А.Б. Хуторецкий
Новосибирский государственный университет
Ул. Пирогова, 2 Новосибирск, 630090

МОДЕЛЬ РАВНОВЕСИЙ НА РЫНКЕ ЖИЛЬЯ БЕЗ ПРОИЗВОДСТВА КАК ИНСТРУМЕНТ РАЗРАБОТКИ ЖИЛИЩНЫХ ПРОГРАММ[1]

В модели рынка жилья без производства при квазилинейных функциях полезности все конкурентные равновесия удается описать посредством решений и двойственных оценок некоторой задачи линейного программирования. Цель данной статьи — показать, что такое описание может быть полезно при разработке регулирующих воздействий на рынок: программ строительства жилья и распределения жилищных субсидий.

1. Жилищная политика в современной России

Советский вариант “всеобъемлющей” жилищной политики, хорошо описанный в [12, с. 4], в начале 1990-х годов привел жилищную систему к жестокому кризису, что сыграло значительную роль в общем кризисе экономики СССР [10, с. 17]. В 1992 г. в очереди на улучшение жилищных условий стояли более 10 млн. семей (как видно из таблицы 1, к 2000 г. очередь сократилась почти вдвое), 17 млн. человек имели менее 5 м^2 жилой площади на человека, 11 млн. семей и одиночек жили в коммунальных квартирах, общежитиях или арендовали жилье у частных лиц. В 1993 г. в Москве квартиры получали очередники 1981 – 1982 гг. [9, с. 7]. Рыночное реформирование российской жилищной системы стало неизбежным и началось в 1992 г. принятием Закона РФ “Об основах федеральной жилищной политики” [3].

Статья 40 Конституции РФ провозглашает право граждан на жилище, но ограничивает круг лиц, для которых это право обеспечено предоставлением жилища “бесплатно или за доступную плату”, малоимущими и иными указанными в законе гражданами, нуждающимися в жилье. Определение того, кто такие “малоимущие”, какие “иные граждане” указаны в законе, кого следует признать “нуждающимся в жилье” и какая плата является “доступной”, Конституция возлагает на текущее законодательство. Государство, следовательно, имеет возможность согласовывать объем прямых обязательств по обеспечению граждан жильем с бюджетными ресурсами и в отношении некоторых социальных групп принимает на себя ответственность за удовлетворение потребности в жилье на социально приемлемом уровне (социальная норма жилой площади и коммунальных услуг), оказывая этим группам финансовую поддержку строительством подходящих жилищ и субсидированием квартплаты.

Правила предоставления субсидий на строительство или приобретение жилья, а также субсидий на оплату жилья и коммунальных услуг [7, 10] определяют круг лиц, которым государство гарантирует бесплатное или недорогое жилье. Эти же правила, фактически, конкретизируют конституционное понятие “доступной платы” за жилье.

Уточняя формулировки из [1, с. 19] по [13, с. 59, 76, 77, 89], перечислим предусмотренные российским законодательством способы удовлетворения потребности в жилище: проживание в собственном доме; проживание в собственной квартире, являющейся частью кондоминиума; проживание в квартире, находящейся в собственности кооператива, с долевой собственностью в имуществе кооператива; аренда жилья в государственном, муниципальном или частном жилищном фонде по договору коммерческого найма; аренда жилья в государственном или муниципальном жилищном фонде социального использования по договору социального найма; особые формы проживания (общежития, коммунальные квартиры, интернаты, гостиницы, дома престарелых и т.д.).

[1] Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 01-06-80036а) и опирается на результаты, полученные при финансовой и методологической поддержке Российской программы экономических исследований Фонда Евразия (проект 98-2781).

Социальный найм жилья — это российский вариант предоставления государственных жилищ неимущим, подобный существующей в развитых странах социальной аренде. Отметим два важных различия. Во-первых, семей, претендующих на социальное жилье или уже имеющих его, в нашей стране слишком много. Во-вторых, нигде, кроме России, социальное жилье нельзя бесплатно приватизировать; авторы работы [12, с. 90] отмечают, что “сталкиваясь с необходимостью бесплатно отдать вновь построенные дома”, местные власти предпочитают продавать значительную часть нового жилого фонда, и это одна из причин сокращения числа квартир, выделяемых очередникам.

Жилье на условиях социального найма предоставляется гражданам в пределах социальной нормы жилой площади; эта норма учитывается также при определении компенсаций (субсидий) по оплате жилья и коммунальных услуг. Если договор социального найма заключен, то наниматель, независимо от его дохода и площади жилища, в дальнейшем имеет право на продление договора. Заметим, что в США жильца муниципального дома обычно выселяют, если его доход превысил 125% максимального дохода, при котором предоставляют квартиру в таком доме [5, с. 218]. Аналогичную норму следовало бы включить в российское законодательство.

Ипотечное кредитование — одно из самых эффективных средств долгосрочного регулирования рынка жилья в интересах среднего класса — внедряется крайне медленно. В соответствии с постановлением Правительства РФ (от 26.08.1996 № 1010) в октябре 1997 года в форме открытого акционерного общества со стопроцентным государственным капиталом было создано федеральное Агентство по ипотечному жилищному кредитованию. Государство перечислило 80 млн. руб. для формирования уставного капитала агентства (www.ipoteka.spb.ru/info.html). Через четыре года были утверждены “Правила предоставления государственных гарантий Российской Федерации по заимствова-ниям ОАО «Агентство по ипотечному жилищному кредитованию»” (Постановление Правительства РФ № 628 от 25.08.2001). Филиалы агентства организованы пока только в Москве, Санкт-Петербурге и Новосибирске. За три года в Санкт-Петербурге ипотечный заем получили немногим более ста человек, в Новосибирске — семь [17]. Заместитель председателя Госстроя России В. Пономарев сообщает, что полной картины по стране нет, в 30 регионах по всем типам ссуд получили квартиры 20 – 25 тысяч семей (заметим: величина незначительная, тем более, что учтены и краткосрочные ссуды), а близкая к классической модель ипотеки действует пока только в Оренбурге (www.rre.ru/news/2001-09/04.htm). В [16, с. 247 – 248] перечислены причины: высокая инфляция, нестабильность экономического развития, ограниченность бюджетных средств, низкие доходы и незначительные накопления большей части населения, несоразмерно высокие цены на жилье, дорогие кредитные ресурсы; укажем еще на недостаточно развитый финансовый рынок и труднодоступность юридических услуг; список, конечно, можно продолжить.

Из-за того, что не удается запустить долгосрочный механизм концентрации средств населения для финансирования строительства жилья (например, самоподдерживающуюся систему ипотечных кредитов), представители слишком многочисленных и значимых социальных групп неспособны решить свои индивидуальные жилищные проблемы без государственного финансирования (прямого или косвенного, полного или частичного). Поэтому необходимы краткосрочные воздействия на рынок жилья: программы жилищного строительства и жилищных субсидий.

Таблица 1

Предоставление жилья гражданам, Россия

Год	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Число семей, состоявших на учете на получение жилья								
тысяч семей	9104	8467	7698	7248	6760	6286	5882	5491
% от общего числа семей	18	17	15	14	13	13	12	11
по отношению к прошлому году (%)	94	93	90	94	93	93	94	92
Число семей, получивших жилье и улучшивших жилищные условия								
тысяч семей	897	741	652	492	416	344	282	253
% от числа семей, стоявших на учете	9	8	8	6	6	5	5	4

Рассчитано по [11, с. 202].

Государство почти полностью отказалось как от прямого финансирования жилищного строительства, так и от косвенной поддержки стороны предложения (есть, впрочем, некоторые налоговые льготы для фирм, строящих жилье). Доля бюджетных средств во вводе жилья сократилась с 80% в дореформенный период до 19% в 1996 г. [4, с. 37]. Но обеспечение нуждающихся социальным жильем — неотъемлемая функция государства, и Закон [3] обязывает органы местного самоуправления создавать жилищный фонд социального назначения. Из таблицы 1 видно, что роль государства в решении жилищной проблемы социально не защищенных групп населения (состоящих на учете на получение жилья), совершенно недостаточна, можно сказать — незначительна. Семей, ожидающих получения государственного жилья, становится все меньше, однако каждая десятая семья все еще стоит в этой очереди.

Необходимы жилищные программы (федеральные и/или местные), направ-ленные на удовлетворение (в оговоренных пределах) жилищных потребностей некоторых (точно указанных) групп населения. “Выход из кризиса следует искать … в переориентации жилищной политики и систем организации инвестиционного процесса в жилищной сфере … на конкретных граждан как конечных потребителей жилья с помощью многообразных форм адресной помощи. В полной мере это относится как к состоятельным гражданам, так и к … очередникам” [18, с. 127].

Предложенные ниже (п. 3) подходы к разработке жилищных программ должны, конечно, соответствовать целям и инструментам российской жилищной политики, которые сформулированы в [3] следующим образом.

1. Целью федеральной жилищной политики является: обеспечение социальных гарантий в области жилищных прав граждан; осуществление строительства государственного, муниципального и частного жилищных фондов; создание условий для привлечения внебюджетных источников финансирования; развитие частной собственности; развитие конкуренции в строительстве, содержании и ремонте жилищного фонда.

2. Гражданам, не обеспеченным жильем по нормативам, государство оказывает помощь, развивая строительство домов государственного и муниципального жилищных фондов, а также используя систему компенсаций (субсидий) и льгот по оплате строительства, содержания и ремонта жилья.

