X_t\hat{\beta})) X_{ti} = 0, \quad i = 1, \dots, k,$$

поскольку  $\lambda(x) = \Lambda(x)(1 - \Lambda(x))$ . Можно доказать, что модели логит и пробит и многие другие модели бинарных ответов удовлетворяют условиям регулярности, необходимым для того, чтобы оценки  $\hat{\beta}$  по ММП были состоятельными, АНО, эффективными.

Заметим, что условие (7) представляет собой условие первого порядка для оценок взвешенного метода наименьших квадратов (это ОМНК, применяемый в случае гетероскедастичности ошибок) для нелинейной регрессии

$$y_t = F(X_t\beta) + e_t \quad (8),$$

причем веса (значения среднеквадратических отклонений ошибок) равны

$$(F(X_t\beta)(1 - F(X_t\beta)))^{-1/2}.$$

Это действительно так, поскольку дисперсия ошибок в выражении (8) равна

$$\begin{aligned} E(e_t^2) &= E(y_t - F(X_t\beta))^2 = \Pr(y_t = 1)(1 - F(X_t\beta))^2 + \Pr(y_t = 0)(F(X_t\beta))^2 = \\ &= F(X_t\beta)(1 - F(X_t\beta))^2 + (1 - F(X_t\beta))(F(X_t\beta))^2 = F(X_t\beta)(1 - F(X_t\beta)). \end{aligned}$$

Таким образом, можно показать, что один из способов получения оценок ММП любой модели бинарных откликов – это использование взвешенного МНК для нелинейной регрессии.

Модели 2-х и более дискретных откликов.

Хотя многие зависимые переменные часто принимают только значения 0 и 1, дискретные переменные, которые могут иметь 3 или более значений, также достаточно распространены в экономике. На сегодняшний день существует большое количество различных моделей, работающих в таких ситуациях. В нашем случае мы будем рассматривать модели, имеющие дело с упорядоченными ответами, т.е. ответами типа «очень нравится» тот или иной продукт, «нравится», «отношусь безразлично», «не нравится», «совсем не нравится»...

Наиболее распространенная модель, описывающая данные упорядоченных ответов, – это модель упорядоченных качественных откликов (упорядоченная модель логит или упорядоченная модель пробит). Возьмем в качестве примера модель скрытых переменных (4). Мы будем рассматривать дискретную переменную  $y_t$ , принимающую только 3 значения:

$$\begin{aligned} y_t &= 0, \text{ если } y_t^* < \gamma_1 \\ y_t &= 1, \text{ если } \gamma_1 \leq y_t^* < \gamma_2 \quad (9). \\ y_t &= 2, \text{ если } \gamma_2 \leq y_t^* \end{aligned}$$

Параметрами данной модели являются  $\beta$  и  $\gamma \equiv [\gamma_1, \gamma_2]$ . Параметры  $\gamma_i$  являются теми границами, которые определяют, в какое значение  $y_t$  преобразуется данное значение  $y_t^*$ . Количество элементов в  $\gamma$  всегда на единицу меньше количества возможных исходов в случае выбора. Если существует только две альтернативы, данную модель невозможно будет отличить от обычной модели бинарных ответов, в которой  $\gamma$  играет роль константы.

В проведенной практической работе  $y_t^*$  соответствует уровню полезности индивида  $t$ . А в качестве дискретной наблюдаемой переменной  $y_t$  выступает оценка продукта предприятия по 10-ти балльной шкале.  $X_t(\beta) = x_t\beta$  представляет собой произведение строки, характеризующей оценку характеристик продукции потребителем  $t$ , на коэффициент значимости этих оценок.

