

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФГАОУ ВО "Новосибирский национальный
исследовательский государственный университет"**

Факультет естественных наук

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФЕН НГУ, профессор



Резников В.А.

«29» августа 2014 г.

Теория вероятностей и математическая статистика

Программа лекционного курса и самостоятельной работы студентов

Курс 2-й, IV семестр

Учебно-методический комплекс

Новосибирск 2014

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в вариативную часть математического и естественнонаучного основной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 020100 «Химия». Дисциплина читается на факультете естественных наук Национального исследовательского университета Новосибирский государственный университет кафедрой Теоретической кибернетики ММФ НИУ НГУ.

Программа курса подготовлена в соответствии с требованиями ФГОС третьего поколения.

Цель курса – дать представление об основных понятиях теории вероятностей и математической статистики, обучить студентов основам вероятностного моделирования и статистического анализа экспериментальных данных. Односеместровый курс «Теория вероятностей и математическая статистика» состоит из лекционных и семинарских занятий, занятий преподавателя со студентами в процессе сдачи индивидуальных заданий, а также самостоятельных занятий студентов. В конце изучения курса проводится экзамен.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов. Программой дисциплины предусмотрены 48 часов лекционных и 48 часов практических занятий.

Авторы

докт. техн. наук, доцент В.Б.Бериков

к.ф.-м.н., доцент А.А.Викентьев

к.ф.-м.н., доцент В.М.Неделько

Программа учебного курса подготовлена в рамках реализации
Программы развития НИУ-НГУ на 2009–2018 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	4
2. Цели освоения дисциплины (курса).....	4
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
4. Компетенции обучаемых	5
5. Структура и содержание дисциплины.....	7
5.1. Основная таблица.....	7
5.2. Содержание лекционных занятий.....	8
5.3. Содержание семинарских занятий	11
5.4. Самостоятельная работа студентов.....	12
5.5. Тематика домашних контрольных работ.....	12
6. Образовательные технологии.....	18
7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости.....	20
7.1. Экзаменационный балл.....	20
7.2. Аттестационный балл.....	21
7.3. Перечень контрольных вопросов к экзамену.....	21
7.4. Примеры экзаменационных задач.....	24
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины....	25
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	26

1. ВВЕДЕНИЕ

Программа курса «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки дипломированного специалиста бакалавра по математическому и естественнонаучному циклу дисциплин (Б.2) по направлению подготовки 020100 «Химия», а также задачами, стоящими перед Новосибирским государственным университетом по реализации Программы развития НГУ.

Авторы курса: д.т.н. доцент В.Б.Бериков, к.ф.-м.н., доцент А.А.Викентьев, к.ф.-м.н., доцент В.М. Неделько (кафедра теоретической кибернетики НГУ). Кафедра теоретической кибернетики была основана в 1965 году известным математиком, членом-корреспондентом Академии наук СССР А.А.Ляпуновым, который большое внимание уделял развитию приложений математики в естественных науках. Начиная с момента образования кафедры и по настоящее время, ее преподаватели читают лекции и ведут практические занятия на факультете естественных наук НГУ.

Авторы курса читают его на факультете естественных наук более 10 лет; до 2010 г. лекционные занятия вел д.т.н., профессор Г.С. Лбов, а с 2010 г. – д.т.н., доцент В.Б.Бериков.

Коллектив авторов работает в Институте математики СО РАН в лаборатории анализа данных и занимается разработкой теории и методов статистического анализа данных, а также применением разработанных методов в различных прикладных областях исследований.

2. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА)

Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» предназначен для студентов второго курса обучения. Основной целью дисциплины является освоение теоретических и практических основополагающих знаний теории вероятностей и математической

статистики; обучение студентов основам вероятностного моделирования и статистического анализа экспериментальных данных. Актуальность данной дисциплины не подлежит сомнению, поскольку научная деятельность любого естествоиспытателя так или иначе связана с обработкой экспериментальных данных (наблюдений). Для этого необходимо знание фундаментальных теоретических и практических основ указанной дисциплины.

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является дисциплиной базовой компоненты по математическому и естественнонаучному циклу дисциплин (Б.2) по направлению подготовки 020100 «Химия».