3. Органы государственной власти и местного самоуправления обеспечивают доступность для населения условий найма жилых помещений в пределах социальной нормы, возможность кредитной поддержки граждан и предоставления налоговых льгот при приобретении и аренде жилья, жилищное строительство за счет бюджетов для предоставления жилья гражданам на условиях социального найма, аренды (коммерческого найма), купли-продажи.

4. Органы государственного управления, местная администрация предоставляют гражданам компенсации (субсидии), обеспечивающие оплату жилья в пределах социальной

нормы площади жилья и нормативов потребления коммунальных услуг с учетом совокупного дохода семьи.

Таким образом, закон предоставляет властям возможность и возлагает на них обязанность регулирования рынка жилья.

В соответствии с [7], основной формой использования бюджетных средств, предназначенных для инвестирования в жилищную сферу, является предоставление гражданам РФ, нуждающимся в улучшении жилищных условий, безвозмездной субсидии на строительство или приобретение жилья. Поддержка стороны спроса осуществляется также посредством льготных кредитов на строительство или покупку жилья, налоговых льгот для лиц, строящих или приобретающих жилье, и субсидий на оплату жилья и коммунальных услуг.

Субсидии выплачиваются адресно (только семьям, стоящим в очереди на улучшение жилищных условий и приобретающим жилье), их нельзя использовать не по назначению. Установлены верхние границы количества и качества жилья, приобретаемого с использованием субсидии. Подразумевается, по-видимому, что приобретаемое жилище должно быть не хуже социальной нормы, хотя в этом отношении формулировка несколько туманна. Цель субсидии — обеспечить конкурентоспособность ее получателя на рынке жилья, поэтому размер субсидии должен зависеть от рыночных цен и финансовых возможностей получателя. Однако в [7] величина субсидии определена “в процентах от средней стоимости строительства или приобретения жилья на момент получения субсидии” (5 – 70%) в зависимости от двух показателей: отношения месячного дохода на одного члена семьи к установленному минимуму заработной платы и “количества лет ожидания после постановки на учет по улучшению жилищных условий”. Семья, у которой первый показатель не больше четырех, может получить 64% стоимости жилища, если она стоит на учете менее года, и 70% — если стоит на учете более 15 лет. Разница, конечно, несущественная, но главное — искажается смысл субсидии, она отчасти становится компенсацией за годы пребывания на учете. Субсидия в совокупности с той суммой, которую семья способна выделить на жилищные нужды, должна обеспечить приобретение жилища, а время пребывания в очереди можно учитывать при распределении ограниченного числа субсидий между равноправными претендентами. Размер субсидии должен зависеть только от стоимости приобретаемого жилища (в пределах социальной нормы) и финансовых возможностей семьи. Заметим также, что размер субсидии должен зависеть не от дохода, а от богатства семьи, включая сбережения, накопления и возможности получения кредита (роль богатства и дохода в формировании платежеспособного спроса на жилье хорошо описана в [2, с. 14 – 18]). Некоторые подходы к практическому исчислению совокупного богатства (“социально-экономического потенциала”) семьи предложены Р.З. Эльдаровым, см. [19, с. 17].

Не менее 30% стоимости жилища получатель субсидии должен оплатить из своих сбережений. Для семьи с душевым доходом не более четырех МРОТ это, конечно, нереально (возможно, недостающая сумма будет выручена в результате продажи принадлежащей семье старой квартиры, но тогда размер субсидии должен зависеть от наличия такой квартиры). Семья с душевым доходом более 20 МРОТ (если она стоит на учете по улучшению жилищных условий) тоже имеет право на субсидию в размере 5 – 30% стоимости жилища. Вероятно, значительная доля семей, получивших субсидию, относится именно к этому разряду. В книге [1, с. 188 – 192] достаточно убедительно обоснован следующий вывод: нынешняя система субсидий на строительство и приобретение жилья помогает в решении жилищной проблемы только относительно обеспеченным семьям (с годовым доходом 8000 – 12000$). Приходится констатировать, что способ определения размеров субсидий не соответствует цели субсидирования, программа отторгает именно те группы населения, на которые она якобы направлена (см. об этом также [16, с. 280]).

Целью компенсаций на оплату жилья и коммунальных услуг [8], как и рассмотренных выше субсидий на приобретение или строительство жилищ, является увеличение числа семей, занимающих приемлемые жилища. Правила определения размера компенсации вполне соответствуют “мировым стандартам” и могут быть обоснованы (см. формулу (23) и последующие рассуждения). Размер компенсации определяется так, чтобы величина оплаты жилья и коммунальных услуг исходя из социальной нормы площади жилья и нормативов потребления коммунальных услуг не превышала предельно допустимые расходы граждан на оплату жилья и коммунальных услуг. Однако выплата компенсаций семьям, имеющим неприемлемо плохие жилищные условия, означает, фактически, стимулирование низкого уровня жилищного потребления, что, конечно, противоречит духу закона. Если предоставление субсидии не обусловлено повышением уровня жилищного потребления семьи или величина субсидии недостаточна для улучшения жилищных условий, то цель субсидирования не будет достигнута: семья либо не воспользуется субсидией, либо (если это возможно) потратит ее на нежилищное потребление [2, с. 193]. “Субсидии более эффективны, если они имеют четкую целевую и адресную направленность” [12, с.150]. Правила предоставления компенсации следовало бы дополнить условием потребления жилья и коммунальных услуг на уровне хотя бы социальной нормы. Кроме того, право на получение компенсации следует предоставить арендаторам жилищ в частном секторе (сейчас они такого права не имеют).

Субсидия помогает семье улучшить жилищные условия, а компенсация позволяет семье сохранить жилище, не ухудшить жилищные условия. Это рассуждение дает нам право рассматривать ниже некий “сводный” вид субсидии, направленной на увеличение числа семей, занимающих приемлемые жилища.

Таблица 1 показывает, что возможности российской жилищной системы сильно отстают от общественно признанных потребностей населения. Уменьшение числа домохозяйств, живущих в социально неприемлемых условиях, должно быть главной целью государственного регулирования рынка жилья в современной России.

Программа жилищного строительства воздействует на рынок жилья со стороны предложения, а программа субсидирования потребителей — со стороны спроса. Закон обязывает местные власти осуществлять краткосрочное регулирование локальных рынков жилья посредством строительства жилищ и/или субсидирования потребителей и предоставляет им соответствующие полномочия. Однако “в теории местного управления отсутствует научно обоснованная методология формирования местной жилищной политики” [1, с. 46], а эмпирический подход к формированию жилищных программ не гарантирует целесообразное и рациональное использование бюджетных средств. Ниже мы предложим подход к целесообразной разработке локальных жилищных программ, который, не претендуя на универсальность, может быть полезен во многих случаях.

Мы будем говорить только о местных жилищных программах. Поскольку всякая федеральная программа неизбежно будет декомпонирована на локальные подпрограммы, от местных властей зависит, насколько целесообразно будут использованы бюджетные средства.

Предположим, что местная администрация инициирует разработку программы жилищного строительства или жилищных субсидий с фиксированными целями, сроками и ресурсами. Разработчик программы (*Регулятор*) прежде всего должен выбрать способ оценки вариантов программы по степени достижения программных целей. Естественно предположить, что проект программы следует оценивать по свойствам того равновесия, которое возникло бы в случае реализации этого проекта. В [15] описаны все конкурентные равновесия для модели рынка, которую мы кратко сформулируем в следующем разделе.

2. Модель рынка и описание конкурентных равновесий

Мы рассматриваем локальный рынок жилья в краткосрочном периоде (будем иногда называть этот период *годом*), в течение которого на рынке не появляются ни новые домохозяйства, ни новые жилища и предпочтения агентов рынка не изменяются.

Товары**:** жилища (все различные и неделимые) и деньги. I — множество всех жилищ.

Предположение 1. Для каждого жилища внемодельно определен *тип собственности*, который не меняется в течение рассматриваемого периода: это либо “жилище для владения” (занято владельцем и/или предназначено для продажи), либо “жилище для аренды” (владелец сдал или хочет сдать его в аренду).

Из этого предположения следует, что модель включает два сектора рынка жилья, но не отражает выбор типа собственности. $I = I_1 \cup I_2 \cup \{0\}$, где I_1 и I_2 — множества жилищ для владения и для аренды соответственно, нуль символизирует фиктивное “жилище”.

Пусть G — множество всех агентов рынка. Расселение и распределение прав собственности в начале периода описаны следующим образом: жилище $i \neq 0$ принадлежит агенту $g(i)$; агент g владеет жилищем $d(g)$ и занимает жилище $\delta(g)$; $d(g) = 0$ (соответственно, $\delta(g) = 0$), если агент g не владеет никаким жилищем (соответственно, не занимает никакое жилище) на рассматриваемом рынке.

Предположение 2. Значения $d(g)$ и $\delta(g)$ однозначно определены; если $g \neq h$ и $i = \delta(g) = \delta(h)$, то $i = 0$; $g \neq h$ и $i = d(g) = d(h)$, то $i = 0$; если $d(g) \neq 0$ и $\delta(g) \neq 0$, то $d(g) = \delta(g)$.

Это предположение исключает совместное владение и совместное проживание; последнее условие означает, что владелец ненулевого жилища живет либо в этом жилище, либо вне рассматриваемого локального рынка. Агента g назовем *поставщиком*, если $\delta(g) = 0$ и $d(g) \neq 0$, и *потребителем* — в противном случае. Тогда $G = G_1 \cup G_2$, где G_1 и G_2 — множества потребителей и поставщиков, соответственно.