Теперь рассчитаем вероятность того, что  $y_t=0$

$$\Pr(y_t = 0) = \Pr(y_t^* < \gamma_1) = \Pr(X_t\beta + u_t < \gamma_1) = \Pr(u_t < \gamma_1 - X_t\beta) = \Phi(\gamma_1 - X_t\beta).$$

Аналогично, вероятность того, что  $y_t=1$  равна

$$\Pr(y_t = 1) = \Pr(\gamma_1 \leq y_t^* < \gamma_2) = \Pr(\gamma_1 \leq X_t\beta + u_t < \gamma_2) = \Phi(\gamma_2 - X_t\beta) - \Phi(\gamma_1 - X_t\beta),$$

а вероятность того, что  $y_t=2$  равна

$$\Pr(y_t = 2) = \Pr(\gamma_2 \leq y_t^*) = \Pr(\gamma_2 \leq X_t\beta + u_t) = \Pr(u_t \geq \gamma_2 - X_t\beta) = \Phi(X_t\beta - \gamma_2).$$

Таким образом, ЛФП для упорядоченной модели пробит, определенной (4), (9), имеет вид

$$l(\beta, \gamma_1, \gamma_2) = \sum_{y_t=0} \log(\Phi(\gamma_1 - X_t\beta)) + \sum_{y_t=2} \log(\Phi(X_t\beta - \gamma_2)) + \sum_{y_t=1} \log(\Phi(\gamma_2 - X_t\beta) - \Phi(\gamma_1 - X_t\beta)) \quad (10).$$

Заметим, что  $\gamma_2$  должно быть больше  $\gamma_1$ , т.к. иначе  $\Pr(y_i=1)$  может быть отрицательной, и последнее выражение в (10) окажется неопределенным.

Максимизировать функцию (10) довольно просто, также как и функцию для модели, обобщенной на 4 и более ответов. Кроме того, вместо функции стандартного нормального распределения можно подставить другую функцию преобразования и также получить разумную модель. Но при этом может поменяться вид ЛФП. Нужно также отметить, что представленный подход, конечно же, не является единственным при работе с упорядоченными дискретными ответами.

### Модели, содержащие ограниченные зависимые переменные.

Модели, содержащие ограниченные зависимые переменные, созданы для обработки выборок, которые были «урезаны» или *цензурированы*. Выборку называют цензурированной, если ни одно из наблюдений не исключается систематически (как в урезанной выборке), но при этом некоторая информация, содержащаяся в них, скрывается.

Самой простой регрессионной моделью, включающей цензурованную зависимую переменную, является *модель тобит*. Простейшую форму модели можно записать так

$$\begin{aligned} y_t^* &= x_t(\beta) + u_t, \quad u_t \sim NID(0, \sigma^2), \\ y_t &= y_t^*, \text{ если } y_t^* > 0; \quad y_t = 0 - \text{ иначе} \quad (11). \end{aligned}$$

При оценке ассортимента скрытой зависимой переменной ( $y_t^*$ ) является уровень полезности индивида, который можно характеризовать как объем покупок продукции рассматриваемого предприятия. А эта переменная наблюдается только тогда, когда она положительна. Если полезность принимает отрицательные значения, наблюдению присваивается нуль.  $X_t(\beta) = x_t\beta$  в нашем случае представляет произведение строки, характеризующей оценку товарных атрибутов потребителем  $t$ , на коэффициент «влияния» этих оценок на объем покупок продукта потребителями. Данная модель позволяет строить прогнозы, т.е. определять, как изменятся объемы покупок «среднего» потребителя при улучшении качества значимых характеристик продукта.

При оценке параметров такой модели МНК оказывается «беспомощным» (так же, как и при работе с «усеченными» данными): «уровень несостоятельности» при «усечении» и цензуровании может быть очень высоким, поэтому модель тобит часто оценивается по ММП. ЛФП для модели (11) оказывается «смешанной» (в ее состав входит и сумма логарифмов ряда вероятностей, и сумма логарифмов ряда плотностей вероятностей). Такая «смесь» возникает в результате того, что зависимая переменная модели тобит иногда является дискретной (для ограниченных наблюдений), а иногда непрерывной (для неограниченных наблюдений). Но и такие ММП оценки имеют все «хорошие» свойства. Максимизировать ЛФП не составляет труда: даже если она не является всюду вогнутой, в случае  $x_t(\beta) = X_t\beta$  она имеет единственный максимум.

На этом завершим краткое теоретическое описание моделей качественных ответов и моделей для ограниченных зависимых переменных, хотя, безусловно, осталось большое количество вопросов, которые также заслуживают внимания.