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» основывается на знаниях, полученных студентами в ходе освоения дисциплин «Математический анализ», «Высшая алгебра», «Основы компьютерной грамотности» того же цикла. Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» изучается на втором году обучения, закладывает фундамент для понимания основных статистических методов решения задач профессиональной деятельности и является базовым теоретическим и практическим основанием для многих последующих дисциплин, требующих понимания вероятностных процессов и знания методов анализа экспериментальных данных (таких, как химическая термодинамика, химическая кинетика).

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЕМЫХ

В результате освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» у студентов сформируются следующие компетенции:.

<i>Компетенция</i>	<i>Код по ФГОС ВПО</i>	<i>Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)</i>	<i>Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции</i>
Общекультурная	ОК-5	Умеет логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь	Лекционно-семинарские
Общекультурная	ОК-6	Использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	Лекционно-семинарские
Общекультурная	ОК-7	Умеет работать с компьютером на уровне пользователя и способен применять навыки работы с компьютерами как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности	Лекционно-семинарские
Общекультурная	ОК-9	Владеет основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, имеет навыки работы с компьютером как средством управления информацией	Лекционно-семинарские
Общекультурная	ОК-10	Обладает способностью работать с информацией в глобальных компьютерных сетях	Лекционно-семинарские
Профессиональная	ПК-8	Владеет методами регистрации и обработки результатов химических экспериментов	Лекционно-семинарские

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- **Знать:** основные понятия, разделы, теоремы теории вероятностей и математической статистики.
- **Уметь:** применять теоретико-вероятностные методы для решения практических задач.
- **Владеть** (приобрести опыт) использования всего перечня преподаваемых в рамках дисциплины методов обработки экспериментальных данных.

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Программой дисциплины предусмотрены лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. Вид промежуточной аттестации – экзамен.

5.1. Основная таблица

№ п/п	Раздел дисциплины	Недели семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Лекция	Семинар	Самостоятельные занятия (в том числе решение домашних заданий и их индивидуальная сдача)	Экзамен	
1.1	Основные понятия теории вероятности.	1	2	2	2		В начале каждого очередного занятия проверка задач, заданных на дом
1.2	Вероятность событий.	2	4	4	4		
1.3	Случайные величины.	3-4	6	6	6		
1.4	Характеристики случайных величин.	5-6	6	6	6		
1.5	Функции от случайных величин.	7-8	4	4	4		
1.6	Условное распределение случайных величин.	8	2	2	2		
1.7	Корреляция случайных величин.	9	2	2	2		
1.8	Предельные теоремы.	10	2	2	2		
1.9	Случайные процессы.	10-12	6	6	6		Опрос по пройденному материалу
1.10	Основные понятия математической статистики.	12	2	2	2		
1.11	Статистическое оценивание.	13-14	6	6	6		
1.12	Проверка статистических гипотез.	15-16	4	4	4		
1.13	Корреляционно-регрессионный анализ	16	2	2	2		Опрос по пройденному материалу
					36	X	Экзамен
	ИТОГО		48	48	84		

5.2. Содержание лекционных занятий

1. *Основные понятия теории вероятности (2 часа)*: Основные понятия и определения. Случайное событие. Пространство элементарных событий. Операции над событиями.

2. *Вероятность событий (4 часа)*: Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Основные комбинаторные конфигурации. Принцип геометрической вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Правило сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса, Бернулли. Формула Пуассона.

3. *Случайные величины (6 часов)*: Функция распределения и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Биномиальное распределение. Распределение Бернулли, Пуассона, геометрическое, гипергеометрическое. Плотность распределения. Примеры распределений: равномерное, экспоненциальное, нормальное. Функция Лапласа. Гамма распределение, распределение Коши. Многомерные случайные величины и их функции распределения. Независимость случайных величин. Задание распределения дискретных случайных величин с помощью таблицы. Основные свойства многомерных плотностей распределения. Примеры многомерных распределений (полиномиальное, многомерное нормальное).