Множество *потребительских наборов* агента g есть $Z_g = R \times J_g$, где $J_g = I$ для $g \in G_1$ и $J_g = \{0, d(g)\}$ для $g \in G_2$. Для $z = (y, i) \in Z_g$ положим $y(z) = y$ и $j(z) = i$.

Допустим, что агент g выбрал $z \in Z_g$. Тогда $y(z)$ определяет денежный эквивалент спроса на ежегодное потребление, не связанное с рассматриваемым рынком (*нежилищное потребление*); кроме того, при $g \in G_1$ агент (потребитель) предъявляет спрос на жилище $j(z)$ и предлагает $d(g)$ для продажи, если $d(g) \notin \{j(z), 0\}$; при $g \in G_2$ выбор $j(z) = 0$ означает предложение $d(g)$ для продажи или аренды (в зависимости от типа собственности), а $j(z) = d(g)$ означает нулевое предложение (уход с рынка).

Предположение 3. Каждое жилище порождает равномерный и бесконечный во времени поток услуг. Все агенты рынка равный доступ к совершенному рынку капитала; процент по вкладу равен проценту по ссуде, их общее значение ρ одинаково для всех агентов; все агенты имеют один и тот же дисконтирующий (годовой) множитель $(1 + \rho)^{-1}$.

Пусть $P = \{p \in R_+^{|I|} \mid p_0 = 0\}$ — множество всех систем цен (здесь p_i — это цена жилища i при $i \in I_1$ и годовая цена аренды этого жилища при $i \in I_2$). Каждому $p \in P$ сопоставим вектор *соизмеримых цен* $c(p) = (c(p_i))_{i\in I}$, где $c(p_i) = \rho \cdot p_i$, если $i \in I_1$, иначе $c(p_i) = p_i$.

Пусть q^1_{gi} и q^2_{gi}, соответственно, *единовременные* и *текущие* (ежегодные) фиксированные затраты агента g, связанные с выбором жилища i. Тогда $q_{gi} = q^2_{gi} + q^1_{gi}$ — это “потоковый эквивалент” фиксированных затрат. Цены жилищ определяют платежи между агентами рынка, а фиксированные затраты — это платежи агентов рынка лицам и организациям вне рассматриваемого рынка: посредникам, государственным учреждениям и т.д.

Фиктивное жилище для данного агента — это некоторое жилище вне рассматриваемого локального рынка, в котором агент живет и/или намерен жить, если не выберет жилище на этом рынке. Для потребителя g величины q^1_{g0} и q^2_{g0} отражают его предполагаемые затраты на удовлетворение жилищных потребностей вне рассматриваемого рынка (естественно, мы считаем, что цены жилищ вне данного рынка фиксированы). Можно считать, что для поставщика нулевое жилище — то, в котором он живет в начале периода.

Выбирая новое жилище, потребитель нередко меняет также место работы и уровень нежилищного потребления (и даже стиль жизни). Поэтому будем считать, что потребитель $g \in G_1$ с каждым жилищем i связывает величины $w_{gi} \geq 0$ и y^0_{gi} — *полный годовой доход* вне рассматриваемого рынка жилья и *минимальный приемлемый уровень нежилищного потребления*, соответственно, в случае выбора жилища i ($0 \le y^0_{gi} \le w_{gi}$). При $g \in G_2$ положим $w_{gd(g)} = w_{g0} = w_g$, где w_g — *полный годовой доход поставщика* g вне рассматриваемого рынка.

Агент g имеет квазилинейную функцию полезности $u_g(z) = y(z) + e_{gj(z)}$, $z \in Z_g$, где e_{gi} — денежная оценка полезности жилища i для агента g. В [15] показано, что при некотором естественном условии согласованности параметров модели (e_{gi}, q_{gi}, w_{gi} и y^0_{gi}) можно заменить e_{gi} *отправными ценами* b_{gi} агентов рынка на жилища. По смыслу b_{gi} — это максимальный (возможно, отрицательный) денежный поток, которым агент g готов пожертвовать ради жилища i. Точное определение и подробную интерпретацию отправных цен см. в [15]; для них справедливы следующие соотношения:

$$b_{g0} = q_{g0} \text{ для всех } g \text{ и } b_{gd(g)} \ge q_{gd(g)} \text{ для } g \in G_2. \qquad (1)$$

Пусть Z — декартово произведение всех множеств Z_g; элементы множества Z будем называть *распределениями*. Для $z = (z_g)_{g\in G} \in Z$ положим $y(z,g) = y(z_g)$, $j(z,g) = j(z_g)$, $u_g(z) = u_g(z_g)$. Каждому $z \in Z$ сопоставим *размещение* (распределение жилищ) $(j(z,g))_{g\in G}$.

Конкурентное равновесие — это пара $(z, p) \in Z\times P$, для которой выполнены следующие условия: $\Sigma_g\,[\,y(z,g) + q_{g\,j(z,g)} - w_{g\,j(z,g)}] = 0$;

$$\text{из } g \ne h \text{ и } j(z,g) = j(z,h) = i \text{ следует } i = 0;$$

$$u_g(z) = \max\{u_g(z^1) \mid z^1=(y, i)\in Z_g,\ y + c(p_i) + q_{gi} - c(p_{d(g)}) \le w_{gi}\} \text{ для } g\in G; \qquad (2)$$

$$\text{если } i \notin \{j(z,g) \mid g \in G\}, \text{ то } p_i = 0. \qquad (3)$$

Пусть $\psi_{gi} = b_{gi} - q_{gi}$ и $\varphi_{gi} = w_{gi} + \psi_{gi}$ для всех g. Из (1) следует, что $\psi_{g0} = 0$. Легко показать (см. [15], лемма 1), что минимальная соизмеримая цена, при которой продать или сдать в аренду жилище $d(g)$ не менее выгодно для поставщика g, чем оставить его себе, равна ψ_{gi}. Величины ψ_{gi} и φ_{gi} можно интерпретировать как *чистую* и, соответственно, *полную полезность* жилища i для агента g. Для $g \in G_1$ определим также $\theta_{gi} = w_{gi} + b_{gi} - q^2_{gi}$, это *полезность проживания* в жилище i для потребителя g (полная полезность без единовременных затрат).

Для выделения существенно различных равновесий среди всех конкурентных равновесий, возможных в данной рыночной ситуации, в [15] сформулированы следующие правила классификации жилищ и агентов рынка по типам и группам соответственно.

Если жилища i и j отнесены к одному *типу* ($i \sim j$), то должны быть выполнены следующие условия: либо $i = j = 0$, либо $\{g(i), g(j)\} \subseteq G_2$ и $\psi_{g(i)i} = \psi_{g(j)j}$, либо $\{g(i), g(j)\} \subseteq G_1$; если $g \in G_1$, то $q^1_{gi} = q^1_{gj}$ при $\delta(g) \notin \{i, j\}$ и $\theta_{gi} = \theta_{gj}$ в любом случае.

Если агенты g и h включены в одну *группу*, то должны быть выполнены следующие условия: либо $\{g, h\} \subseteq G_1$, либо $\{g, h\} \subseteq G_2$; если $\{g, h\} \subseteq G_1$, то $\varphi_{gi} = \varphi_{hi}$ для $i \notin \{\delta(g), \delta(h)\}$ и $\theta_{gi} = \theta_{hi}$ для всех i; если $\{g, h\} \subseteq G_2$, то $d(g) \sim d(h)$.

Будем в дальнейшем считать, что зафиксированы классификации агентов рынка и жилищ, удовлетворяющие указанным условиям (такие классификации всегда существуют, поскольку можно, например, включить в каждый тип одно жилище, а в каждую группу — одного агента рынка).

Равновесие (z, p) назовем *стандартным*, если $p_i = p_j$ при $i \sim j$ и для любого $g \in G_1$ из $j(z,g) \sim \delta(g)$ следует $j(z,g) = \delta(g)$ (цены однотипных жилищ совпадают и никакой потребитель не меняет исходно занятое им жилище на однотипное).

Кажется правдоподобным предположение о том, что рыночная конкуренция при полной информации может порождать только стандартные равновесия. В [15] доказано, что стандартные равновесия существуют и могут быть следующим образом описаны в терминах решений и двойственных оценок некоторой задачи линейного программирования.

Пусть GC — множество всех групп потребителей и GS — множество всех групп поставщиков; $I(n)$ — множество всех жилищ типа n (фиктивные жилища имеют тип 0); агента g из группы h назовем (n,h)-агентом (и (n,h)-потребителем при $h \in GC$), если $\delta(g) \in I(n)$ (таким образом, поставщики группы h — это $(0,h)$-агенты). Пусть $G(h,n)$ — множество всех (n,h)-агентов. Если $h \in GS$, то $G(h,0)$ — это группа h поставщиков и все поставщики этой группы по определению владеют жилищами одного типа, обозначим этот тип $t(h)$; легко видеть, что

$$I(t(h)) = \{d(g) \mid g \in G(h,0)\} \text{ при } h \in GS. \tag{4}$$

Введем величины a_{nkh}: если $h \in GC$ и $G(h,n) \neq \varnothing$, то $a_{nkh} = \varphi_{gi}$ для некоторой пары $(g, i) \in G(h,n) \times I(k)$ при $k \neq n$ и $a_{nnh} = \varphi_{g\delta(g)}$ для некоторого $g \in G(h,n)$; если $h \in GS$, то $a_{00h} = \psi_{g0} = 0$ и $a_{0t(h)h} = \psi_{gd(g)}$ для некоторого $g \in G(h,0)$. В [15] (лемма 8) доказано, что такое определение a_{nkh} корректно.