### **Анализ ассортимента предприятий, производящих хлебобулочную продукцию.**

Применение методов ассортиментного планирования осуществлялось на примере двух предприятий, производящих хлебобулочную продукцию: государственной (новой) и частной (давно существующей) пекарни. Последовательность проведения работы кратко представлена на схеме.

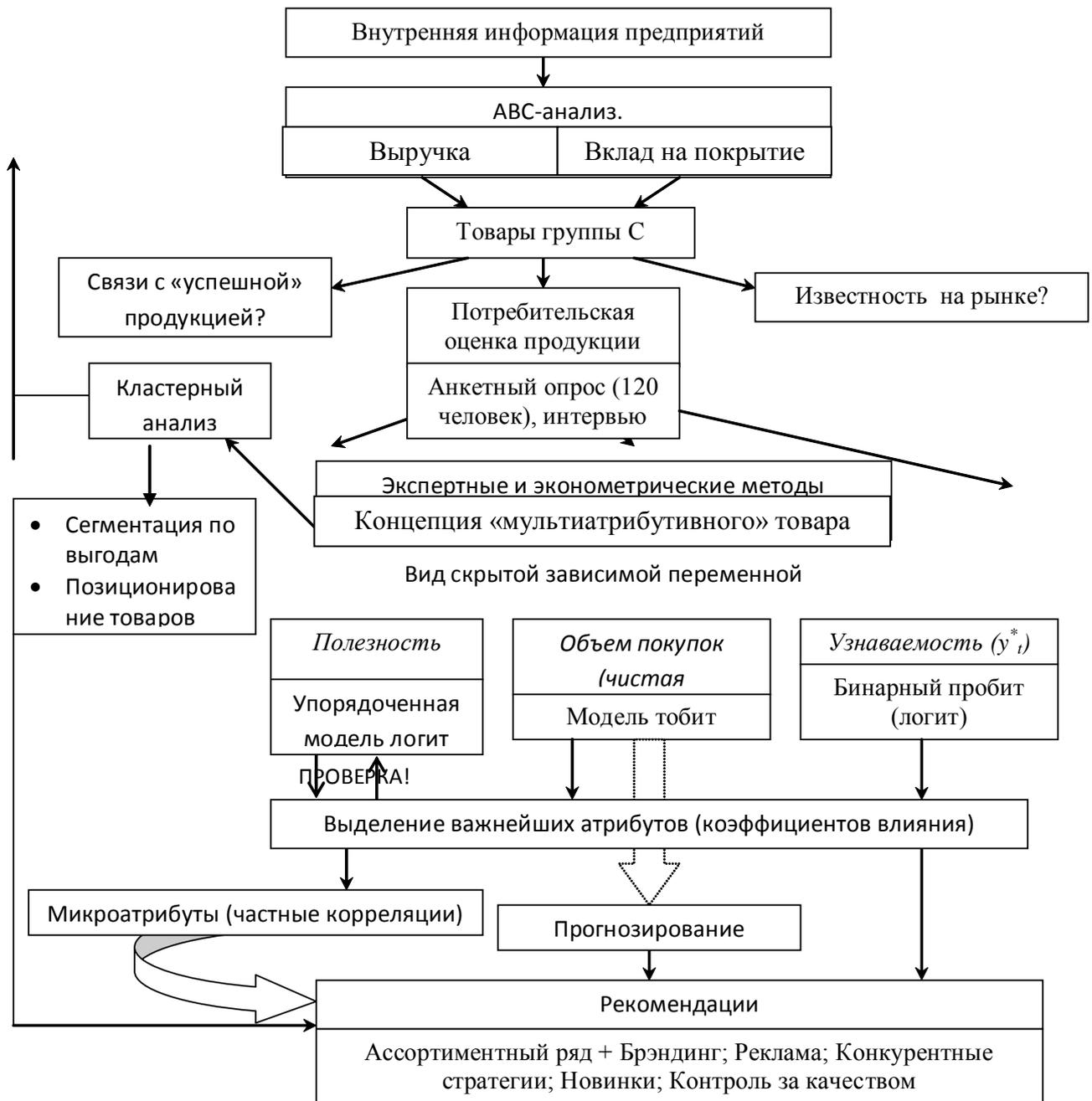


Рис. 3. Применение методов ассортиментного планирования на примере двух предприятий, производящих хлебобулочную продукцию

Сначала проводится ABC-анализа. С помощью этого метода выделяются продукты группы А и кандидаты на исключение из ассортимента - товары категории С. Некоторые продукты группы С целесообразно исключить из производственной программы, но при этом необходимо учитывать степень новизны товара; связи между продуктами; мнение потребителей на рынке.