4. *Характеристики случайных величин (6 часов)*: Математическое ожидание случайной величины. Нахождение математического ожидания для случайных величин, имеющих биномиальное распределение, распределение Пуассона, равномерное, нормальное, экспоненциальное распределение. Свойства математического ожидания. Дисперсия случайной величины. Свойства дисперсии. Нахождение дисперсии для случайной величины, имеющей равномерное, нормальное, биномиальное распределение, распределение Пуассона. Вероятностные неравенства, связанные с математическим

ожиданием и дисперсией (неравенства Маркова, Чебышева). Характеристики положения случайных величин (квантили, медиана, мода). Моменты случайных величин.

5. *Функции от случайных величин (4 часа)*: Нахождение закона распределения неслучайной функции от случайной величины. Плотность распределения обратной функции. Распределение линейной функции от нормально распределенной случайной величины. Математическое ожидание функции от случайной величины. Независимость функций от случайных величин. Математическое ожидание функции от двух случайных величин. Распределение суммы двух случайных величин.

6. *Условное распределение случайных величин (2 часа)*: Условное распределение для случая дискретных и непрерывных случайных величин. Условная плотность. Условное математическое ожидание. Функция регрессии.

7. *Корреляция случайных величин (2 часа)*: Коэффициенты линейной корреляции, ковариации. Свойства коэффициента корреляции. Корреляционная и ковариационная матрицы.

8. *Предельные теоремы (2 часа)*: Сходимость по вероятности. Закон больших чисел в форме Чебышева и в форме Бернулли. Центральная предельная теорема в форме локальной теоремы Муавра-Лапласа и интегральной теоремы Муавра-Лапласа. Обобщение для случайных величин с произвольным распределением.

9. *Случайные процессы (6 часов)*: Понятие случайного процесса. Характеристики случайных процессов. Корреляционные характеристики процессов. Свойства характеристик случайного процесса. Стационарные процессы. Свойства коэффициентов автоковариации и автокорреляции для стационарного процесса. Марковские процессы, цепь Маркова. Граф состояний, матрица переходов. Нахождение вероятности состояний цепи через последовательность переходов. Предельное поведение цепи при увеличении числа переходов.

10. *Основные понятия математической статистики (2 часа)*: Выборка и ее характеристики. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Полигон частот, гистограмма. Показатели средних значений и вариации для выборки. Свойства эмпирической функции распределения. Формулировка теоремы Гливленко-Кантелли. Функция Колмогорова.

11. *Статистическое оценивание (6 часов)*: Точечное и интервальное оценивание. Статистика, статистическая оценка параметра распределения. Свойства оценок (несмещенность, состоятельность, эффективность). Оценивание математического ожидания и дисперсии. Методы оценивания. Принцип подстановки, метод моментов, метод максимального правдоподобия. Точечное оценивание параметров нормального распределения с помощью метода максимального правдоподобия. Распределения, используемые в математической статистике (хи-квадрат, Стьюдента, Фишера). Доверительный интервал. Интервальное оценивание параметров нормального распределения. Интервальное оценивание вероятности события.

12. *Проверка статистических гипотез (4 часа)*: Простые и сложные гипотезы. Критическая область. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий (тест). Проверка гипотез о согласии постулируемого закона распределения с выборкой. Критерий Колмогорова-Смирнова, критерий согласия Пирсона. Проверка гипотез о параметрах распределения. Проверка гипотез об однородности выборок.

13. *Корреляционно-регрессионный анализ гипотез (2 часа)*: Выборочный коэффициент линейной корреляции. Проверка гипотез о корреляции. Регрессионный анализ парной линейной модели. Оценивание параметров модели с помощью метода наименьших квадратов. Формулировка теоремы Гаусса-Маркова. Средняя ошибка регрессии. Коэффициент детерминации.

5.3. Содержание семинарских занятий

1. Алгебра событий. Случай равновероятных исходов. Элементы комбинаторики.
2. Геометрические вероятности. Сложение вероятностей.
3. Условные вероятности. Независимость событий.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Повторные независимые испытания.
6. Дискретные случайные величины.
7. Непрерывные случайные величины.
8. Характеристики случайных величин.
9. Распределение Пуассона.
10. Нормальный закон распределения.
11. Системы случайных величин.
12. Многомерное нормальное распределение
13. Функции случайных величин. Композиция законов распределения.
14. Виды сходимости. Предельные теоремы.
15. Условные распределения.
16. Случайные процессы.
17. Контрольная работа № 1.
18. Характеристики выборки.
19. Оценки математического ожидания и дисперсии.
20. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
21. Проверка гипотез о согласии. Проверка гипотез о параметрах распределения.
22. Проверка гипотез об однородности выборок.
23. Вычисление коэффициента линейной корреляции по выборке. Оценивание параметров парной линейной модели методом наименьших квадратов.
24. Контрольная работа № 2.