Положим $d_n = |I(n)|$, $g_{hn} = |G(h,n)|$. Будем считать, что d_0 достаточно велико (число фиктивных жилищ не ограничено). Пусть U — множество всех троек (n,k,h), таких что $I(k) \cap (\cup_{g\in G(h,n)} J_g) \neq \varnothing$ (некоторые (n,h)-агенты могут выбирать некоторые жилища типа k). Для каждой тройки $(n,k,h) \in U$ введем переменную X_{nkh}: число (n,h)-агентов, выбирающих жилища типа k. Рассмотрим следующую задачу линейного программирования AT:

$$\Sigma_{n,k,h}\, a_{nkh} \cdot X_{nkh} \to \max \tag{5}$$

$$\text{при условиях: } \Sigma_k\, X_{nkh} = g_{hn}; \tag{6}$$

$$\Sigma_{m,h}\, X_{mkh} \le d_k; \tag{7}$$

$$X \ge 0.$$

Эта задача вполне унимодулярна, поэтому все ее базисные допустимые решения целочисленны, см. [6, п. 13.2].

Двойственная задача AT^* имеет вид:

$$(\Sigma_{h,n}\, g_{hn}\gamma_{hn} + \Sigma_k\, d_k\, \pi_k) \to \min$$

при условиях:
$$\gamma_{hn} + \pi_k \ge a_{nkh} \text{ и } \pi \ge 0. \tag{8}$$

Для $z \in Z$ и $p \in P$ положим $x(z) = (x_{gi}(z) \mid g \in G,\, i \in J_g)$, где $x_{gi}(z) = 1$, если $i = j(z,g)$, иначе $x_{gi}(z) = 0$; пусть $X(z) = (X_{nkh}(z))_{(n,k,h)\in U}$, где $X_{nkh}(z) = \Sigma_{g\in G(h,n)} \Sigma_{i\in I(k)}\, x_{gi}(z)$.

Для стандартного равновесия $e = (z, p)$ введем следующие определения: $\pi(e) = (\pi_k(e))_k$, где $\pi_k(e) = \mathrm{c}(p_i)$ для некоторого $i \in I(k)$; $\gamma(e) = (\gamma_{hn}(e) \mid g_{hn} \neq 0)$, где $\gamma_{hn}(e) = u_g(z) - \mathrm{c}(p_{d(g)})$ для некоторого $g \in G(h,n)$, если $h \in GC$, и $\gamma_{hn}(e) = u_g(z) - \mathrm{c}(p_{d(g)}) - w_g$ для некоторого $g \in G(h,n)$, если $h \in GS$. Корректность определений векторов $\pi(e)$ и $\gamma(e)$ обеспечена определением стандартного равновесия и леммой 7 из [15]. Для $\pi \in P$ положим $r(\pi) = (r(\pi_i))_{i\in I}$, где $r(\pi_i) = \pi_i\, \rho^{-1}$, если $i \in I_1$, иначе $r(\pi_i) = \pi_i$ (восстановление “истинных” цен).

Теорема 1. ([15], Теорема 5)

1. Если $e = (z, p)$ — стандартное равновесие, то $X(z)$ и $(\gamma(e), \pi(e))$ — оптимальные решения задач AT и AT^*, соответственно.

2. Если X — целочисленное (в частности, базисное) оптимальное решение задачи AT, (γ, π) — оптимальное решение задачи AT^*, $\bar{\pi}_i = \pi_k$ для $i \in I(k)$ и $\bar{\pi} = (\bar{\pi}_i)_{i\in I}$, то существует стандартное равновесие $e = (z, p)$, такое что $X(z) = X$ и $p = r(\bar{\pi})$.

Таким образом, задачи AT и AT^* дают агрегированное описание всех стандартных равновесий. Теперь мы построим модификацию задачи AT, не содержащую переменных, относящихся к поставщикам.

Предположение 4. Если (z, p) — равновесие и $g(i) \in G_2$, то $i \in \{\, j(z,g) \mid g \in G\}$.

Допустим, что в равновесии (z, p) на принадлежащее поставщику g жилище $i = d(g)$ нет спроса: $g \in G_2$ и $i \notin \{ j(z,h) \mid h \in G\}$. Тогда $p_i = 0$ по (3). Максимальная полезность, которую может получить поставщик g, равна: $\psi_{gi} + w_g$ при выборе i и $p_i + w_g$ при выборе 0. Из $j(z,g) \neq i$ и (2) следует, что $\psi_{gi} \leq 0$, тогда $\psi_{gi} = 0$ по (1). Следовательно, жилища i и 0 равноценны для агента g. Поэтому предположение 4, требующее, чтобы в этой ситуации он выбрал i, не является ограничительным. Это предположение позволяет ограничение (7) задачи AT для $b \in GS$ и $k = t(b)$ записать как равенство:

$$\Sigma_n \Sigma_{h\in GC} X_{nt(b)h} + X_{0t(b)b} = d_{t(b)}. \qquad (9)$$

Исключим из задачи AT переменные $X_{0t(b)b}$ для $b \in GS$ с помощью равенств (9). Условие (6) для $n = 0$ и $h = b \in GS$ имеет вид $X_{00b} + X_{0t(b)b} = g_{b0}$. Подставляя сюда выражение для $X_{0t(b)b}$ из (9), получим: $X_{00b} + d_{t(b)} - \Sigma_n \Sigma_{h\in GC} X_{nt(b)h} = g_{b0}$. Отсюда, используя равенство $g_{b0} = d_{t(b)}$ для $b \in GS$, которое следует из (4), получим

$$\Sigma_n\Sigma_{h\in GC} X_{nt(b)h} = X_{00b}. \qquad (10)$$

Такая же подстановка в функцию (5) дает: $\Sigma_{n,k,h}\, a_{nkh} X_{nkh} = \Sigma_{b\in GS} [a_{0t(b)b} X_{0t(b)b} + a_{00b} X_{00b}] + \Sigma_{n,k} \Sigma_{h\in GC}\ a_{nkh} X_{nkh} = \Sigma_{n,k} \Sigma_{h\in GC} a_{nkh} X_{nkh} - \Sigma_n \Sigma_{h\in GC} \Sigma_{b\in GS} a_{0t(b)h} X_{nt(b)h} + \Sigma_{b\in GS} [a_{0t(b)b} d_{t(b)} + a_{00b} X_{00b}]$. Переменные X_{00h} входят в целевую функцию с коэффициентами $a_{00h} = 0$ по определению величин ψ_{gi} и a_{nkh}. При $h = b \in GS$ эти переменные в любом допустимом решении задачи AT выражаются через остальные по формуле (10). Следовательно, их можно исключить из задачи вместе с соответствующими уравнениями (6). И, конечно, исключим из целевой функции постоянное слагаемое $\Sigma_{b\in GS}\, a_{0t(b)b}\, d_{t(b)}$. Положим $b_{nkh} = a_{nkh} - a_{0kg}$, если $k = t(g)$ для некоторого $g \in GS$, иначе $b_{nkh} = a_{nkh}$. С учетом выполненных преобразований задача AT превратится в следующую задачу ATC:

$$\Sigma_{n,k} \Sigma_{h\in GC}\, b_{nkh} X_{nkh} \to \max \qquad (11)$$

при условиях: $\Sigma_k X_{nkh} = g_{hn}$ для $h \in GC$; $\Sigma_m \Sigma_{h\in GC} X_{mkh} \leq d_k$; $X \geq 0$.

Двойственная задача ATC^* имеет вид:

$$[\Sigma_{h\in GC} \Sigma_n\, g_{hn}\gamma_{hn} + \Sigma_k d_k\, \pi_k] \to \min \qquad (12)$$

при условиях: $\gamma_{hn} + \pi_k \geq b_{nkh}$ и $\pi \geq 0$.

Все базисные допустимые решения задачи ATC целочисленны, так как это задача транспортного типа. Она определяет значения X_{nkh} только для $h \in GC$.

Замечание 1. Пусть X — целочисленное оптимальное решение задачи ATC. Соотношения (9) и (10) позволяют для $h \in GS$ определить $X_{00h} = \Sigma_n \Sigma_{g\in GC} X_{nt(h)g}$ и $X_{0t(h)h} = g_{h0} - X_{00h}$. Понятно, что полученный таким образом вектор X является целочисленным оптимальным решением задачи AT и, по теореме 1, определяет равновесное размещение. Обратно, если из целочисленного оптимального решения X задачи AT исключить компоненты X_{nkh} для $h \in GS$, то получим целочисленное оптимальное решение задачи ATC.

Замечание 2. Пусть (γ, π) — решение задачи ATC^*. Положим $\bar{\pi} = (\bar{\pi}_k)_{k\in I}$, где $\bar{\pi}_k = \pi_k + a_{0kh} \geq a_{0kh}$, если $k = t(h)$ для некоторого $h \in GS$, иначе $\bar{\pi}_k = \pi_k$. Построим вектор $\bar{\gamma}$, дополнив γ компонентами $\gamma_{0h} = 0$ для $h \in GS$. Легко убедиться, что $(\bar{\gamma}, \bar{\pi})$ — решение задачи AT^*. Следовательно, задача ATC^* выделяет из соизмеримой цены жилища i типа $t(h)$, принадлежащего поставщику g группы h, “конкурентную надбавку” к минимальной цене $\psi_{gi} = a_{0t(h)h}$.