Поэтому следующим этапом исследования будет являться определение потребительской и экспертной оценок хлеба и булочных изделий предприятий. Цель – понять, в чем причина попадания некоторых продуктов в группу С, стоит ли их исключать из производства, а также определить возможное направление их совершенствования.

Для выявления потребительских предпочтений была разработана анкета (опрошено 120 потребителей продукции частной пекарни и продавцов магазинов в возрасте от 10 до 75 лет разного уровня доходов). Понятно, что такой анкетный опрос (а значит и статистические методы) приемлем для предприятий, производящих широко распространенные потребительские товары (при анализе инвестиционных товаров можно обойтись опросом всех клиентов и принять во внимание их пожелания). При обработке анкетных данных больший вес придавался ответам

продавцов магазинов и респондентам, которые «совершенно точно пробовали продукцию данного предприятия». Наименьший вес – тем потребителям, которые присваивают высокую значимость большому количеству факторов (это означает, что для данного потребителя снижается уровень значимости каждого из этих факторов в отдельности). В качестве инструмента обработки данных и получения информации для анализа применялись уже описанные эконометрические методы (модели логит, упорядоченный логит и тобит). Кроме того, осуществлялся расчет «частных коэффициентов корреляции» между важным макроатрибутом (ими стали внешний вид или вкус) и специфическими факторами (микроатрибутами); проводился кластерный анализ.

После того, как мы определим те микроатрибуты, которые оказывают наибольшее влияние на важный макроатрибут, можно позиционировать продукты предприятия на карте, где в качестве осей будут взяты те характеристики продукта, которые приносят наибольший вклад в оценку вкуса и внешнего вида. Обладая информацией о хлебной продукции всех предприятий рассматриваемого района (в качестве данных об этой продукции используются, например, мнения экспертов), можно составить более полную позиционную карту продуктов, выявить серьезных конкурентов, и те параметры, по которым продукция данного предприятия им уступает.

Также проведенный анкетный опрос позволяет сегментировать потребителей по выгодам. Один сегмент отличается от другого относительной важностью, которую придают свойствам товара покупатели. Собранные анкетные данные включают оценки важности для потребителей каждого из свойств продукта, приносящего выгоду, что дает возможность выявить группы покупателей, присваивающих те же оценки рассматриваемым свойствам, а также оценить количество и профиль покупателей для каждого выделенного сегмента.

В результате такого комплексного исследования составляется список рекомендаций для предприятий, определяются направления совершенствования существующих продуктов, а также те виды изделий, которые было бы целесообразно исключить из производства.

### **Заключение.**

Очевидно, что проведенный комплексный анализ ассортимента ряда предприятия может обеспечить его руководство большим объемом информации, который позволяет грамотно проводить политику не только в области ассортимента планирования, но и брендинга, рыночной сегментации, коммуникации, а также помочь в разработке стратегии конкурентной борьбы. Данная информация позволяет определить не только направления модификации существующей на рынке продукции, она может быть полезна при создании новинок, лучше удовлетворяющих потребности покупателей. Представленная методика анализа характеризуется достаточной простотой (большинство статистических пакетов и программ обработки данных позволяют проводить такие расчеты) и наглядностью. А главное – она позволяет учесть большой поток разнородных (возможно, противоречивых) данных, оценить их с разных позиций и выработать компромиссное решение.

Конечно, это лишь одна сторона вопроса – качественная. Другая сторона – это определение оптимального количества каждого из наименований построенного ассортимента. Основой таких расчетов является мат. программирование с учетом рыночных ограничений. Применение этих методов является дальнейшим направлением развития исследований в данной области.