5.4. Самостоятельная работа студентов

Внеаудиторными формами и инструментами самостоятельной работы студентов по дисциплине являются:

- выполнение 24-ти задач домашних заданий;
- выполнение 2-х домашних контрольных работ;
- подготовка к экзамену.

Задачи домашних заданий выбираются преподавателем из материалов учебной литературы [4,5,6].

5.5. Тематика домашних контрольных работ

- 1) Нахождение вероятностей событий;
- 2) Вычисление характеристик случайных величин;
- 3) Точечные и интервальные статистические оценки;
- 4) Статистическая проверка гипотез.

Пример контрольной работы № 1

Вариант 1.

Задача 1. (4 балла)

Дано множество исходов $\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g\}$, является ли множество событий $S = \{\{a, c, d\}, \{a, c, g\}\}$ алгеброй? Если нет, то дополнить до минимальной алгебры.

Задача 2. (4 балла)

На полку в случайном порядке выставляется 7 книг, из которых 3 в красном, 4 в зеленом переплете. Какова вероятность, что цвета не будут разорваны?

Задача 3. (3 – 4 балла)

Внутри круга случайно ставится точка. Найдите вероятность того, что расстояние от точки до центра круга будет больше половины радиуса.

Задача 4. (3 балла)

Какова вероятность, что тангенс наудачу взятого числа окажется больше 0,5?

Задача 5. (4 – 5 баллов)

В техникуме n студентов, из которых n_k ($k=1,2,3$) учатся k -й год. Какова вероятность того, что два наудачу выбранных студента учатся на одном курсе?

Задача 6. (4 балла)

Какова вероятность того, что пять наудачу взятых (без возвращения) костей домино — все окажутся не дублями?

Задача 7. (4 баллов)

Все члены жюри из трех человек принимают решение независимо друг от друга. При этом первый принимает правильное решение с вероятностью 0,8, а двое других для вынесения решения бросают монету (окончательное решение выносится большинством голосов). Какова вероятность, что жюри вынесет справедливое решение?

(12 баллов — "отлично"; 7 — "хорошо"; 2 — "удовлетворительно")

Вариант 2.

Задача 1. (3 – 4 балла)

Когда возможны равенства: $A+B=A\setminus B$, $A + A\bar{B} = AB$?

Задача 2. (4 балла)

Какова вероятность того, что дни рождения 4 человек придутся на разные дни недели?

Задача 3. (4 - 5 баллов)

Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Первый пароход прибывает равновероятно в любое время с 7 до 17 часов. Время прибытия второго — равновероятно с 12 до 22 часов. Найти вероятность того, что одному из пароходов придется ждать освобождения причала, если стоянка каждого парохода 1 час.

Задача 4. (4 балла)

На окружности случайно выбираются 2 точки. Какова вероятность, что

расстояние между ними окажется больше радиуса?

Задача 5. (4 балла)

Из трех карточных колод (по 36 карт) случайным образом извлечено по две карты (в сумме 6). Определить вероятность, что среди них хотя бы один туз.

Задача 6. (4 - 5 баллов)

В первой урне 1 белый и 2 черных шара, во второй — 2 белых и 3 черных. Из первой урны случайно выбирается шар и перекладывается во вторую. Затем из второй наугад выбран шар, оказавшийся белым. Какова вероятность того, что переложенный шар был белым?

Задача 7. (3 балла)

Последовательно послано три радиосигнала. Вероятности приема каждого из них не зависят от того, приняты ли остальные сигналы, и равны соответственно 0,5; 0,3 и 0,4. Определить вероятность, что будет принят только первый сигнал.

(12 баллов – "отлично"; 7 – "хорошо"; 2 – "удовлетворительно")

Вариант 3.