3. Формирование жилищной программы

3.1. Постановка задачи

Для произвольной рыночной ситуации B введем следующие обозначения: $I(B)$ — множество (номеров) типов жилищ; $GC(B)$ и $GS(B)$ — множества (номеров) групп потребителей и поставщиков, соответственно; $g_{hi}(B)$ — число (i,h)-агентов; $U(B) = \{(i,j,h) \in I^2(B) \times GC(B) \mid g_{hi}(B) \neq 0\}$ — множество всех возможных перемещений потребителей; $d_i(B)$ — число жилищ типа i; $d(B) = (d_i(B))_{i\in I(B)}$; $a(B) = (a_{ijh})_{(i,j,h)\in U(B)}$; $b(B) = (b_{ijh})_{(i,j,h)\in U(B)}$; $D(B; h)$ — множество типов жилищ, приемлемых для потребителей группы h; $W(B) = \{(i,j,h) \in U(B) \mid j \in D(B; h)\}$ — множество *приемлемых перемещений* потребителей. Задачи *ATC* и *ATC** для рыночной ситуации B обозначим $ATC(B)$ и $ATC^*(B)$ соответственно.

Предположим, что до начала рассматриваемого периода Регулятор прогнозирует рыночную ситуацию A на начало периода, решает соответствующие задачи *AT* и *AT** (или *ATC* и *ATC**) и определяет, в соответствии с теоремой 1, *прогнозное равновесие* e^0. Возможно, в этом равновесии некоторые потребители занимают социально неприемлемые жилища (слишком плохие, слишком дорогие по сравнению с доходами, расположенные в неблагополучных районах и т.п.). Нужно так изменить исходную ситуацию, чтобы результирующее равновесие было, по возможности, свободно от этих недостатков.

Мы будем рассматривать задачу *ATC*, так как нас сейчас интересуют только перемещения потребителей. Лишь две группы параметров задачи $ATC(A)$ частично управляемы. Это компоненты векторов $d(A)$ и $b(A)$. Понятно, что увеличивая $d_i(A)$ (число жилищ типа i), можно влиять на рынок со стороны предложения.

Пусть g — (i,h)-потребитель и k — жилище типа j. Тогда $a_{ijh} = \psi_{gk} = b_{gk} - q_{gk}$; кроме того, $b_{ijh} = a_{ijh}$, если жилища типа j принадлежат потребителям, и $b_{ijh} = a_{ijh} - a_{0jm}$, если жилища типа j принадлежат поставщикам группы m. Если предоставить потребителю g субсидию в размере δ, обусловленную перемещением в жилище типа j, или льготы в размере δ по фиксированным платежам за такие жилища, то чистая полезность жилищ типа j для этого потребителя возрастет на δ (вследствие увеличения отправной цены на жилища типа j в первом случае, и снижения фиксированных затрат — во втором). Следовательно, изменяя компоненты вектора $b(A)$, можно влиять на рынок со стороны спроса.

Предположим, что затраты на регулирование рынка ограничены величиной K. Задача Регулятора — разработать программу жилищного строительства (распределить сумму K между типами жилищ) или жилищных субсидий (распределить сумму K между агентами рынка). Всякая регулирующая программа порождает новую рыночную ситуацию. Цель Регулятора — выбрать программу одного из указанных типов так, чтобы число потребителей, занимающих приемлемые жилища в равновесиях для новой ситуации, было максимальным.

Но прежде, чем изменять исходную ситуацию A регулирующими воздействиями, желательно оценить, насколько достигается цель регулирования в равновесиях для этой ситуации. Сформулируем проблему шире: как оценить степень достижения цели регулирования в произвольной рыночной ситуации B.

Пусть $f^B(\cdot)$ и $h^B(\cdot,\cdot)$ — целевые функции (11) и (12), а f_0^B — оптимальное значение целевой функции в задачах $ATC(B)$ и $ATC^*(B)$. Введем вектор переменных $x = (x_{ijh})_{(i,j,h)\in U(B)}$. Обозначим $MA(B)$ и $MI(B)$ задачи максимизации и минимизации, соответственно, функции

$$\Sigma_{(i,j,h)\in W(B)}\, x_{ijh} \qquad (13)$$

при условиях:

$$\Sigma_{i,h}\, x_{ijh} \le d_j(B), \qquad (14)$$

$$\Sigma_j\, x_{ijh} = g_{hi}(B), \qquad (15)$$

$$f^B(x) \ge f_0^B,\ x \ge 0. \qquad (16)$$

$MA(B)$ и $MI(B)$ — задачи линейного программирования на многограннике, заданном условиями (14) – (16). Этот многогранник является оптимальной гранью многогранника задачи $ATC(B)$. Поэтому всякое базисное допустимое решение системы неравенств (14) – (16) является базисным оптимальным решением задачи $ATC(B)$, задает равновесное размещение для ситуации B и, в совокупности с решением задачи $ATC^*(B)$, определяет стандартное равновесие для ситуации B (по теореме 1 с учетом замечаний 1 и 2).

Функция (13) описывает число потребителей, занимающих приемлемые жилища в размещении, описанном вектором x. Пусть $x^M(B)$ и $x^m(B)$ — оптимальные базисные решения задач $MA(B)$ и $MI(B)$ соответственно. Учитывая предшествующее рассуждение, эти векторы задают стандартные равновесия $e^M(B)$ и $e^m(B)$ для ситуации B, в которых число потребителей, занимающих приемлемые жилища, максимально и, соответственно, минимально. Оптимальные значения функции (13) в задачах $MA(B)$ и $MI(B)$ определяют границы достижения цели регулирования в стандартных равновесиях для ситуации B и, следовательно, позволяют Регулятору оценить эту ситуацию. Если существует проект жилищной программы, в случае реализации которого возникнет рыночная ситуация B, то, оценивая указанным выше образом ситуацию B, мы тем самым оценим проект программы.

Замечание 3. Для ситуации B рассмотрим наилучшее с точки зрения Регулятора равновесие e_{reg} и произвольное стандартное равновесие e^1. Из теоремы 1 и замечания 1 следует, что этим равновесиям соответствуют оптимальные целочисленные решения задачи $ATC(B)$, обозначим их x и y. Предположим, что потребитель $g \in G(h,i)$ в равновесиях e_{reg} и e^1 выбирает жилища типов j и k соответственно. Тогда $x_{ijh} > 0$ и $y_{ikh} > 0$. Следовательно, по второй теореме двойственности, $\gamma_{hi} = b_{ijh} - \pi_j = b_{ikh} - \pi_k$ в любом оптимальном решении (γ, π) задачи $ATC^*(B)$. Используя замечание 2, легко показать, что $a_{ijh} - \overline{\pi}_j = a_{ikh} - \overline{\pi}_k$ в любом оптимальном решении $(\overline{\gamma}, \overline{\pi})$ задачи AT для ситуации B. Следовательно (см. соотношение (12) в [15]), жилища типов j и k равноценны для (i,h)-потребителей при любой системе цен равновесия.

Из замечания 3 следует, что никакой потребитель не имеет оснований для отказа от жилища, “предписанного” ему равновесием e_{reg}. Тем не менее, ввиду возможной многочисленности равновесий, мы не можем рассчитывать на то, что адаптация рынка к ситуации B породит именно e_{reg} или близкое к нему равновесие. В [14] (раздел 3) мы показали, что рынок рассматриваемого типа приходит к конкурентному равновесию через последовательность равновесий относительно схем рационирования. При этом порядок выхода потребителей на рынок и порядок, в котором каждый потребитель просматривает доступные жилища в процессе выбора, определяют схему рационирования и, следовательно, равновесие относительно нее. Следовательно, результирующее конкурентное равновесие зависит от указанных упорядочений, которые можно описать нумерацией $n(g)$ всех потребителей и, для каждого $g \in G_1$, нумерацией $n_g(i)$ всех жилищ.

Предположим, что потребителю h в равновесии e_{reg} “выделено” жилище типа i_h. Из предшествующих рассуждений следует, что рынок можно “подтолкнуть” к этому равновесию: достаточно привлечь внимание каждого потребителя g к жилищам типа i_g, что формально эквивалентно уменьшению номеров таких жилищ в нумерации $n_g(\cdot)$, и/или обеспечить ему первоочередной доступ к жилищам типа i_g, что эквивалентно уменьшению номера $n(g)$. Другими словами, некоторая совокупность организационных, информационных и стимулирующих мероприятий может обеспечить хорошее приближение к равновесию e_{reg}.

Рассматривая в качестве ситуации B прогнозируемую ситуацию A, мы можем выяснить, насколько необходимо регулирование рынка. Если равновесие $e^m(A)$ приемлемо (с точки зрения Регулятора), то регулирование не нужно вообще. Если $e^m(A)$ неприемлемо, но существует приемлемое равновесие — например, $e^M(A)$ — то, как сказано выше, есть принципиальная возможность “подтолкнуть” рынок к этому равновесию, не изменяя исходную ситуацию. Если же равновесие $e^M(A)$ неудовлетворительно, то краткосрочное регулирующее воздействие на рынок может быть полезным.

Пусть R — множество всех пар (i, h), таких что $h \in GC(A)$ и некоторые (i,h)-потребители в прогнозном равновесии e^0 занимают социально неприемлемые жилища. Если $(i, h) \in R$, то будем говорить, что $G(h,i)$ — *реципиентная подгруппа* группы h. Объединяя все реципиентные подгруппы, получим множество потребителей-*реципиентов*, помощь которым является целью разрабатываемой программы. Как правило, жилищная программа не может охватить всех реципиентов, поэтому Регулятор выделяет реципиентные подгруппы для проектируемой программы; часто планируют и осуществляют параллельные регулирующие программы, ориентиро-ванные на разные реципиентные подгруппы потребителей.

3.2. Программа жилищного строительства

Допустим, что местные власти намерены вложить некоторую сумму в программу жилищного строительства. Какие жилища целесообразно строить в рамках такой программы?

Из результатов работы [14] (раздел 5) следует, что каждое *программное жилище* порождает цепь перемещений потребителей; эта цепь полезна для достижения цели Регулятора, если включает перемещение реципиента в приемлемое жилище. Полезная цепь может включать перемещения и других потребителей, если эти перемещения освобождают жилища, приемлемые для реципиентов. Легко выяснить, какие типы жилищ приемлемы для реципиентов по нормативам; строительство таких жилищ целесообразно включать в программу. Однако строительство жилищ других типов тоже может быть целесообразным.

Определим на множестве решений системы неравенств (14) – (16) функцию

$$\sum_{(i,h)\in R} \sum_{j\in D(B;h)} x_{ijh} \qquad (17)$$

Она описывает число реципиентов, занимающих приемлемые жилища в размещении, которое соответствует вектору x.

Рассмотрим прогнозируемую ситуацию A в качестве ситуации B. Максимизируя и минимизируя функцию (17) при ограничениях (14) – (16), найдем базисные оптимальные решения x^1 и x^2 задачи $ATC(A)$, которым соответствуют равновесные размещения ζ^1 и ζ^2 для ситуации A. Сравнивая ζ^1 и ζ^2, мы узнаем (если, конечно, эти размещения различны), за какие жилища реципиенты конкурируют с другими агентами рынка. Такие жилища целесообразно строить. Более того, оценки ограничений (14) в задаче максимизации функции (17) при ограничениях (14) – (16) указывают относительную полезность типов жилищ для достижения цели программы. Однако это соображение, во-первых, справедливо только в области постоянства двойственных оценок, во-вторых, не указывает, сколько жилищ каждого типа следует построить. Тем не менее, используя приведенные соображения, можно составить примерный перечень типов жилищ, которые целесообразно включить в программу жилищного строительства. При этом необходимо учесть, что в программу могут быть включены типы жилищ, отсутствующие в ситуации A. Во-первых, это могут быть действительно новые (конструктивно, территориально и т.д.) типы жилищ. Во-вторых, в отношении программного жилища Регулятор играет роль владельца-поставщика, поэтому все жилища того же типа должны принадлежать поставщикам (по определению однотипных жилищ); следовательно, если жилища типа $i \in I(A)$ принадлежат потребителям, то, включая строительство таких же жилищ в программу, мы должны ввести новый тип. В-третьих, если жилища типа i принадлежат поставщикам группы h, то определение требует, чтобы минимальные цены продажи $\psi_{g(k)k} = a_{0ih}$ были равны для всех жилищ k типа i; для таких же программных жилищ минимальную цену продажи определяет Регулятор, она может быть меньше, равна или больше потокового эквивалента затрат на строительство (снижение цены продажи — одна из форм субсидирования потребителей); если эта цена не совпадает с a_{0ih}, то необходимо ввести новый тип жилищ. Наконец, возможны и часто необходимы ограничения доступа потребителей к программным жилищам; поэтому правила доступа к уже существующим жилищам типа i и к таким же программным жилищам могут различаться, и для того, чтобы отразить в модели это различие, приходится вводить новый тип жилищ.

При свободном доступе к программному жилищу реципиент может проиграть конкуренцию; и конкурентоспособный реципиент может не получить это жилище, если другой потребитель его опередит. Поэтому возможно, что программа будет обеспечивать жилищами более богатых или более активных потребителей, а не тех (или не только тех), для кого она предназначена. Отсюда возникает естественное ограничение: доступ к жилищам, построенным за счет бюджета, имеют только реципиенты (что не противоречит стимулированию строительства жилищ, предназначенных для других потребителей), причем те, которым это жилище обеспечивает социально гарантированный минимум жилищного потребления. Возможны, впрочем, и более сложные правила; формируя программу жилищного строительства, Регулятор, естественно, определяет правила доступа к программным жилищам как неотъемлемый элемент программы.

В задаче *ATC* запрет на доступ (i,h)-потребителей к жилищам типа j можно отразить двумя эквивалентными способами. Во-первых, можно просто не вводить переменную X_{ijh} (так мы и поступим). Во-вторых, можно “подавить” эту переменную малым значением b_{ijh} (полагая, например, что (i,h)-потребитель g, желающий обойти правила доступа и получить жилище $k \in I(j)$, должен дать взятку, вследствие чего фиксированный платеж q_{gk} очень велик). Следовательно, задача *ATC* описывает стандартные равновесия и при ограничениях на доступ некоторых агентов (например, богатых) к некоторым жилищам (например, входящим в социальный жилищный фонд). В рыночной ситуации B Регулятор может задать правила доступа к жилищам множеством *допустимых перемещений* потребителей $V(B) \subseteq U(B)$: (i,h)-потребители имеют доступ к жилищам типа j тогда и только тогда, когда $(i,j,h) \in V(B)$; если нет ограничений доступа, то $V(B) = U(B)$. Можно считать, что вектор переменных x, описывающий возможное размещение, имеет вид $(x_{ijh})_{(i,j,h)\in V(B)}$. Данное выше определение множества $W(B)$ приемлемых перемещений потребителей следует теперь изменить: $W(B) = \{(i,j,h) \in V(B) \mid j \in D(A;h)\}$.

Предположим, что типы программных жилищ определены в соответствии с перечисленными выше требованиями, программные капиталовложения как-то распределены между этими типами и разработан, следовательно, проект программы, который определяет, сколько жилищ каждого типа следует построить, и правила доступа к этим жилищам. Пусть IP — множество типов жилищ, строительство которых включено в проект программы (*программные типы*). Проект программы опишем вектором $\Delta = (\delta_i)_{i\in IP}$, где δ_i — число жилищ типа i, включенных в проект. Если проект будет реализован, в начале рассматриваемого периода возникнет новая рыночная ситуация B.

Понятно, что $I(B) = I(A) \cup IP$, $GC(B) = GC(A)$; $d_i(B) = d_i(A) + \delta_i$ при $i \in IP$, иначе $d_i(B) = d_i(A)$; если $h \in GC(B)$, то $g_{hi}(B) = g_{hi}(A)$ при $i \in I(A)$, иначе $g_{hi}(B) = 0$ (так как программные жилища свободны в начале периода). Поэтому $U(B) = \{(i,j,h) \in I(A) \times I(B) \times GC(A) \mid g_{hi}(A) \neq 0\}$. Будем считать, что известны значения b_{ijh} для всех $(i,j,h) \in I(A) \times I(A) \times GC$ и значения a_{ijh} для всех $(i,j,h) \in U(B)$. Пусть ψ_i для $i \in IP$ — минимальная соизмеримая цена жилищ типа i, установленная Регулятором. Положим $b_{ijh} = a_{ijh} - \psi_j$ для всех $(i,j,h) \in V(B)$, таких что $j \in IP$. Заметим, что при $i \in I(A) \cap IP$ жилища типа i в ситуации A принадлежат поставщикам некоторой группы h, и значение ψ_i должно быть равно a_{0ih} по определению группы.

Теперь все параметры задачи $ATC(B)$ определены. Решив ее, мы сможем сконструировать задачи $MI(B)$ и $MA(B)$. Оптимальные значения целевой функции в этих задачах указывают диапазон изменения числа потребителей, занимающих приемлемые жилища в стандартных равновесиях для ситуации B, который естественно считать основным показателем при оценке проекта программы.

Можно определить также границы для числа реципиентов, занимающих приемлемые жилища в стандартных равновесиях для ситуации B, минимизируя и максимизируя функцию (17) при ограничениях (14) – (16). Эти показатели, однако, в меньшей степени характеризуют целесообразность рассматриваемого проекта: например, функция (17) возрастает, если реципиенты “вытесняют” других потребителей в неприемлемые жилища.

Еще одна важная характеристика проекта программы жилищного строительства — прибыль (возможно, отрицательная), полученная Регулятором. Чтобы ее описать, допустим, что Регулятор согласен продавать (сдавать в аренду) программные жилища по любой неотрицательной соизмеримой цене, которую потребители готовы платить:

$$\psi_i = 0 \text{ для всех } i \in IP. \tag{18}$$

В этом случае цена программного жилища определяется только конкуренцией между потребителями. Пусть C — это рыночная ситуация, полученная наложением условия (18) на ситуацию B, c_i — бюджетные затраты, связанные со строительством жилища типа $i \in IP$.

Если (γ, π) — оптимальное решение задачи $ATC^*(C)$, то в случае реализации рассматриваемого проекта программы Регулятор получит приведенную прибыль

$$R(\delta,\pi) = \Sigma_{i\in IP}\, \pi_i\, \delta_i - \rho\cdot\Sigma_{i\in IP}\, c_i\, \delta_i. \tag{19}$$

При $R(\delta,\pi) > 0$ проект программы является потенциально доходным, а при $R(\delta,\pi) < 0$ — потенциально затратным, поэтому важен диапазон изменения $R(\delta,\pi)$ в зависимости от π. Поскольку вычитаемое в (19) фиксировано проектом программы, достаточно найти максимум и минимум функции

$$\Sigma_{i\in IP}\, \pi_i\, \delta_i \tag{20}$$

при ограничениях задачи $ATC^*(C)$

$$\gamma_{hi} + \pi_j \geq b_{ijh} \text{ для } (i,j,h) \in V(B),\ \pi \geq 0, \tag{21}$$

и с дополнительным условием

$$h^C(\gamma,\pi) \leq f_0^C. \tag{22}$$

Действительно, ограничения (21) совпадают с ограничениями задачи $ATC^*(C)$. Условие (22) гарантирует, что любое допустимое решение указанных выше задач оптимизации является оптимальным решением задачи $ATC^*(C)$. Следовательно, оптимальные решения этих задач определяют цены стандартных равновесий для ситуации C, а по соответствующим значениям функции (20) легко вычислить границы изменения величины $R(\delta,\pi)$ в стандартных равновесиях для этой ситуации.