Задача 1. (4 балла)

Дано множество исходов $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$, является ли множество событий $S = \{\{a, b, c, d\}, \{c, d\}\}$ алгеброй? Если нет, то дополнить до минимальной алгебры.

Задача 2. (2 – 3 балла)

В урне M белых и N черных шаров. По схеме случайного выбора с возвращением извлекается n шаров ($n > 4$). Какова вероятность того, что при 1-ом и 4-ом извлечениях попадутся белые шары?

Задача 3. (4 – 5 баллов)

На отрезке АВ длиной 1 наугад ставятся две точки, в результате чего получается три отрезка. Какова вероятность, что отрезок с началом в А будет

длиннее 0,5?

Задача 4. (3 – 4 балла)

Какова вероятность, что синус наудачу взятого числа окажется больше, чем $\frac{\sqrt{3}}{2}$?

Задача 5. (5 баллов)

Двое поочередно стреляют в мишень до первого промаха (любого из них). Вероятности поражения мишени в каждом выстреле для стрелков равны соответственно 0,7 и 0,9. Какова вероятность того, что промах допустит второй стрелок?

Задача 6. (3 балла)

В одной урне 5 белых, 8 черных шаров, в другой – 7 белых, 5 черных. Из каждой наугад берется по одному шару. Какова вероятность, что они разного цвета?

Задача 7. (4 балла)

В урне лежат красные и черные шары. Если из ящика наудачу вынимаются два шара, то вероятность того, что они оба красные равна $\frac{3}{18}$. Сколько всего шаров в урне, если черных из них 5?

(12 баллов – "отлично"; 7 – "хорошо"; 2 – "удовлетворительно")

Вариант 4.

Задача 1. (3 – 4 балла)

Верны ли соотношения:

а) $A \setminus (B \setminus C) = A \setminus B + AC$

б) $A\bar{B}C \subseteq A + B$?

Задача 2. (3 балла)

Из двух карточных колод наудачу извлекается по одной карте. Какова вероятность, что обе они окажутся масти, отличной от пиковой?

Задача 3. (5 баллов)

На плоскость, замощенную равносторонними треугольниками,

бросается монета, диаметром, втрое меньшим стороны треугольника. Определить вероятность того, что монета окажется целиком внутри некоторого треугольника.

Задача 4. (5 баллов)

Призма квадратного сечения (сторона квадрата равна a) вращается вокруг своей оси. В случайный момент времени через ось вращения, перпендикулярно ей, кратковременно пускается луч света. Какова вероятность, что луч пройдет в призме путь, меньший, чем $1,1a$? Преломлением пренебречь.

Задача 5. (4 балла)

Двое поочередно стреляют в мишень до первого промаха (любого из них). Вероятности поражения мишени в каждом выстреле для стрелков равны соответственно 0,8 и 0,7. Какова вероятность того, что первый стрелок сделает третий выстрел?

Задача 6. (5 баллов)

В первой урне 7 белых и 2 черных шара, во второй — 2 белых и 3 черных. Из первой урны случайно выбирается 7 шаров и перекладывается во вторую. Какова вероятность после этого извлечь белый шар из второй урны?

Задача 7. (4 балла)

Вероятность попадания в корзину при одном броске равна 0,4. Какова вероятность что из трех бросков окажется хотя бы два попадания подряд?

(12 баллов – "отлично"; 7 – "хорошо"; 2 – "удовлетворительно")

Пример контрольной работы № 2

Номер варианта V определяется по двум последним цифрам шифра зачетки. Исходные данные для каждой задачи определяются по номеру варианта; через $[a]$ обозначена целая часть числа a . Например, если в условии задачи исходное данное имеет вид $[V/2]$, то для номера варианта $V = 13$ нужно взять число $[13/2] = 6$.

1. В результате серии экспериментов получены значения концентрации x_i вещества в растворе. Соответствующая выборка задана в виде распределения частот n_i . Найти распределение относительных частот, построить график эмпирической функции распределения и полигон распределения. Определить выборочное среднее и дисперсию выборки.

x_i (%)	1	3	5	7	10
n_i	5	2	$[V/3]$	6	3

2. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки.