Таким образом, варьируя компоненты вектора Δ и оценивая возникающие варианты, можно выбрать рациональную программу жилищного строительства.

Из построения задачи ATC видно, что ее целевая функция на константу отличается от функции (5), которая выражает суммарную полезность, полученную всеми агентами рынка. Если рынок испытывает сильный напор “новичков”, имеющих деньги, но не имеющих жилья на этом рынке (например, мигрантов), то весьма вероятно, что максимальную суммарную полезность даст строительство относительно дорогих жилищ для этой категории потребителей. При этом местные жители, имеющие неприемлемо низкий уровень жилищного потребления, не получат ни программные жилища (из-за высоких цен), ни высвобождающиеся (ввиду отсутствия таковых). В краткосрочном периоде это приведет к росту цен на все типы жилищ. В среднесрочной перспективе сформируется относительно автономный сегмент рынка жилья, поставляющий дорогие жилища новичкам. Эта тенденция заметна на новосибирском рынке жилья, который испытывает сильное давление денег мигрантов из нефтегазовых провинций сибирского севера, Средней Азии, а в последнее время (после того, как Новосибирск стал центром федерального округа) — и из других районов России.

Регулятор может инициировать доходные программы строительства жилья для состоятельных $(0,h)$-потребителей (новичков на рынке), но он должен ограничивать доступ таких потребителей к жилищам, возводимым в рамках некоммерческих программ. С другой стороны, строительство жилищ, предназначенных для потребителей, не входящих в число реципиентов и имеющих жилье на рассматриваемом рынке, может увеличить доход от программы и не обязательно противоречит ее целям, так как реципиенты смогут занимать высвобождающиеся жилища. Однако вряд ли удастся регулировать доступ к такому жилищу, если оно не относится к муниципальному жилищному фонду. Соизмерить указанные эффекты можно при вариантных расчетах. В любом случае разработчик программы должен иметь представление о том, каким группам потребителей предназначены жилища каждого программного типа, и соответственно формировать правила доступа.

Чем беднее потребитель, тем менее он чувствителен к качеству жилья. Поэтому в равновесии, порожденном программой жилищного строительства, может оказаться, что некоторые реципиенты остаются в неприемлемых жилищах и, одновременно, существуют пригодные для них свободные жилища. В таком случае необходима программа субсидирования реципиентов, стимулирующая их перемещения в приемлемые жилища, то есть регулирующая рынок жилья со стороны спроса.

3.2. Программа жилищных субсидий

Мы рассмотрим только один из возможных подходов к регулированию рынка жилья со стороны спроса: субсидирование потребителей. Его можно осуществлять в разных формах: доплачивать арендодателям, ограничивать квартплату в государственном секторе, выдавать потребителям жилищные купоны, ваучеры, сертификаты (США) или “жилищные деньги” (ФРГ) (см., например [2, с. 189 – 195] и [1, с. 41 – 42, 100]). Разработчик программы субсидирования потребителей должен решить: кого, в каком размере и с какой целью субсидировать. Главная цель субсидирования — обеспечение социально приемлемым жильем тех, кто без субсидии не способен купить или арендовать такое жилье.

Рассмотрим прогнозное равновесие e^0. Некоторые из свободных в e^0 жилищ, возможно, соответствуют гигиеническим нормам и могут предоставить социально приемлемые жилищные условия малообеспеченным семьям при минимальных субсидиях. Следовательно, Регулятор должен прежде всего обратить внимание на вытесняемых в неприемлемые жилища потребителей (реципиентов) и не имеющие спроса жилища. Таких потребителей и такие жилища можно выявить, анализируя e^0, а также наилучшее и наихудшее по социальному критерию (13) равновесия $e^M(A)$ и $e^m(A)$ для прогнозируемой рыночной ситуации A.

Условия предоставления субсидии должны оговаривать тип жилища, которое будет занимать получатель. Размер субсидии зависит от группы, к которой относится субсидируемый потребитель, его жилищных условий и типа жилища, которое он должен выбрать по условиям субсидии. Общая сумма субсидий ограничена величиной K.

Будем считать, что правила доступа потребителей к жилищам описаны множеством $V(A) \subseteq U(A)$. Субсидию, предоставляемую (i,h)-потребителю при условии выбора жилища типа j, назовем (i,j,h)-*субсидией*. Пусть $\delta_{ijh} \geq 0$ — величина (i,j,h)-субсидии, определяемая Регулятором. Будем иногда обозначать тройку $(i,j,h) \in U(A)$ одной буквой (например, t) и, соответственно, писать “t-субсидия” и “δ_t”. При $h \in GC(A)$ положим $\delta_{ijh} = 0$, если $j = 0$, или $(i,j,h) \notin V(A)$, или $j \notin D(A;h)$ (не субсидируются недопустимые перемещения потребителей, а также перемещения в неприемлемые жилища и за пределы рассматриваемого рынка).

Правила субсидирования можно варьировать применительно к обстоятельствам: установить субсидию только для реципиентов, или включить в число потенциальных получателей субсидии потребителей, которые занимают жилища, приемлемые для реципиентов, и т.п. Регулятор должен для каждой тройки $(i,j,h) = t \in V(A)$ определить размер t-субсидии ($\delta_t \geq 0$) и число t-субсидий. Размеры и число субсидий ограничены, конечно, бюджетом программы.

Но существуют границы для величины δ_{ijh}, за пределами которых (i,j,h)-субсидия либо избыточна, либо недостаточна для того, чтобы (i,h)-потребитель выбрал жилище типа j. Поэтому процедуру формирования программы жилищных субсидий можно разбить на два этапа. На первом этапе Регулятор определяет значения δ_t для всех $t \in V(A)$ (размеры субсидий); при этом, поскольку субсидия может быть и нулевой, происходит первоначальный отбор субсидируемых перемещений — троек $(i,j,h) \in V(A)$. На втором этапе, при известных δ_t, Регулятор для каждого $t \in V(A)$ определяет число t-субсидий y_t; при этом окончательно фиксируются субсидируемые перемещения: тройки (i,j,h), такие что $\delta_{ijh} \neq 0$ и $y_{ijh} \neq 0$.

На первом этапе полезны задачи AT и AT^* для ситуации A. По теореме 1 прогнозное равновесие e^0 определяет оптимальные решения x и (γ, π) задач AT и AT^* соответственно. Повторяя рассуждения леммы 3 из [15], легко доказать, что $\gamma \geq 0$. Тройка (x,γ,π) дает важную информацию для определения величин δ_{ijh}. Допустим, что $(i,j,h) \in V(A)$ и Регулятор хочет, чтобы (i,h)-потребители выбирали жилища типа j; $\gamma_{ih} + \pi_j \geq a_{ijh}$ по (8). Пусть (i,j,h)-субсидия равна δ_{ijh}, и представим себе, что δ_{ijh} возрастает от исходного значения нуль. Тогда последнее неравенство принимает вид $\gamma_{ih} + \pi_j \geq a_{ijh} + \delta_{ijh}$, и пока оно не натянуто, оптимальное решение задачи AT не изменится. Это рассуждение определяет минимальный размер субсидии, при котором (i,h)-потребитель g, возможно, выберет жилище m типа j:

$$\delta_{ijh} \geq \gamma_{ih} + \pi_j - a_{ijh} = \gamma_{ih} + (\pi_j + q_{gm}) - b_{gm}. \qquad (23)$$

Здесь b_{gm} — отправная цена потребителя g на жилище m, а выражение в скобках — полная годовая стоимость этого жилища для этого потребителя.

Рассмотрим частный случай: $\gamma_{ih} = 0$ и $b_{gm} = 0{,}3w_g$; смысл последнего равенства в том, что потребитель понимает достоинства жилища m, но не может выделить на жилищное потребление более 30% своего годового дохода. Тогда (23) превращается в известное правило расчета жилищных субсидий (см., например, [2, с. 190 – 191]):

Субсидия = *Фактическая квартплата* (*за стандартное жилье*) – *0,3·Доход*.

Формула (23) точнее и охватывает более широкий класс случаев. Пусть $x_{ikh} > 0$ (некоторые (i,h)-потребители выбирают жилища типа k в равновесии e^0) и $j \neq k$. Тогда $\gamma_{ih} + \pi_k = a_{ikh}$ (по второй теореме двойственности) и (23) можно записать в виде $\delta_{ijh} \geq (a_{ikh} - \pi_k) - (a_{ijh} - \pi_j)$: (i,j,h)-субсидия должна обеспечить (i,h)-потребителю при выборе жилища типа j полезность, не меньшую, чем при выборе жилища типа k. В реальности (i,j,h)-субсидия должна сделать жилища типа j хоть немного более полезными для (i,h)-потребителя, чем жилища типа k, чтобы он “почувствовал разницу”: $\delta_{ijh} \geq \gamma_{ih} + \pi_j - a_{ijh} + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$. В частности, если в прогнозном равновесии какой-то (i,h)-потребитель выбирает жилище типа j $(x_{ijh} > 0)$, то для всех (i,h)-потребителей жилища этого типа доступны без субсидирования и равноценны жилищам типа k $(\gamma_{ih} + \pi_j = a_{ijh})$. Тогда (i,j,h)-субсидия может быть минимальной, $\delta_{ijh} = \varepsilon$; она полезна, если $k \notin D(A;h)$ (жилища типа k неприемлемы для потребителей группы h), или есть свободные жилища типа j, или жилища типа k “нужны” для других потребителей.