границы интервалов	2-7	7-10	10-13	13-22	22-27
частоты	$[V/4]+$	$[V/2]$	$[V/3]+2$	$[V/5]+4$	$[V/3]+1$

3. В ходе проведения $n = 20$ одинаковых экспериментов студентами сформирована выборка значений скорости химической реакции X (моль/м³×с). Из-за погрешностей эксперимента, эти значения отличаются друг от друга. Полученное распределение дано в таблице. Предполагая нормальное распределение измеряемой величины, оценить с надежностью 0,95 ее математическое ожидание a с помощью доверительного интервала.

варианта x_i	$V-2$	V	$V+2$	$V+4$	$V+6$	$V+8$
частота n_i	2	1	4	8	4	1

4. Выход полезного продукта (в тоннах) для пяти различных вариантов технологии химического производства оказался следующим :

$n_1 = V + 7$, $n_2 = V + 5$, $n_3 = V + 8$, $n_4 = V + 9$, $n_5 = V + 6$. С помощью критерия хи-квадрат проверить гипотезу о том, что выбор варианта технологии не влияет на производительность. Задать уровень значимости $\alpha = 0,05$.

5. Предполагается, что температура некоторого процесса ($^{\circ}\text{C}$) является случайной величиной X , распределенной по нормальному закону $N(a, \sigma)$,

где a, σ - неизвестные параметры. Имеется выборка из $n=10$ наблюдений над X :

$$\{V-10, V+2, V-3, V+8, V+2, V, V-1, V+2, V-3, V+4\}.$$

Проверить гипотезу $H_0 = "a = V"$ на уровне значимости $\alpha=0.05$.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: чтение лекций для овладения теоретическими основами дисциплины; семинарские занятия и самостоятельная работа студентов.

В преподавании дисциплины наряду с традиционным (пассивным) реализуются активный и интерактивный подходы. Так, лекционные занятия проводятся с использованием компьютера и мультимедийного проектора, что позволяет сделать подачу материала более наглядной. Изложение материала на лекциях частично ведется «в диалоге со слушателями», с привлечением студентов к доказательству отдельных утверждений.. Практические занятия происходят в форме дискуссии преподавателя со студентами (аналог «круглого стола», преподавателю в котором отводится роль ведущего), в ходе которых каждый из участников – студенты или преподаватель имеют право задавать вопросы и участвовать в выработке альтернативных решений разбираемых проблем. Налажена система обратной связи со слушателями: студенты могут задавать вопросы как во время занятий, так и по электронной почте

На семинарских занятиях, кроме разбора задач, даются ответы на вопросы преподавателя и студентов. Структурно каждый семинар содержит следующие ниже решаемые учебно-методические задачи:

- 1) Проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
- 2) Выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- 3) Разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- 4) Рассмотрение теоретических оснований для решения задач текущей темы;

- 5) Разбор практических методов и решение соответствующих задач;
- 6) Корректировка заданий для самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов состоит из решения задач домашних заданий, домашних контрольных работ, подготовки к экзамену. Проводится сдача домашних контрольных работ, проходящая в специально отведенное для этого время в виде личной беседы преподавателя с каждым студентом. В процессе сдачи студент рассказывает преподавателю ход решения задачи, а также отвечает на несколько вопросов по тематике задачи.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

Итоговая оценка дисциплины формируется на основе результатов устного экзамена и оценки активности работы студента в течении семестра.

Для контроля усвоения дисциплины учебным планом предусмотрен экзамен. Итоговая оценка дисциплины проставляется по 100-бальной системе:

- неудовлетворительно – менее 51 балла;
- удовлетворительно – от 51 до 69 баллов;
- хорошо – от 70 до 85 баллов;
- отлично – свыше 85 баллов;

и формируется:

- аттестационными баллами семестра (20)
- экзаменационным баллом (80)

7.1. Экзаменационный балл

На экзамене студент отвечает на два вопроса билета, формируемых на основе приведенного ниже списка. Экзаменатор может дать студенту задачу и дополнительное время (15-20 минут) для ее решения.

Баллы:

71-80 («отлично») – студент показал отличное понимание полных деталей вопросов билета, логики курса; ответил на дополнительные вопросы и/или решил дополнительную задачу.

61-70 («хорошо») – студент показал хорошее понимание вопросов билета и логики курса, но испытывал трудности при ответе на дополнительные вопросы или решении дополнительной задачи.

41-60 («удовлетворительно») – студент показал определенное понимание вопросов билета и ответил на несколько дополнительных вопросов по логике соответствующих разделов курса.

40 и менее («неудовлетворительно») – полное незнание вопросов билета.

7.2. Аттестационный балл

Аттестационный балл семестра складывается из баллов текущей «аттестации» в середине семестра (10) и баллами второй половины семестра «работа в году» (10), каждый из которых учитывает успешность работы студента (выполнение 24-х домашних заданий, 2-х домашних контрольных работ, выступлений у доски).

7.3. Перечень контрольных вопросов к экзамену

1. Основные понятия теории вероятности. Случайное событие. Операции над событиями.
2. Классическое определение вероятности. Основные комбинаторные конфигурации.
3. Принцип геометрической вероятности. Примеры.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности как следствия из аксиом (вероятность невозможного события, аддитивность вероятности, вероятность противоположного события).
5. Свойства вероятности: формула сложения вероятностей; вероятность событий, одно из которых является следствием другого; непрерывность вероятности.
6. Условная вероятность. Правило умножения вероятностей.
7. Независимые события и их свойства.
8. Полная группа событий. Формула полной вероятности и формула Байеса.
9. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли, формула Пуассона.
10. Случайные величины. Функция распределения и её свойства.
11. Дискретные случайные величины. Примеры: биномиальное, пуассоновское, геометрическое и гипергеометрическое распределения.
12. Непрерывные случайные величины. Вероятность попадания в интервал. Примеры одномерных распределений: равномерное, экспоненциальное, гамма распределение, распределение Коши.
13. Одномерное нормальное распределение. Интегральная функция Лапласа. Правило 3-х сигм.

14. Многомерные случайные величины. Многомерная функция распределения. Независимость случайных величин. Распределение двух дискретных случайных величин.
15. Распределение непрерывных случайных величин Основные свойства многомерных плотностей. Примеры многомерных распределений: полиномиальное, равномерное, нормальное распределение.
16. Числовые характеристики случайной величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Примеры: биномиальное, пуассоновское распределение.
17. Математическое ожидание для непрерывных случайных величин. Примеры: равномерное, нормальное, экспоненциальное распределение, распределение Коши.
18. Свойства математического ожидания.
19. Дисперсия случайных величин и ее свойства. Среднеквадратическое отклонение. Нахождение дисперсии для случайных величин, имеющих равномерное, нормальное, биномиальное, пуассоновское распределение.
20. Вероятностные неравенства Маркова, Чебышева.
21. Характеристики положения случайных величин: квантили, медиана, мода, моменты, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
22. Математическое ожидание функции от случайных величин.
Распределение суммы двух независимых случайных величин.
23. Условное распределение случайных величин. Условная плотность, условное математическое ожидание, функция регрессии.
24. Коэффициенты ковариации, линейной корреляции между случайными величинами. Свойства коэффициента корреляции. Ковариационная и корреляционная матрица.
25. Закон больших чисел в форме Чебышева и в форме Бернулли.
26. Центральная предельная теорема в форме локальной и интегральной теоремы Муавра-Лапласа. Обобщение на случайные величины с произвольным распределением.

- 27.Случайные процессы. Характеристики случайных процессов.
Стационарные процессы.
- 28.Цепь Маркова. Нахождение вероятностей состояний цепи через конечное число переходов. Предельное поведение цепи.
- 29.Предмет и основные задачи математической статистики. Основные статистические понятия.
- 30.Характеристики выборки. Вариационный ряд, эмпирическая функция распределения, гистограмма, показатели средних значений и вариации.
- 31.Свойства эмпирической функции распределения. Сходимость эмпирической функции распределения к истинной функции распределения.
- 32.Статистическое оценивание. Точечные оценки и требования, предъявляемые к ним: несмещенность, состоятельность, эффективность. Достаточное условие состоятельности.
- 33.Оценивание математического ожидания и дисперсии. Проверка свойств оценок (несмещенности, состоятельности)
- 34.Методы оценивания. Принцип подстановки и метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Примеры оценивания.
- 35.Распределения, использующиеся в математической статистике: хи-квадрат, Стьюдента, Фишера.
- 36.Интервальное оценивание. Доверительный интервал для математического ожидания при известной и при неизвестной дисперсии в случае нормального распределения.
- 37.Доверительный интервал для дисперсии при известном и при неизвестном математическом ожидании в случае нормального распределения.
- 38.Интервальное оценивание вероятности событий.
- 39.Статистические гипотезы. Ошибки при проверке гипотез. Критическая область.
- 40.Проверка гипотез о согласии. Критерии Колмогорова-Смирнова, Пирсона.
- 41.Проверка гипотез о параметрах распределения. Критерий Стьюдента.