Минимальные субсидии могут быть полезны и тогда, когда некоторые жилища типа j свободны в прогнозном равновесии e^0, а соответствующее ограничение (14) имеет положительную оценку в задаче $MA(A)$. Это значит, что все жилища типа j заняты в равновесии $e^M(A)$, какие-то потребители выбирают в $e^M(A)$ жилища типа j, а в e^0 — равноценные (см. замечание 3) жилища других типов. Минимальные субсидии таким потребителям, обусловленные выбором жилищ типа j, могут подтолкнуть рынок к “хорошему” равновесию $e^M(A)$. Другими словами, выдачу минимальных субсидий можно рассматривать как одно из мероприятий, обеспечивающих переход рынка к желательному равновесию.

Рассмотрим частный случай, в котором удается обосновать величину субсидии. Предположим, что в группах h и g $(g \neq h)$ есть потребители, которые исходно занимают жилища одного типа i, причем $a_{ijh} \geq a_{ijg}$ для всех j; так может быть, например, если при равных фиксированных платежах потребители групп h и g имеют одинаковые предпочтения, но доход агентов группы g меньше. Пусть θ — вектор оценок ограничений (15) в задаче $MA(A)$. Если $\theta_{ih} > \theta_{ig}$, то “перевод” одного (i,g)-потребителя в группу h увеличит максимум социального критерия (13) на $\theta_{ih} - \theta_{ig}$. Полагая $\delta_{ijg} = a_{ijh} - a_{ijg}$ для всех j, мы осуществим такой перевод.

Описанные соображения позволяют оценить целесообразность субсидирования некоторых перемещений потребителей и размеры некоторых субсидий. Затем разработчик программы может вариантно задавать δ_t и y_t (размер и число t-субсидий) для всех $t \in V(A)$, определяя тем самым проект программы и, в предположении, что все ненулевые субсидии будут востребованы, новую рыночную ситуацию B со следующими параметрами.

Не изменяются (по сравнению с прогнозируемой ситуацией A) множество типов жилищ, число жилищ каждого типа и множество групп поставщиков: $I(B) = I(A)$, $d(B) = d(A)$, $GS(B) = GS(A)$. Каждому $t = (i,j,h)$, такому что $y_t > 0$ и $\delta_t > 0$, в ситуации B соответствует группа $G(t)$ потребителей, которым выделена t-субсидия, $g_t(B) = |\,G(t)| = y_t$; остальные (i,h)-потребители в ситуации B образуют группу $G(h,i)$, $g_{hi}(B) = |\,G(h,i)| = g_{hi}(A) - \Sigma_j\, y_{ijh}$. Легко видеть, что описанное разбиение множества потребителей на группы согласуется с определением группы (см. п. 2). Пусть $b(A) = (b_t)_{t\in U(A)}$. Потребитель из группы $G(i,j,h)$ получит выделенную ему субсидию, если выберет жилище типа j, поэтому (по сравнению с ситуацией A) полезность таких жилищ для него возрастает на величину субсидии, а полезности других жилищ не изменяются. Вектор полезностей $b(B)$ определяется следующим образом: полезность $b_{ijh}(B)$ жилищ типа j для агентов группы $G(h,i)$ равна b_{ijh}; при $t = (i,j,h)$ полезность $b_t^k(B)$ жилищ типа k для агентов группы $G(t)$ равна $b_t + \delta_t$, если $k = j$, иначе $b_t^k(B) = b_t$.

Переменные задачи $ATC(B)$ объединим в два вектора: $z = (z_t^k \mid y_t > 0,\ \delta_t > 0,\ k\in I(A))$ и $x = (x_t)_{t\in V(A)}$. При $t = (i,j,h)$ компоненту z_t^k вектора z мы интерпретируем как число потребителей группы $G(t)$ (потенциальных получателей t-субсидии), выбравших жилища типа k, а компоненту x_t вектора x — как число потребителей группы $G(h,i)$, выбравших жилища типа j (без субсидирования). Задача $ATC(B)$ выглядит следующим образом:

$$[\Sigma_{t,k}\, b_t^k(B)\cdot z_t^k + \Sigma_t\, b_t\cdot x_t] \to \max$$

при условиях $\Sigma_k\, z_t^k = y_t$, $\Sigma_j\, x_{ijh} = g_{hi}(B)$; $\Sigma_t\, z_t^j + \Sigma_{i,h}\, x_{ijh} \le d_j(B)$; $z \ge 0$; $x \ge 0$.

Предположим, что Регулятор зафиксировал векторы $y = (y_t)_t$ и $\Delta = (\delta_t)_t$. и, следовательно, проект программы субсидирования. Задача $ATC(B)$ позволяет, как описано в п. 3.1, выбрать желательное равновесное размещение ζ для рыночной ситуации B, которая возникнет в случае реализации проекта, если все субсидии будут использованы. Этому размещению соответствует (по теореме 1) оптимальное решение (z, x) задачи $ATC(B)$. Теперь можно попытаться уменьшить затраты субсидирования, сохраняя оптимальность пары (z, x) (и, следовательно, равновесность размещения ζ).

Пусть, например, $t = (i,j,h)$, $\delta_t > 0$, $y_t > 0$. Уменьшив δ_t, получим новый вектор субсидий Δ^1, которому соответствует новая рыночная ситуация B'. Если пара (z, x) оптимальна в задаче $ATC(B')$, то можно без ущерба для программы заменить Δ на Δ^1. Аналогично, при $y_t > 0$ уменьшим число t-субсидий на единицу; получим новый план субсидирования y^1, который определяет новую рыночную ситуацию B''. Соответственно, построим z^1 и x^1, уменьшив на единицу z_t^j и на столько же увеличив x_t. Если пара (z^1, x^1) оптимальна в задаче $ATC(B'')$, то можно перейти к плану субсидирования y^1, сохраняя равновесность размещения ζ. Если при этом $y_t^1 > 0$ (не все t-субсидии исключены из плана), то, поскольку в равновесии некоторые (i,h)-потребители выбирают жилища типа j без субсидирования, величину t-субсидии можно уменьшить до минимального, “порогового” значения, о котором мы говорили выше.

Литература

1. Жилищная политика местных властей: уроки западноевропейского опыта и реформы в России. – Санкт-Петербург: Наука, 1998.

2. Жилищная экономика. Под редакцией Г. Поляковского. – М.: Дело, 1996.
3. Закон РФ от 24.12.1992 № 4218-1 “Об основах федеральной жилищной политики” (в редакции Федеральных законов от 12.01.1996 № 9-ФЗ, от 21.04.1997 № 68-ФЗ, от 10.02.1999 № 29-ФЗ, от 17.06.1999 № 113-ФЗ).
4. Ларионов А.Н. Методологические основы эффективного управления региональным рынком жилья. – Волгоград: ВолгГАСА, 2000.
5. Михайлов Б.Д. США: проблемы больших городов. – М.: Наука, 1973.
6. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. М.: Мир, 1985.
7. Постановление Правительства РФ от 03.08.1996 № 937 “О предоставлении гражданам Российской Федерации, нуждающимся в улучшении жилищных условий, безвозмездной субсидии на строительство или приобретение жилья” (в редакции Постановления Правительства РФ от 04.12.1998 № 1431).
8. Постановление Правительства РФ от 18.06.1996 № 707 “Об упорядочении системы оплаты жилья и коммунальных услуг”.
9. Пчелинцев О.С. На пороге жилищной реформы // Вопросы экономики, 1993, № 7, 7 – 13.
10. Рено Б. Жилищная система бывшего Советского Союза: почему она нуждается в рыночных реформах? // Вопросы экономики, 1993, № 7, 14 – 19.
11. Российский статистический ежегодник. – М.: Госкомстат России, 2001.
12. Страйк Р., Косарева Н. Реформа жилищного сектора России, 1991 – 1994. – М.: Институт экономики города, 1994.
13. Титов А.А. Комментарий к Закону РФ “Об основах федеральной жилищной политики”. – М.: Юрайт, 1999.
14. Хуторецкий А.Б. Анализ краткосрочных равновесий на рынке жилья с приложением к разработке жилищной политики. Серия “Научные доклады РПЭИ”, № 2К/05. – М.: РПЭИ, 2001.
15. Хуторецкий А.Б. Конкурентные равновесия на рынке жилья без производства // Экономика и математические методы, 2003, № 1.
16. Цылина Г.А. Ипотека: жилье в кредит. – М.: Экономика, 2001.
17. Чижов М. “Крыша” в кредит // “Аргументы и факты” (газета), 2002, № 26.
18. Экономика недвижимости. Под ред. В.И. Ресина. – М.: Дело, 2000.
19. Эльдаров Р.З. Особенности формирования спроса и предложения на рынке жилья в переходной экономике. Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.э.н. – М.: Академия народного хозяйства, 1998.