42. Проверка гипотез об однородности выборок в случае нормального закона.

Проверка равенства дисперсий и равенства средних.

43. Корреляционный анализ. Проверка гипотез о значимости корреляции.

44. Регрессионный анализ. Парная регрессионная модель, оценивание ее параметров методом наименьших квадратов.

7.4. Примеры экзаменационных задач

1. Распределение дискретной случайной величины X задано таблицей. Построить функцию распределения, найти математическое ожидание и дисперсию X .

x_i	-1	2	3	5	7
p_i	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

2. Найти математическое ожидание случайной величины X , функция распределения которой равна: $F(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ при $x \geq 2$, $F(x) = 0$ при $x < 2$.

3. Вольтметр имеет систематическую ошибку $2В$ и среднеквадратическую ошибку $1В$. Какова вероятность того, что: а) ошибка измерения напряжения по абсолютной величине не превзойдет $3В$; б) измеренная величина будет больше, чем истинное напряжение? Предполагается нормальное распределение ошибки показаний.

4. Имеется раствор с концентрацией C . Какова вероятность, что в объеме v нет ни одной молекулы растворенного вещества? Рассчитать величину этой вероятности для раствора с $C=0.1$ и $C= 1$ моль/литр и для сферического объема v радиусом 5Å и 10Å .

5. Содержание ^{13}C в углероде близко к 1%. Какова вероятность найти в молекулах бензола C_6H_6 n атомов ^{13}C , где $n = 0 \div 6$? Указание: Воспользоваться теоремой Пуассона.

6. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0.8. Найти вероятность того, что при 150 выстрелах мишень будет поражена не менее 100 и не более 120 раз. Какова при этом вероятность того, что относительная

частота попадания отклонится по абсолютному значению от 0.8 не более чем на 0.01?

7. Распределение системы случайных величин (X, Y) задано таблицей. Найти распределение каждой из составляющих, определить условное распределение Y и X .

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.2	0.05	0.1	0.05
x_2	0.05	0.1	0.05	0.1
x_3	0.1	0.05	0.05	0.1

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 20$, распределение которой дано в таблице. Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака X генеральной совокупности с помощью доверительного интервала.

варианта x_i	8	10	12	14	16	18
частота n_i	2	1	4	8	4	1

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 9-е изд. - М.: Высшая школа, 2003.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. - М.: Либроком, 2011.
3. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций, под редакцией А.А. Свешникова. - М.: Наука, 1972.

б) дополнительная литература:


4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высшая школа, 2004.


5. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. . –М.: Наука.-1982.-256с.
6. Неделько В.М., Ступина Т.А. Основы теории вероятностей в примерах и задачах. Учебное пособие. НГУ, 2006.


9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- Ноутбук, медиа-проектор, экран.
- Программное обеспечение для демонстрации слайд-презентаций.


Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и с ОС ВПО, принятым в ФГАОУ ВО Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, с учетом рекомендаций ООП ВПО по направлению «020100 ХИМИЯ».

Авторы:  _____ Бериков Владимир Борисович,
д.т.н., доцент каф. ТК

 _____ Викентьев Александр Александрович
к.ф.-м.н., доцент

 _____ Неделько Виктор Михайлович
к.ф.-м.н., доцент

*Программа одобрена на заседании кафедры Теоретической кибернетики 18.06.2014
протокол №5*

Секретарь кафедры  _____ Тахонов И.И., к.ф.-м.н.